CHM_582: Μηχανική Υλικών

Διάλεξη 4: Εσωτερικές Δυνάμεις

Κωνσταντίνος Γ. Δάσιος, Αναπλ. Καθηγητής
Τμήμα Χημικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Πατρών
kdassios@upatras.gr

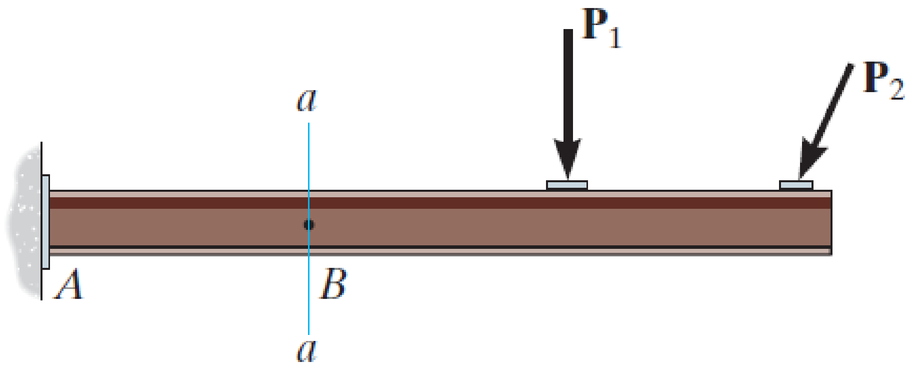
Πάτρα, Απρίλιος 2024

Εσωτερικές Δυνάμεις σε Δομικά Στοιχεία

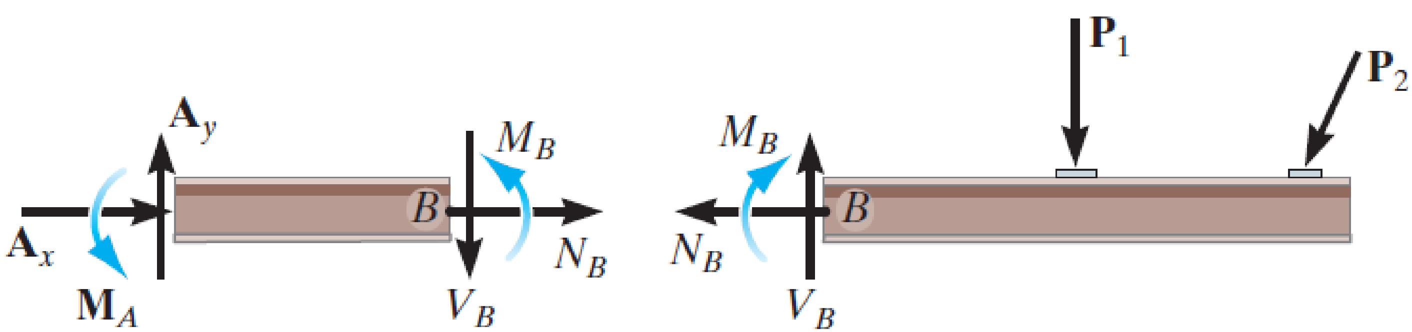
- Είδαμε τις 2 βασικές μεθόδους προσδιορισμού δυνάμεων σε μέλη **δικτυωτών φορέων** (ειδική κατηγορία φορέων από λεπτά ευθύγραμμα μέλη/ράβδους, που συνδέονται με **αρθρώσεις**). Οι ράβδοι καταπονούνταν **μόνο σε εφελκυσμό ή θλίψη**.
- Αν οι φορείς είναι **ολόσωμοι**, όπως συμβαίνει σε πολλά δομικά ή μηχανικά στοιχεία, θα καταπονούνται σε **όλα τα είδη φορτίσεων** (αξονικές, εγκάρσιες, διατμητικές, καμπτικές).
- Για τον **ασφαλή σχεδιασμό & πρόβλεψη της μηχανικής συμπεριφοράς** της δομής, είναι απαραίτητη η γνώση των εσωτερικών δυνάμεων που αναπτύσσονται εντός των φορέων.
- Μπορούν να προσδιοριστούν με τη **μέθοδο των τομών** (& χρήση των **εξισώσεων ισορροπίας**).

Εσωτερικές Δυνάμεις σε Δομικά Στοιχεία (2)

Για παράδειγμα, για τον υπολογισμό των **εσωτερικών δυνάμεων** που ενεργούν στη διατομή της δοκού (πρόβολος) στο σημείο Β, φέρουμε **νοητή τομή** α–α που διαχωρίζει τη δοκό σε δύο τμήματα:



Τα **εσωτερικά** φορτία θα εκτεθούν και θα γίνουν **εξωτερικά** στο ΔΕΣ κάθε τμήματος (μπορούν να υπολογιστούν από τις **εξισώσεις ισορροπίας**):

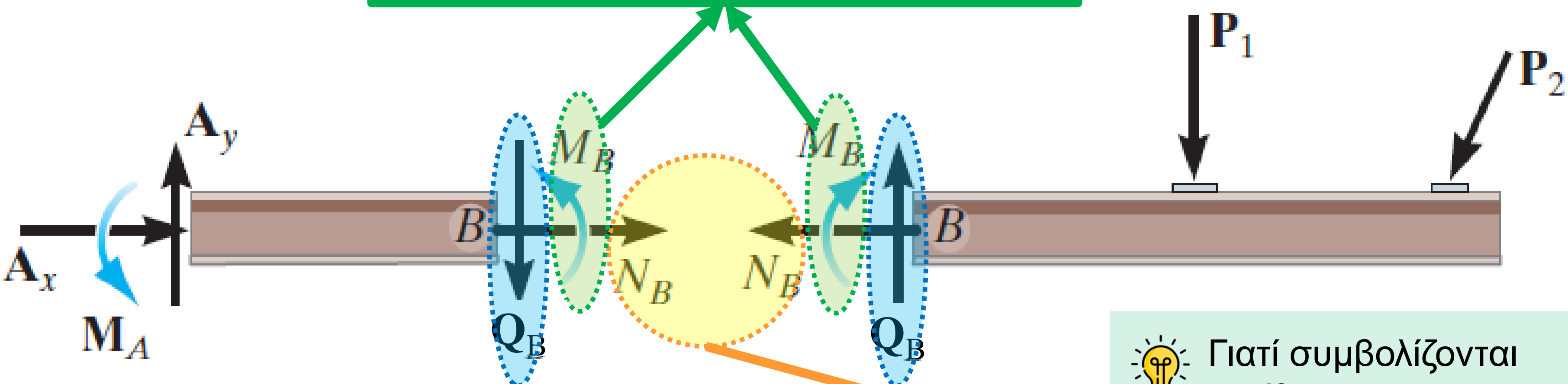


Εσωτερικές Δυνάμεις σε Δομικά Στοιχεία (3)

Ορίζονται **3 ειδών** καταπονήσεις που μπορούν να αναπτυχθούν εσωτερικά:

Ροπές:
Καμπτικές. Αντιστέκονται στην *περιστροφή* της δοκού.

M
moment



Γιατί συμβολίζονται αντίθετες;

Διατμητικές Δυνάμεις:
Εγκάρσιες δυνάμεις που δρουν **παράλληλα** στην διατομή. Αντιστέκονται στην *κάθετη μετατόπιση* της δοκού.

Q

Ορθές Δυνάμεις:
Διαμήκεις δυνάμεις που δρουν **κάθετα** στην διατομή. Εμποδίζουν την *οριζόντια μετατόπιση* της δοκού.

