CHM_582: Μηχανική Υλικών

Διάλεξη 3: Ισοστατικοί Επίπεδοι Δικτυωτοί Φορείς (Δικτυώματα)

Κωνσταντίνος Γ. Δάσιος, Αναπλ. Καθηγητής
Τμήμα Χημικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Πατρών
kdassios@upatras.gr

Πάτρα, Μάρτιος 2024

Δικτυωτοί Φορείς

Οι φορείς που είδαμε ως τώρα ήταν **ολόσωμοι**, δέχονται **όλα τα είδη καταπονήσεων** (αξονικά, εγκάρσια, διατμητικά, καμπτικά). Αποτελούνται από **ράβδους**, που συνδέονται μεταξύ τους **με πακτώσεις ή αρθρώσεις**.

Δικτυωτοί Φορείς ή **Δικτυώματα** καλείται η **ειδική κατηγορία φορέων** που αποτελούνται από **λεπτά ευθύγραμμα** **μέλη**, συνήθως **ράβδους**, που ενώνονται μεταξύ τους στα άκρα τους, **αρθρωτά**, σε θέσεις που λέγονται **κόμβοι**. Αναπτύσσσουν μόνο **αξονικά φορτία**.

Επίπεδοι δικτυωτοί φορείς ή **Επίπεδο Δικτύωμα**: όσων οι ράβδοι & οι κόμβοι βρίσκονται σε ενιαίο επίπεδο (χρησιμοποιούνται συχνά για τη στήριξη στεγών και γεφυρών).

Χωρικοί δικτυωτοί φορείς ή **Χωροδικτύωμα**: μέλη ενώνονται στους κόμβους για το σχηματισμό σταθερής **τρισδιάστατης** δομής.

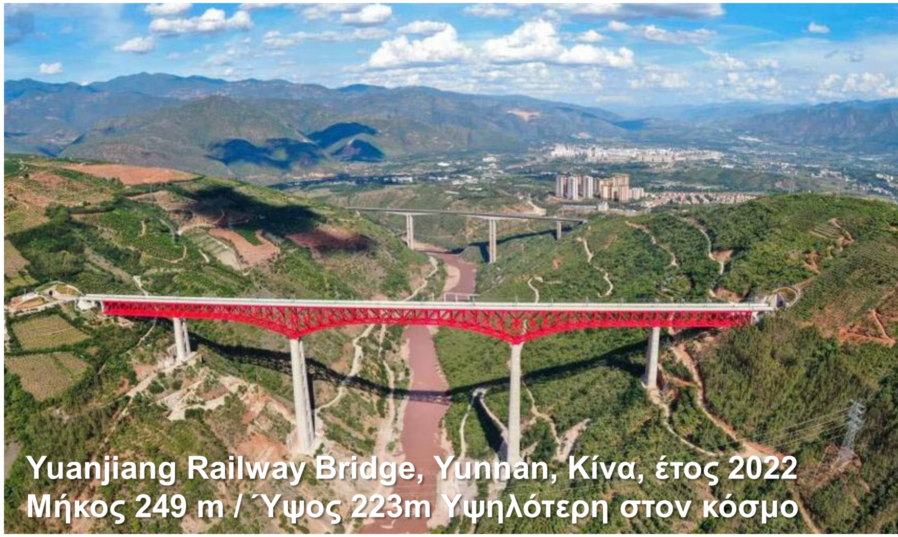
Δομικά Οφέλη Δικτυώματος

Ένα σωστά σχεδιασμένο και κατασκευασμένο δικτύωμα **κατανέμει** τις τάσεις στις ράβδους-μέλη σε όλη τη δομή του, επιτρέποντας στην κατασκευή (πχ γέφυρα) να **φέρει με ασφάλεια υψηλά φορτία,** σε **μεγάλα ανοίγματα**:

- εσωτερικά/ίδια φορτία (βάρος)
- εξωτερικά φορτία (πχ βάρος οχημάτων, άνεμος)

Δημοφιλή στην κατασκευή **γεφυρών** όπου χρησιμοποιείται σχετικά μικρή ποσότητα υλικού για το βάρος που μπορεί να φέρει.