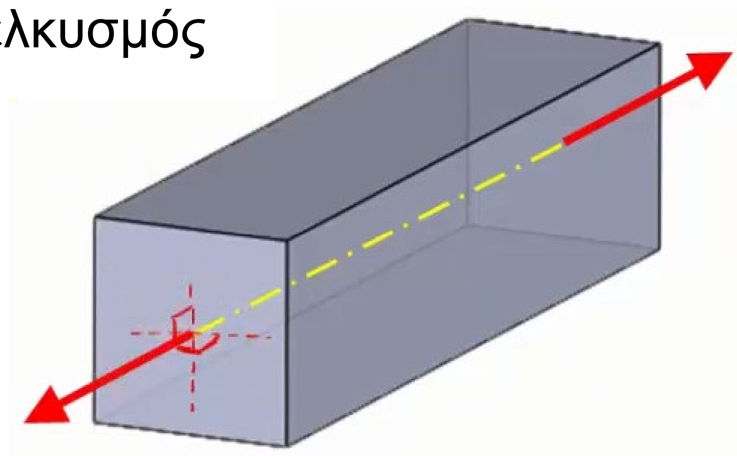
N
normal

Διάτμηση

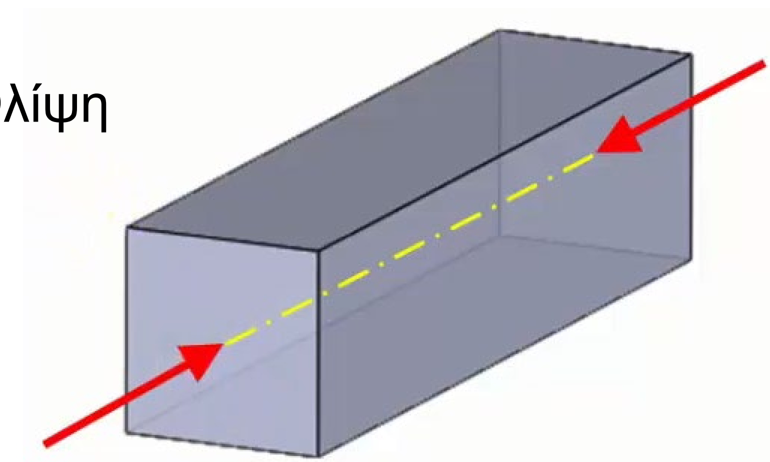
Ορθές Δυνάμεις

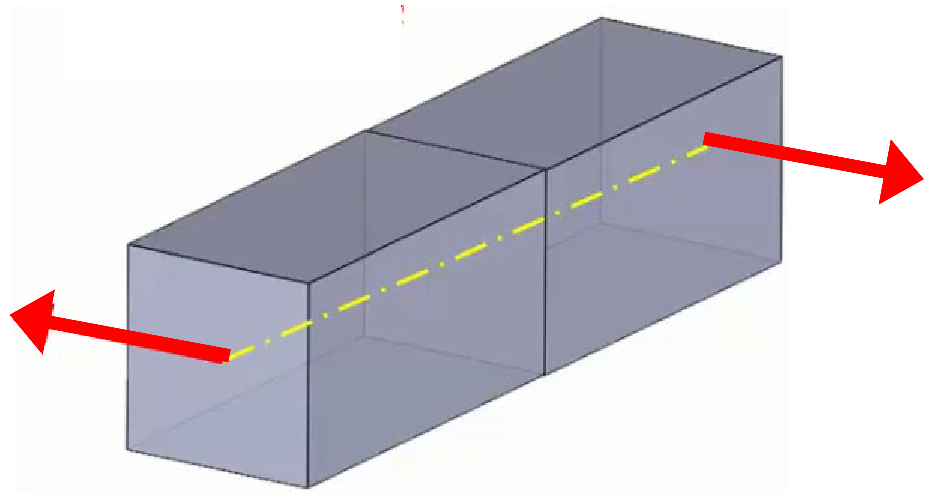
Διατμητικές ή Τέμνουσες Δυνάμεις

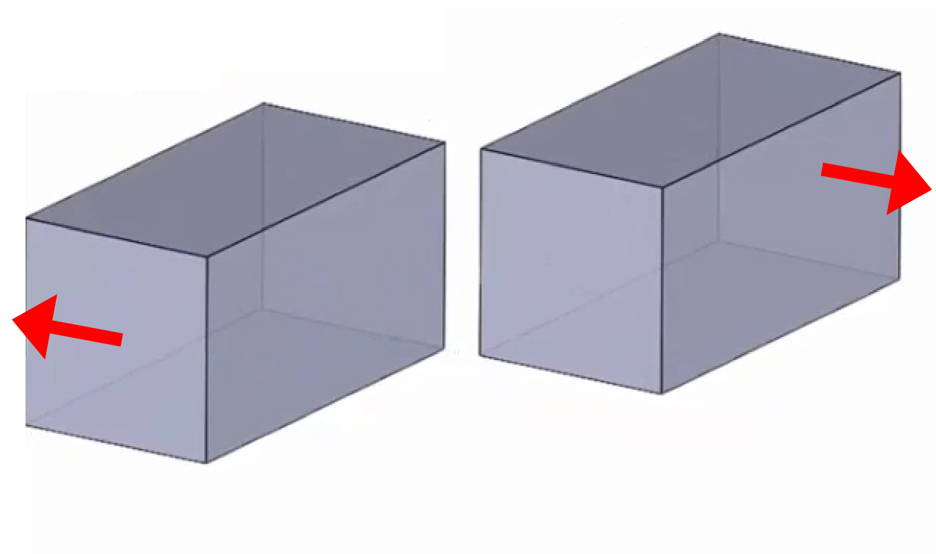
Εφελκυσμός



Θλίψη

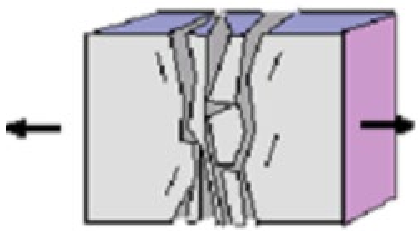




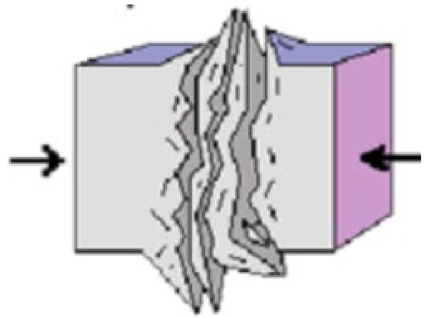


Διάτμηση (2)

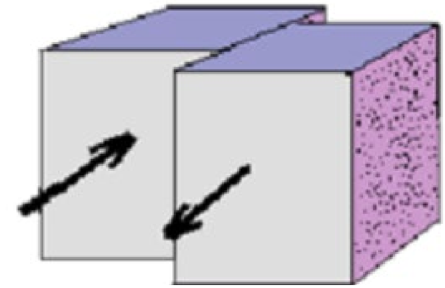
Εφελκυσμός

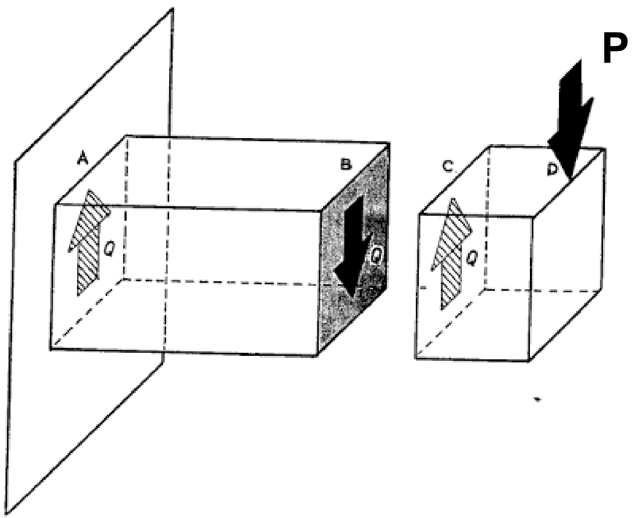


Θλίψη

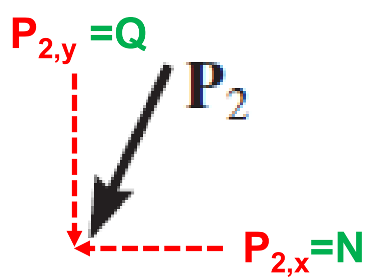


Διάτμηση





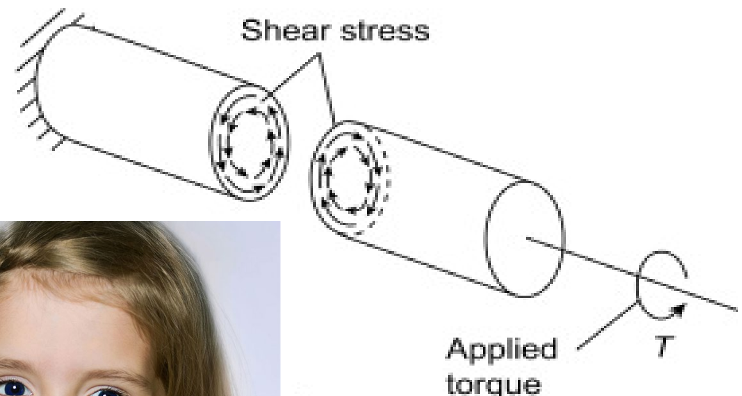
Στην πακτωμένη δοκό το εξωτερικό φορτίο P τείνει να μετατοπίσει το δεξί τμήμα της τομής ως προς το πακτωμένο αριστερό. Η μετατόπιση εμποδίζεται από εσωτερικές δυνάμεις «αντίστασης» Q: οι **διατμητικές δυνάμεις**.

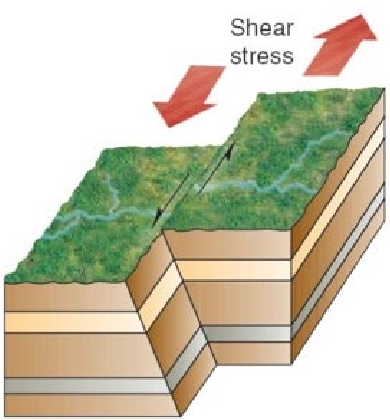


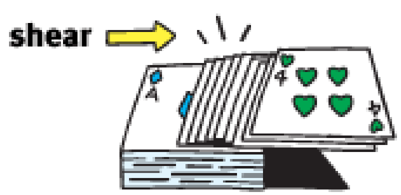
Ανάλυση δύναμης δίνει διατμητική συνιστώσα

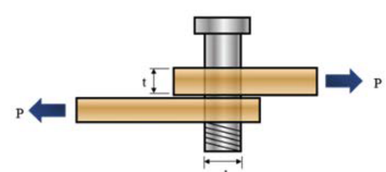
Διατμητική Δύναμη

Οποιαδήποτε δύναμη δρα **παράλληλα** στην επιφάνεια ή στην επίπεδη διατομή ενός σώματος

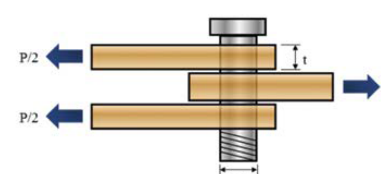








Single-shear joint



Double-shear joint

Υπολογισμός Εσωτερικών Δυνάμεων N,Q,M

Εξισώσεις Στατικής Ισορροπίας		Εσωτερικές Δυνάμεις
$\Sigma F_x=0$	→	Ορθές, **N**
$\Sigma F_y=0$	→	Διατμητικές ή Τέμνουσες, **Q**
$\Sigma M=0$	→	Ροπές, **M**

Κατανεμημένες Φορτίσεις

Σε προβλήματα εσωτερικών τάσεων σε ολόσωμες δοκούς, συχνά **δυνάμεις μεταβάλλονται με την θέση x** κατά μήκος της δοκού.

Ανακαλούμε (Διάλεξη 2) πως μπορούμε να αντικαταστήσουμε την κατανεμημένη δύναμη με ενιαία ισοδύναμη **συνισταμένη F_R** που ενεργεί σε **συγκεκριμένη θέση** στη δοκό.

Αν L το μήκος της δοκού και $p(x)$ η κατανομή δύναμης:

Μέγεθος συνισταμένης

$$F_R = \int_L p(x)dx$$

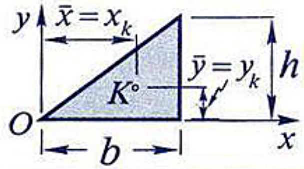
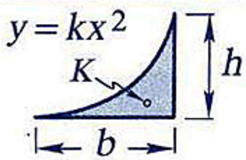
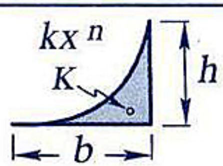
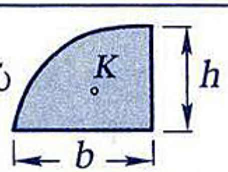
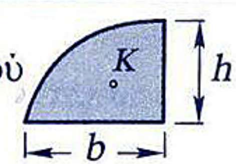
εμβαδό περιοχής κάτω από την κατανεμημένη φόρτωση

Θέση συνισταμένης

$$\bar{x} = \frac{\int_L xp(x)dx}{\int_L p(x)dx}$$

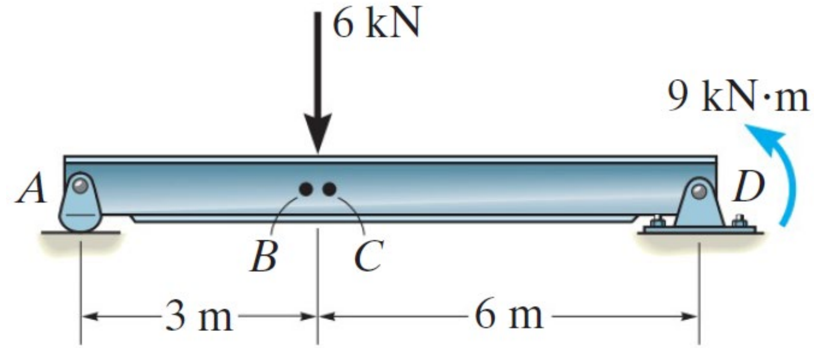
γεωμετρικό κέντρο ή κεντροειδές της περιοχής κάτω από την κατανεμημένη φόρτωση

Κατανεμημένες Φορτίσεις (2)

Μορφή Κατανεμημένης Φόρτισης	Μέγεθος συνισταμένης	Συντεταγμένες γεωμετρικού κέντρου	
		$\bar{x} = x_k$	$\bar{y} = y_k$
	$\dfrac{bh}{2}$	$\dfrac{2}{3}b$	$\dfrac{1}{3}h$
	$\dfrac{bh}{3}$	$\dfrac{3}{4}b$	$\dfrac{3}{10}h$
	$\dfrac{bh}{n+1}$	$\dfrac{3}{n+2}b$	$\dfrac{(n+1)}{2(2n+1)}h$
2ου βαθμού 	$\dfrac{2bh}{3}$	$\dfrac{5}{8}b$	$\dfrac{2}{5}h$
nου βαθμού 	$\dfrac{nbh}{n+1}$	$\dfrac{n+3}{2(n+2)}b$	$\dfrac{n}{2n+1}h$

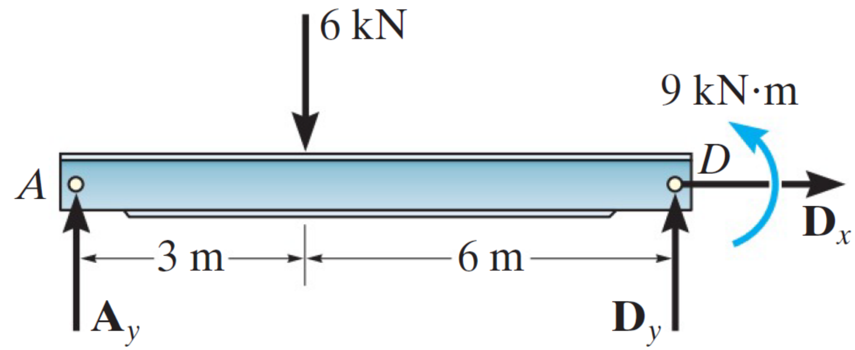
Παράδειγμα 1

Στη δοκό του σχήματος, υπολογίστε την ορθή δύναμη, την διατμητική δύναμη και την καμπτική ροπή που ενεργούν ακριβώς αριστερά (σημείο B) και ακριβώς δεξιά (σημείο C) Γ, της δύναμης 6 kN.



<u>ΛΥΣΗ</u>

1. Διάγραμμα Ελευθέρου Σώματος:



2. Ισορροπία για υπολογισμό A_y (μόνο, γιατί θα χρησιμοποιήσουμε μόνο το αριστερό τμήμα της δοκού):

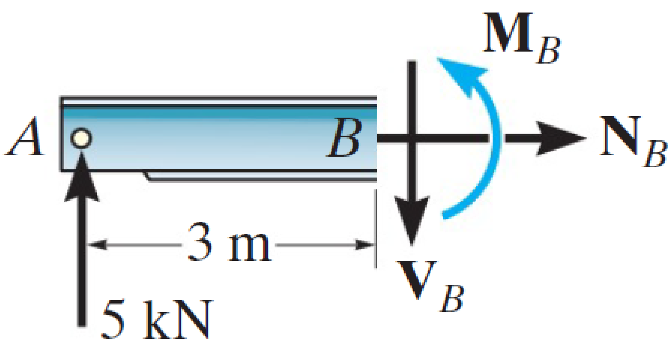
$$\circlearrowleft + \Sigma M_D = 0; \quad 9\ \text{kN}\cdot\text{m} + (6\ \text{kN})(6\ \text{m}) - A_y(9\ \text{m}) = 0$$

$$A_y = 5\ \text{kN}$$

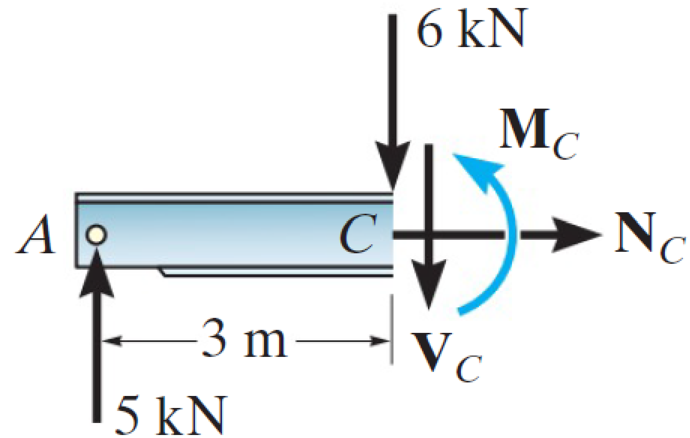
Παράδειγμα 1 (2)

3. Δ.Ε.Σ. τμημάτων

<u>AB (αριστερά της 6 kN, τομή στο B)</u>



<u>AC (δεξιά της 6 kN, τομή στο C)</u>



4. Ισορροπία @ AB:

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \qquad \boxed{N_B = 0}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 5\text{ kN} - V_B = 0 \qquad \boxed{V_B = 5\text{ kN}}$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_B = 0; \qquad -(5\text{ kN})(3\text{ m}) + M_B = 0 \qquad \boxed{M_B = 15\text{ kN}\cdot\text{m}}$$

5. Ισορροπία @ AC:

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \qquad \boxed{N_C = 0}$$

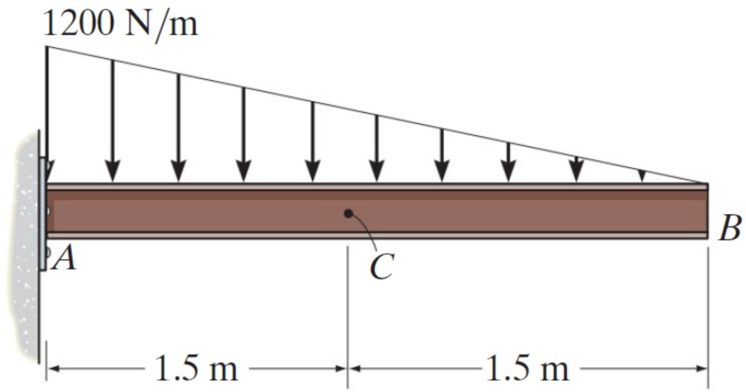
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 5\text{ kN} - 6\text{ kN} - V_C = 0 \qquad \boxed{V_C = -1\text{ kN}}$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_C = 0; \qquad -(5\text{ kN})(3\text{ m}) + M_C = 0 \qquad \boxed{M_C = 15\text{ kN}\cdot\text{m}}$$

Πως μεταβάλλονται;

Παράδειγμα 2

Στη δοκό του σχήματος, υπολογίστε την **ορθή** δύναμη, την **διατμητική** δύναμη και την καμπτική **ροπή** στο σημείο C.

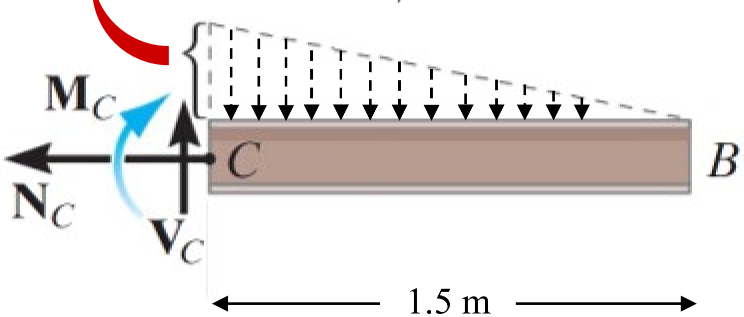


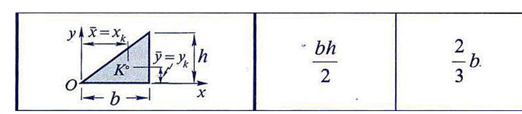
ΛΥΣΗ

1. ΔΕΣ Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το τμήμα BC (τομή στο C) ώστε να μη χρειάζεται να βρούμε τις αντιδράσεις στήριξης (πάκτωση στο A)

Όμοια τρίγωνα

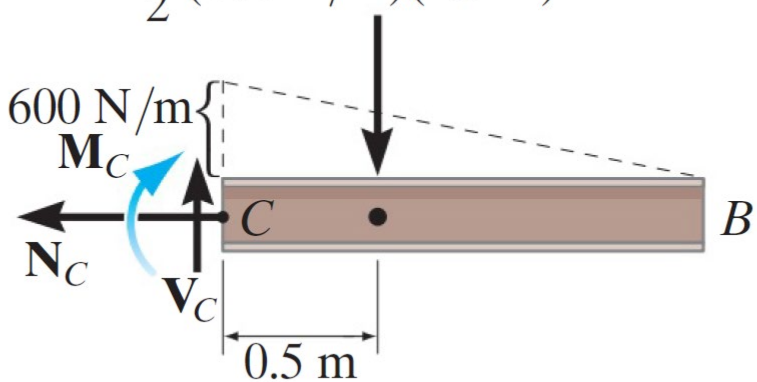
$$w_C = (1200\ \mathrm{N/m})\left(\frac{1.5\ \mathrm{m}}{3\ \mathrm{m}}\right) = $$
$$= 600\ \mathrm{N/m}$$





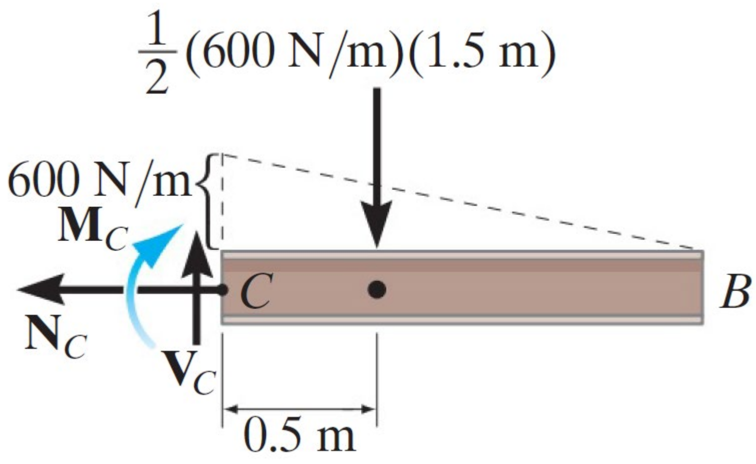
$$\frac{bh}{2} \qquad \frac{2}{3}b$$

$$\frac{1}{2}(600\ \mathrm{N/m})(1.5\ \mathrm{m})$$



Παράδειγμα 2 (2)

2. Ισορροπία @ BC



$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0 \qquad N_C = 0$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \qquad V_C - \tfrac{1}{2}(600\ \mathrm{N/m})(1.5\ \mathrm{m}) = 0$$

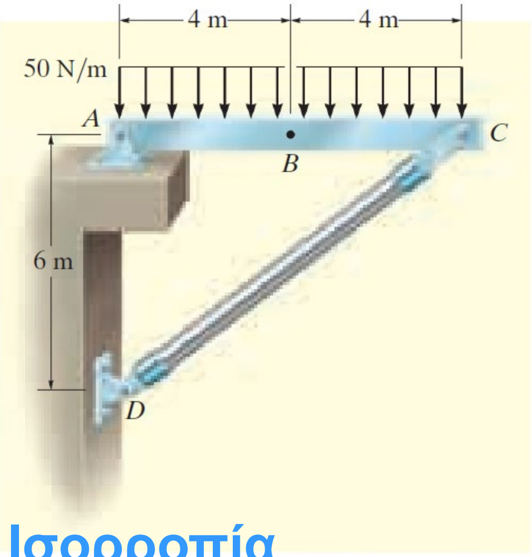
$$V_C = 450\ \mathrm{N}$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_C = 0 \qquad -M_C - \tfrac{1}{2}(600\ \mathrm{N/m})(1.5\ \mathrm{m})(0.5\ \mathrm{m}) = 0$$

$$M_C = -225\ \mathrm{N\,m}$$

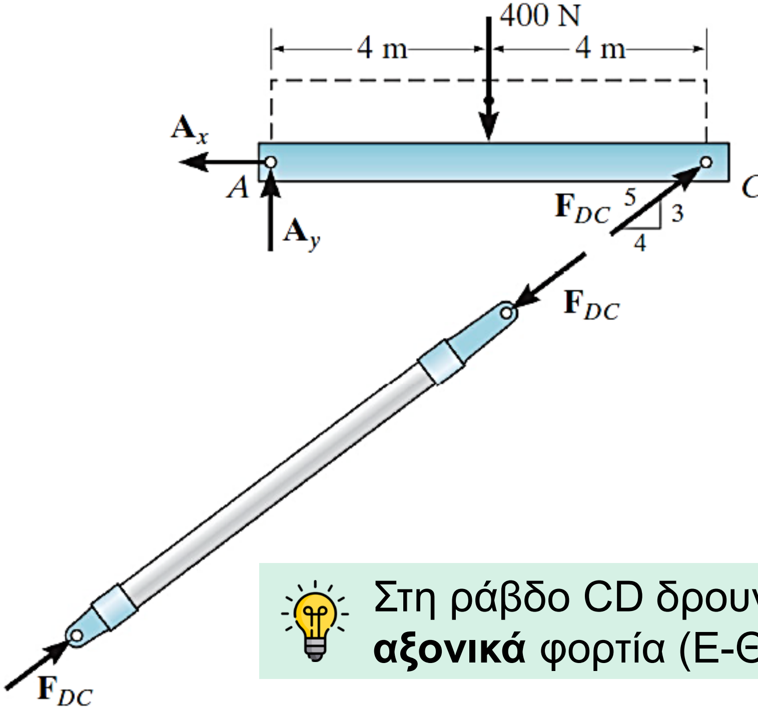
Παράδειγμα 3

Στο πλαίσιο του σχήματος, υπολογίστε την **ορθή** δύναμη, την **διατμητική** δύναμη και την καμπτική **ροπή** στο σημείο B (CD ράβδος).



ΛΥΣΗ

1. Συνολικό ΔΕΣ



Στη ράβδο CD δρουν μόνο **αξονικά** φορτία (Ε-Θ)

2. Συνολική Ισορροπία

$$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0 \qquad -400\text{ N}\,(4\text{ m}) + \left(\tfrac{3}{5}\right) F_{DC}\,(8\text{ m}) = 0$$

$$F_{DC} = 333.3\text{ N}$$

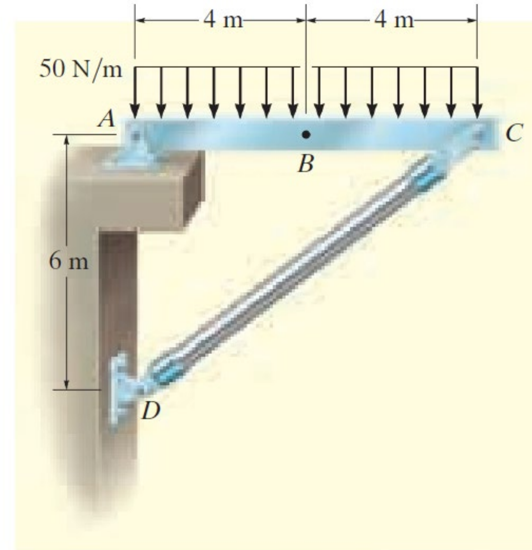
$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0 \qquad -A_x + \left(\tfrac{4}{5}\right)(333.3\text{ N}) = 0$$

$$A_x = 266.7\text{ N}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \qquad A_y - 400\text{ N} + \left(\tfrac{3}{5}\right)(333.3\text{ N}) = 0$$

$$A_y = 200\text{ N}$$

Παράδειγμα 3 (2)

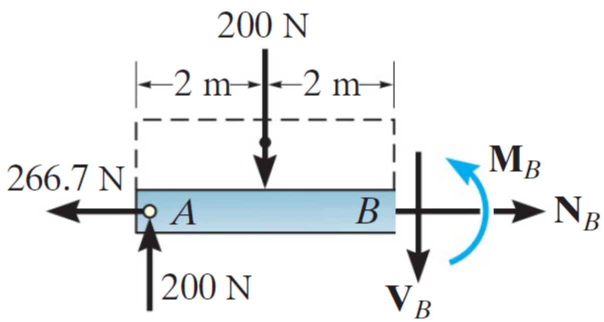


Αναζητούμε δυνάμεις στο B, τομή εκεί.

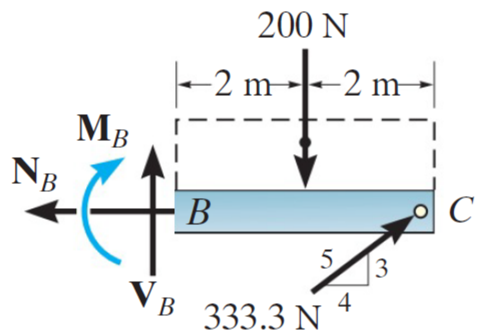
3. Επιμέρους ΔΕΣ

Προσοχή στα *επιμέρους κατανεμημένα φορτία*!

ΑΡΙΣΤΕΡΟ ΤΜΗΜΑ



ΔΕΞΙ ΤΜΗΜΑ



4. Ισορροπία @ AB

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0 \qquad N_B - 266.7\ \text{N} = 0 \qquad \boxed{N_B = 267\ \text{N}}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \qquad 200\ \text{N} - 200\ \text{N} - V_B = 0 \qquad \boxed{V_B = 0}$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_B = 0 \qquad M_B - 200\ \text{N}\ (4\ \text{m}) + 200\ \text{N}\ (2\ \text{m}) = 0$$

$$\boxed{M_B = 400\ \text{N} \cdot \text{m}}$$

Ολόσωμοι Φορείς: Δοκοί

Οι πιο κοινοί ολόσωμοι δομικοί φορείς: Μακρά, ευθύγραμμα δομικά στοιχεία σταθερής διατομής που έχουν σχεδιαστεί ώστε να φέρουν **φορτία κάθετα** στους άξονές τους. Σαν αποτέλεσμα **κάμπτονται** & αναπτύσσουν **Τέμνουσες & Ροπές**.

Αμφιέριστη δοκός

Πακτωμένη δοκός ή πρόβολος

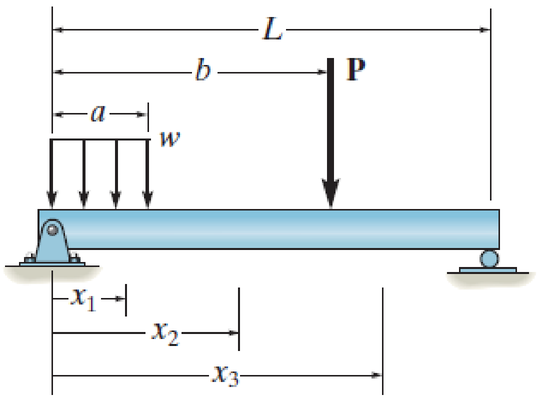
Μονοπροέχουσα δοκός

Διαγράμματα NQM

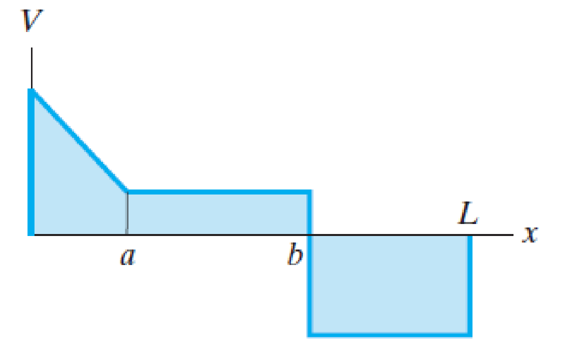
- Για τον **ασφαλή σχεδιασμό** & **πρόβλεψη της μηχανικής συμπεριφοράς** της δοκού, είναι απαραίτητη η γνώση των εσωτερικών δυνάμεων N,Q,M που αναπτύσσονται **σε κάθε σημείο κατά μήκος του άξονα της δοκού**.
- Ζητούμε δηλαδή, τον προσδιορισμό και **γραφική αναπαράσταση** των **πλήρων συνεχών κατανομών των N(x) ,Q(x) και M(x)** ως προς τη θέση x, στη δοκό. Αυτά είναι τα **διαγράμματα NQM**.
- Μπορούν να προσδιοριστούν με τη **μέθοδο των τομών** (& χρήση των εξισώσεων ισορροπίας).
- Σε αντίθεση με τα δικτυώματα όπου η τομή πραγματοποιούταν σε συγκεκριμένη γνωστή θέση, εδώ πρέπει να ληφθεί σε **αυθαίρετη απόσταση x** από το άκρο της δοκού και μετά να εφαρμοστούν οι **εξισώσεις ισορροπίας** στο τμήμα μήκους x.

Διαγράμματα NQM (2)

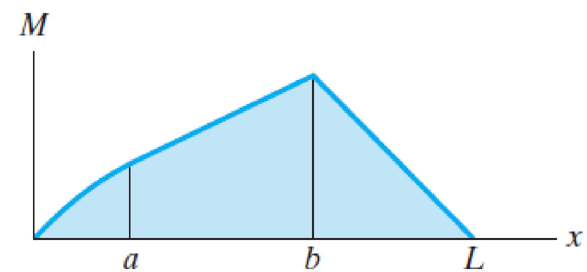
- Οι συναρτήσεις N,Q,M ή οι κλίσεις τους εμφανίζουν μεταβολές, σε σημεία **μεταβολής** της **κατανομής φορτίου** ή σε σημεία όπου δρουν **εντοπισμένες δυνάμεις ή ροπές**.
- Συνεπώς **πρέπει να προσδιορίζονται για κάθε τμήμα της δοκού** που βρίσκεται **μεταξύ 2 οποιωνδήποτε μεταβολών** φόρτισης.



Για παράδειγμα, στην δοκό του σχήματος, θα πρέπει να προσδιοριστούν **ξεχωριστά** για κάθε ένα από τα μήκη **x_1**, **x_2** και **x_3** και θα ισχύουν μόνο για τα τμήματα **0-α**, **α-β** και **β-L**, αντίστοιχα.



Αν οι συναρτήσεις αναπαρασταθούν γραφικά, θα προκύψουν τα **διαγράμματα τεμνουσών** και **καμπτικών ροπών** αντίστοιχα.



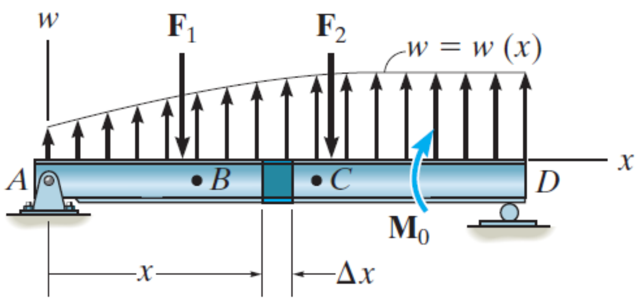
Στην πραγματικότητα:

Οι εσωτερικές **ορθές δυνάμεις N** πρακτικά **δεν λαμβάνονται υπόψη** για 2 λόγους:

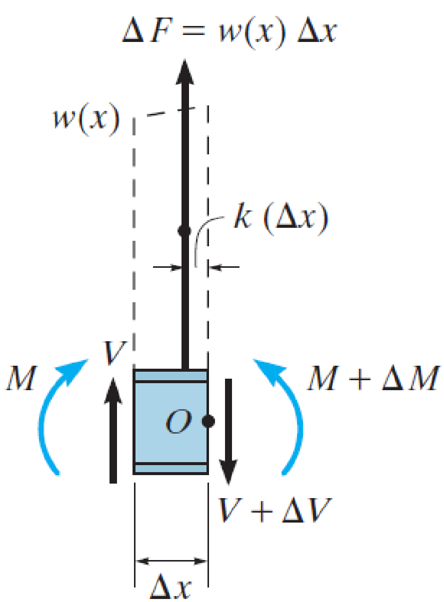
1. Στις περισσότερες περιπτώσεις, τα φορτία εφαρμόζονται κάθετα στους άξονες της δοκού, παράγοντας **μόνο** εσωτερικές **τέμνουσες Q** και καμπτικές **ροπές M**
2. Για σχεδιαστικούς σκοπούς, η **αντίσταση της δοκού σε διάτμηση και κάμψη**, είναι πιο σημαντική από την ικανότητά της να αντιστέκεται σε ορθές φορτίσεις.

Σχέσεις μεταξύ Φόρτισης, Q και M

Για την ευκολότερη κατασκευή των διαγραμμάτων, μπορούμε να χρησιμοποιούμε **διαφορικές σχέσεις** που υπάρχουν μεταξύ του εφαρμοζόμενου **φορτίου**, των **τεμνουσών δυνάμεων** και των **ροπών**.



π.χ. έστω η αμφιέριστη δοκός στην οποία δρα τυχαία κατανεμημένο φορτίο w(x), και σειρά δυνάμεων (F_1, F_2) και ροπών (M_0)

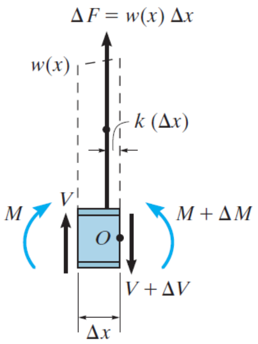


Στο **ΔΕΣ τμήματος Δx** (στο οποίο ***δεν*** **ασκείται συγκεντρωμένη δύναμη ή ροπή** παρά μόνο w(x)):

- Η διάτμηση V και η ροπή M στο δεξί άκρο (x+Δx) είναι κατάτι μεγαλύτερες για να διατηρείται η ισορροπία στο τμήμα
- Το κατ/νο φορτίο έχει αντικατασταθεί από συνισταμένη δύναμη ΔF=w(x)Δx που δρα σε θέση k(Δx) (πχ αν w(x) σταθερό, k=1/2)

Σχέσεις μεταξύ Φόρτισης, Q και M (2)

Λαμβάνοντας ισορροπία δυνάμεων κατά y:



$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \qquad V + w(x)\Delta x - (V + \Delta V) = 0$$

$$\Delta V = w(x)\Delta x$$

Διαιρώντας κατά μέλη με Δx και αφήνοντας Δx→0 παίρνουμε:

$$\boxed{\frac{dV}{dx} = w(x)}$$

Κλίση διαγράμματος τεμνουσών = Ένταση κατανεμημένου φορτίου

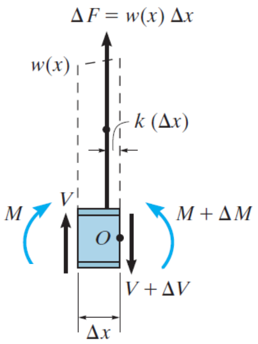
Ξαναγράφοντας ως $dV = w(x)dx$ και ολοκληρώνοντας παίρνουμε:

$$\boxed{\Delta V = \int w(x)\,dx}$$

Μεταβολή τεμνουσών = Εμβαδό κάτω από την καμπύλη κατανεμημένου φορτίου

Σχέσεις μεταξύ Φόρτισης, Q και M (3)

Λαμβάνοντας ισορροπία ροπών ως προς O:



$$\circlearrowleft + \Sigma M_O = 0 \qquad (M + \Delta M) - [w(x)\Delta x]\, k\Delta x - V\Delta x - M = 0$$

ή:

$$\Delta M = V\Delta x + k\, w(x)\Delta x^2$$

Διαιρώντας κατά μέλη με Δx και αφήνοντας το Δx→0 παίρνουμε:

$$\boxed{\frac{dM}{dx} = V}$$

Κλίση διαγράμματος ροπών **=** Τέμνουσες

ή:

$$\boxed{\Delta M = \int V\, dx}$$

Μεταβολή ροπής **=** Εμβαδό κάτω από την καμπύλη τεμνουσών

ΠΡΟΣΟΧΗ ΔΕΝ ΙΣΧΥΟΥΝ ΓΙΑ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΜΕΝΕΣ ΦΟΡΤΙΣΕΙΣ Ή ΡΟΠΕΣ!

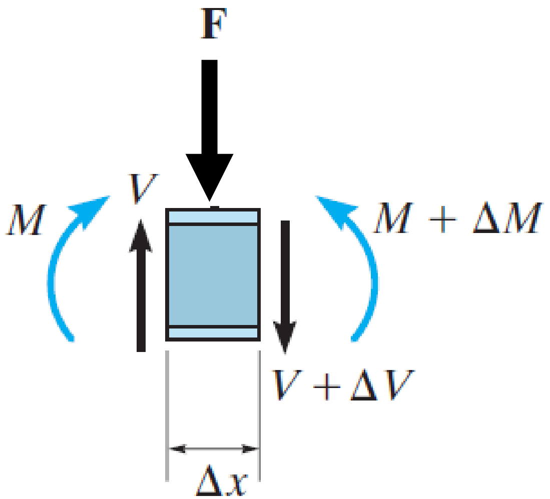
Συγκεντρωμένες Φορτίσεις

Στο ΔΕΣ διαφορικού τμήματος *Δx* που περιλαμβάνει **συγκεντρωμένη δύναμη F**, λαμβάνω ισορροπία κατά y:

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \qquad \Delta V = -F$$

Στο διάγραμμα τεμνουσών, στο σημείο της δύναμης, θα εμφανιστεί «βύθιση» ίση με F

(Για F προς τα πάνω εμφανίζεται «άλμα»)

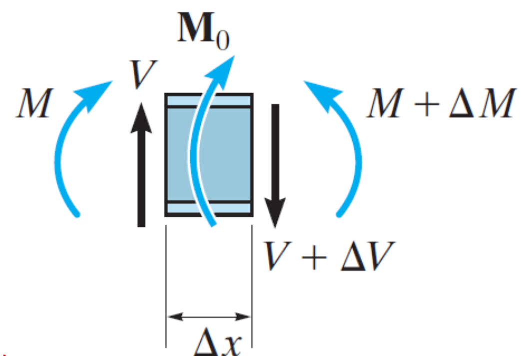


Στο ΔΕΣ διαφορικού τμήματος *Δx* που περιλαμβάνει **συγκεντρωμένη ροπή M_0**, λαμβάνω ισορροπία ροπών:

$$\circlearrowleft + \Sigma M = 0 \qquad \Delta M = M_0$$

Στο διάγραμμα τεμνουσών, στο σημείο της ροπής, θα εμφανιστεί «άλμα» ίσο με M_0

(Για M αριστερόστροφη εμφανίζεται «βύθιση»)



Εργαλειοθήκη 1 – Τέμνουσες

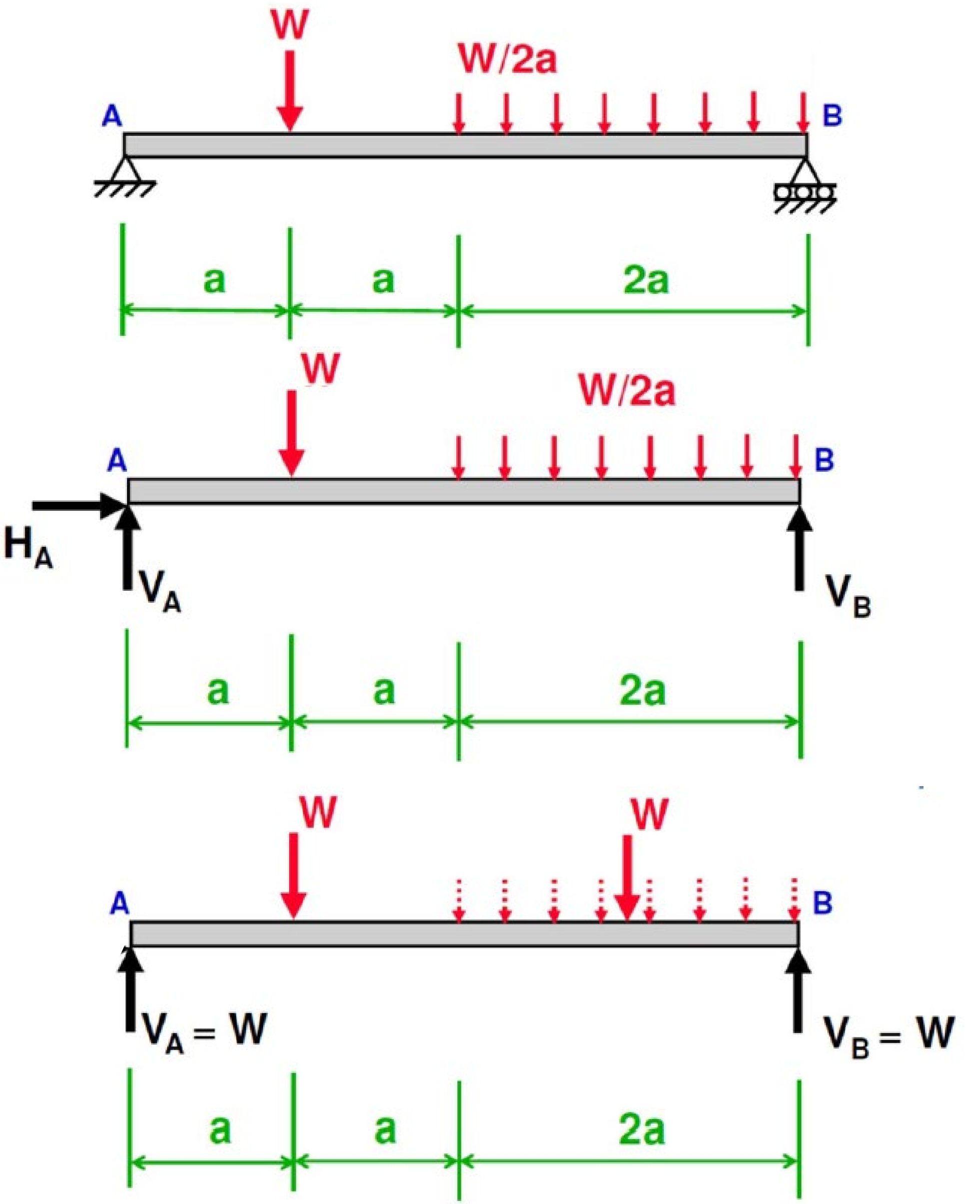
- Η **κλίση** του διαγράμματος **διατμητικών δυνάμεων** σε ένα σημείο, είναι **ίση** με την ένταση της κατανεμημένης **φόρτισης**, δηλ. $dV/dx = w(x)$.
- Η **μεταβολή των διατμητικών δυνάμεων** ΔV μεταξύ δύο σημείων είναι ίση με το **εμβαδό** κάτω από την καμπύλη κατανεμημένης **φόρτισης** μεταξύ των σημείων.
- Εάν μια **συγκεντρωμένη δύναμη** δράσει προς τα πάνω στη δοκό, η **διάτμηση θα αυξηθεί** τοπικά κατά το ίδιο ποσό.

Εργαλειοθήκη 2 - Ροπές

- Η **κλίση του διαγράμματος ροπής** σε ένα σημείο είναι ίση με τη διάτμηση, δηλ. dM/dx = V.
- Η **μεταβολή της ροπής ΔΜ** μεταξύ δύο σημείων είναι ίση με το **εμβαδό** κάτω από το **διάγραμμα διατμητικών δυνάμεων** μεταξύ των σημείων.
- Εάν ενεργήσει στη ράβδο **δεξιόστροφη ροπή**, το διάγραμμα ροπών θα **αυξηθεί** τοπικά κατά το ίδιο ποσό ροπής.
- Τα σημεία **μηδενικής διάτμησης** αντιπροσωπεύουν σημεία **μέγιστης ή ελαχίστης ροπής** αφού dM/dx = 0.
- Αφού μια ολοκλήρωση του w(x) εμπλέκεται στον προσδιορισμό της μεταβολής της διάτμησης, και μια δεύτερη στον προσδιορισμό της ροπής, τότε **εάν η καμπύλη φόρτισης** w(x) είναι πολυώνυμο βαθμού **n**, η **V(x)** θα **n + 1** βαθμού, και η **M(x)** θα είναι **n + 2** βαθμού.

Παράδειγμα 1

Σχεδιάστε το διάγραμμα NQM της αμφιέριστης δοκού του σχήματος



1. ΔΕΣ & Αντιδράσεις στηρίξεων:

2. Ισορροπία φορέα:

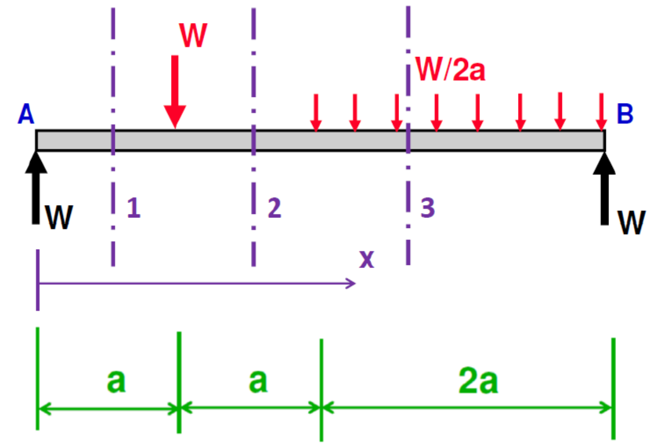
$$\sum F_x = 0 \rightarrow \boxed{\mathrm{H_A} = 0}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow \; V_A + V_B = W + \frac{W}{2a} 2a = 2W$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -Wa - \frac{W}{2a} 2a(3a) + V_B(4a) = 0$$

$$\rightarrow \boxed{V_B = W = V_A}$$

Παράδειγμα 1 (2)

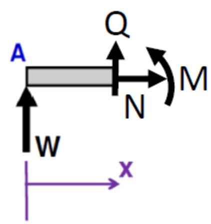


3. Χάραξη Τομών:

«για κάθε τμήμα της δοκού που βρίσκεται μεταξύ 2 οποιωνδήποτε μεταβολών φόρτισης»

4. Ισορροπίες ανά τομή:

1)

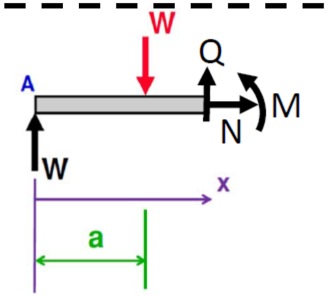


$$\sum F_y = 0 \rightarrow \ Q(x) + W = 0 \rightarrow Q(x) = -W$$

$$\sum M_{1T} = 0 \rightarrow M(x) - Wx = 0 \rightarrow M(x) = Wx$$

---

2)

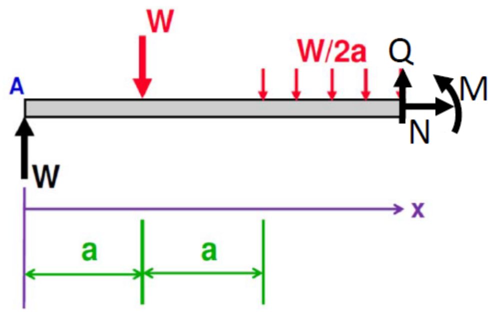


$$\sum F_y = 0 \rightarrow \ Q(x) + W - W = 0 \rightarrow Q(x) = 0$$

$$\sum M_{2T} = 0 \rightarrow M(x) - Wx + W(x-a) = 0 \rightarrow M(x) = Wa$$

---

3)



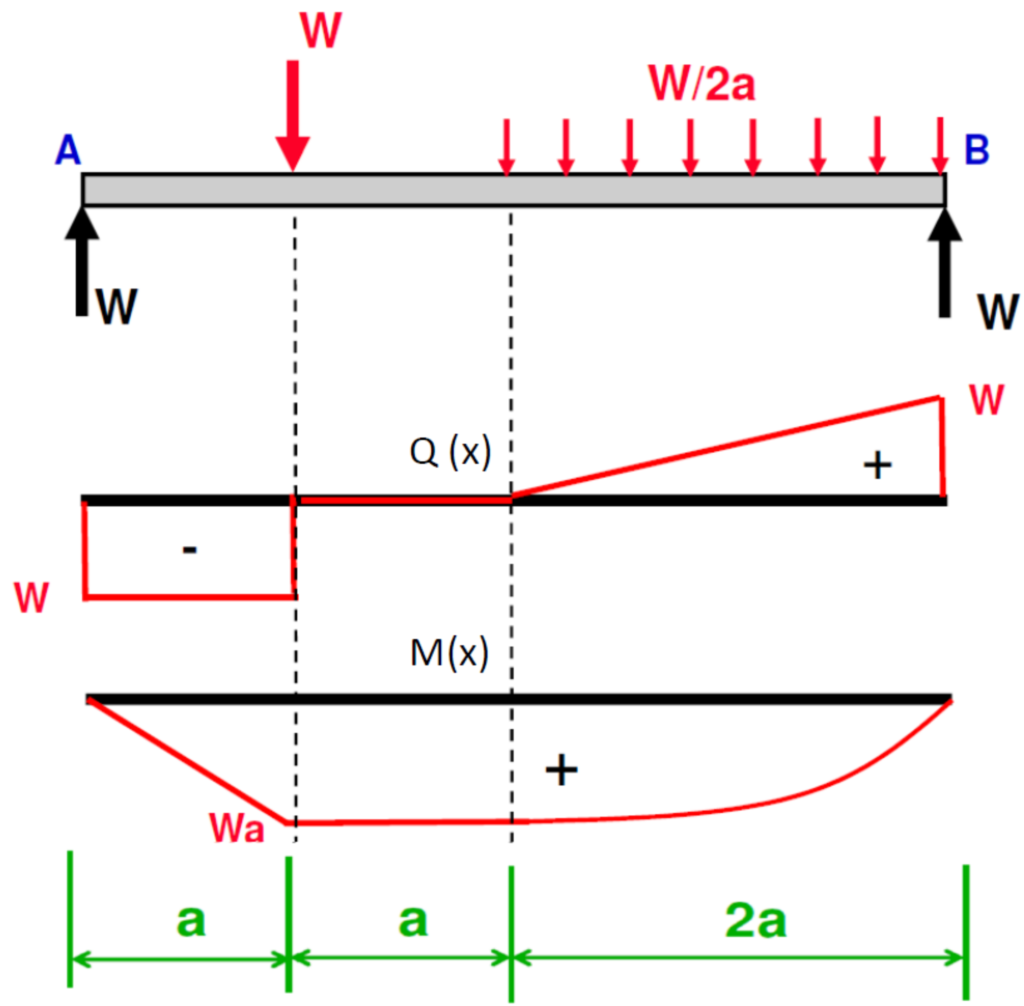
$$\sum F_y = 0 \rightarrow \ Q(x) + W - W - \left(\frac{W}{2a}\right)(x-2a) = 0 \rightarrow Q(x) = \left(\frac{W}{2a}\right)(x-2a)$$

$$\sum M_{3T} = 0 \rightarrow M(x) - Wx + W(x-a) + \left(\frac{W}{2a}\right)(x-2a)\left(\frac{x-2a}{2}\right) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow M(x) = -\frac{W}{4a}x^2 + Wx$$

Παράδειγμα 1 (3)

5. Διάγραμμα NQM:



Τομή 1: 0<x<α

$Q(x) = -W$

$M(x) = Wx$

Τομή 2: α<x<2α

$Q(x) = 0$

$M(x) = Wa$

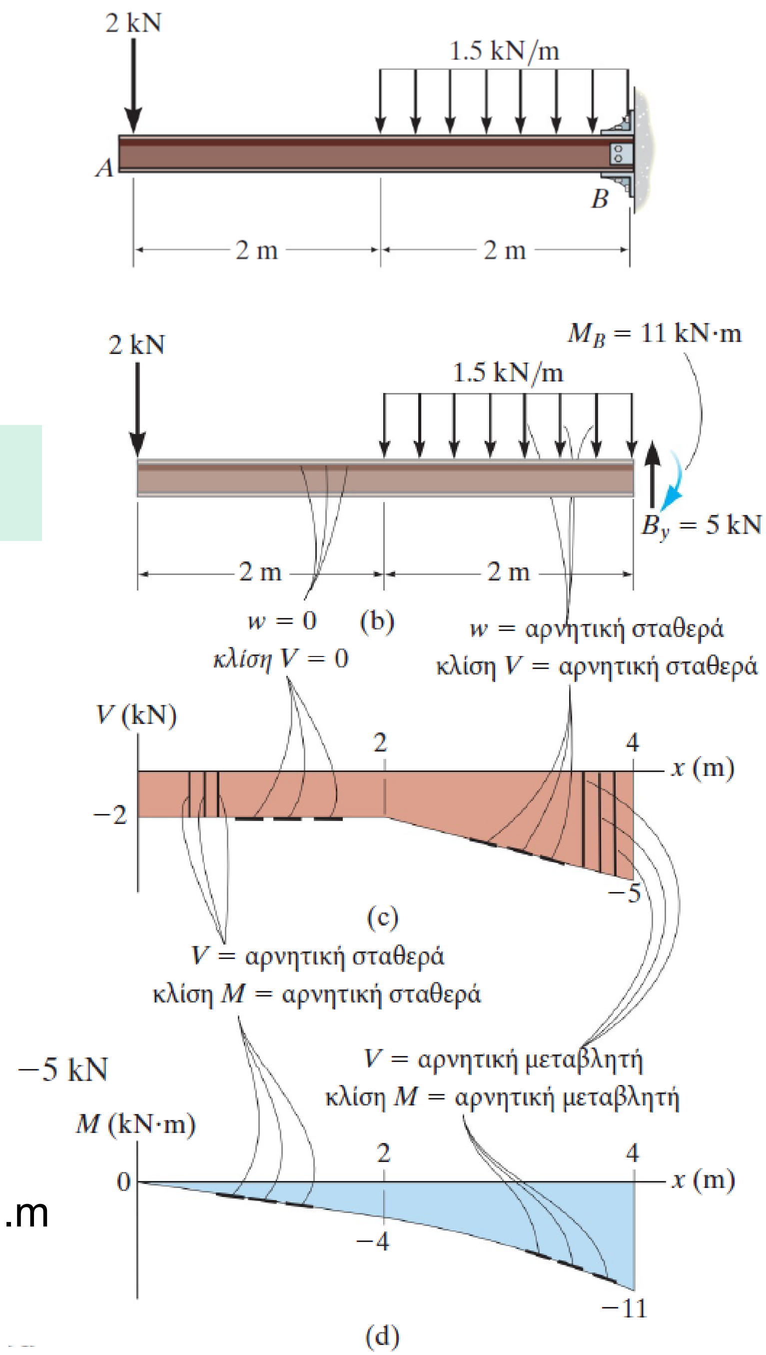
Τομή 3: 2α<x<4α

$Q(x) = \left(\frac{W}{2a}\right)(x - 2a)$

$M(x) = -\frac{W}{4a}x^2 + Wx$

Παράδειγμα 2

Σχεδιάστε το διάγραμμα NQM της πακτωμένης δοκού του σχήματος



1. ΔΕΣ/Αντιδράσεις στήριξης

- B_y: 5 kN, M_B: 11 kN.m

Απόδειξη

2. Απευθείας σχεδιασμός τεμνουσών

- V_A: -2 kN, στο x = 0
- *Κλίση V=w*
  - w = 0 → κλίση V = 0
  - w = -1.5 kN/m → κλίση V: -1.5 kN/m
- $V_{x=4m}$ = -5 kN, αντίδρασης από ΣF_y=0 (επαληθ. από κλίση)

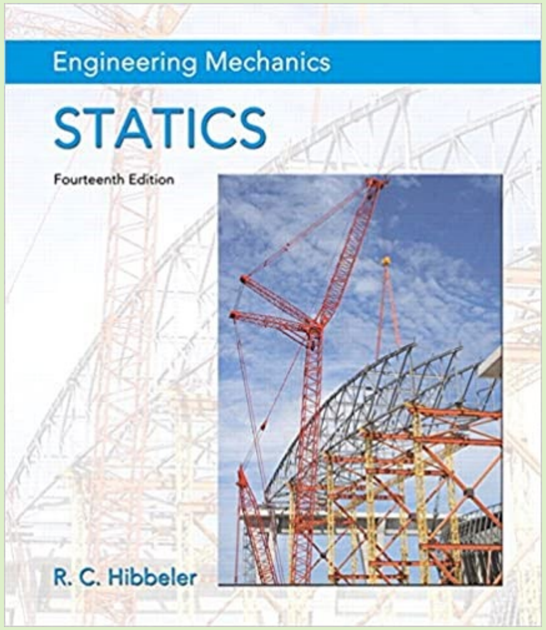
3. Απευθείας σχεδιασμός ροπών

- *M = Εμβαδό κάτω από V(x)*
  - x = 2 → M = 2.(-2) = -4 kN.m
  - x = 4 → M = bxh/2 = [-2+(-5)](2)(1/2) = -7 kN.m

Ανακοινώσεις

Περισσότερη Μελέτη:

- Κεφάλαιο 7, R.C. Hibbeler, Engineering Mechanics: Statics, 14th Edition, 2015



Ώρες συνεργασίας με φοιτητές: Τετάρτη 12.00-14.00