Kapellbrucke, Lucerne, Ελβετία, έτος 1333
Μήκος 220m / Παλαιότερη στον κόσμο

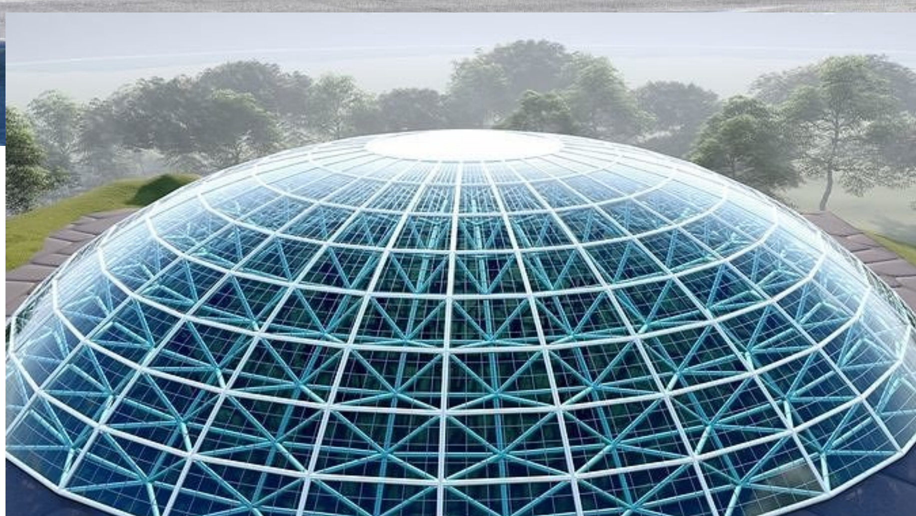


Yuanjiang Railway Bridge, Yunnan, Κίνα, έτος 2022
Μήκος 249 m / Ύψος 223m Υψηλότερη στον κόσμο

Παραδείγματα Επίπεδων Δικτυωμάτων

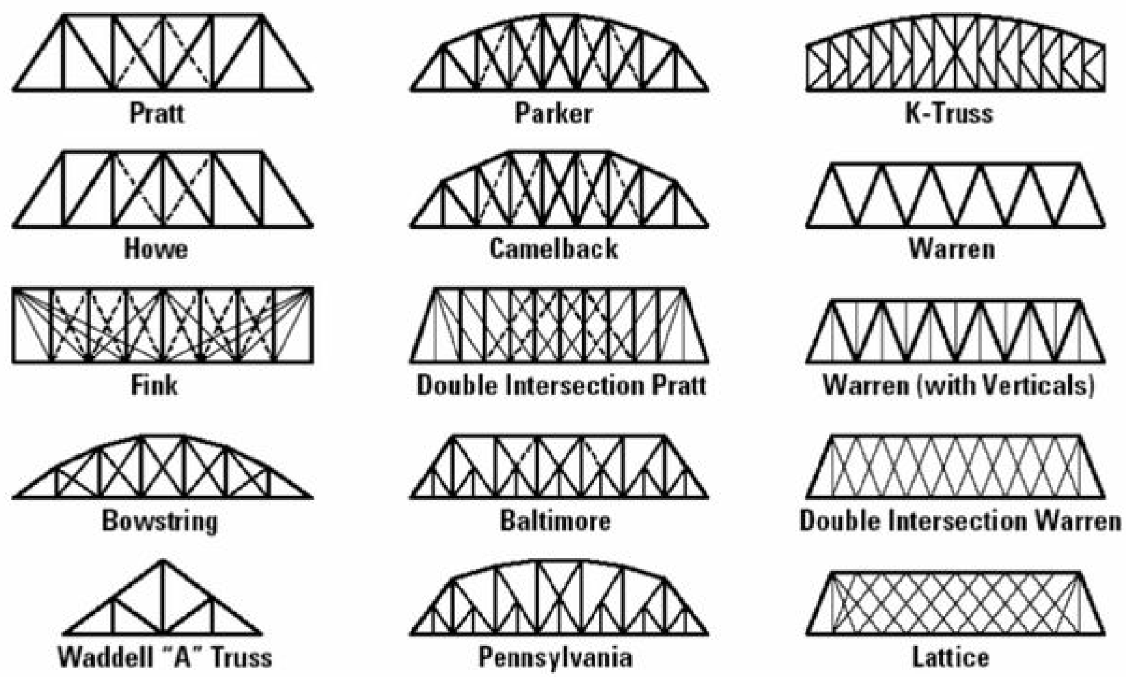
Παραδείγματα Χωρικών Δικτυωμάτων

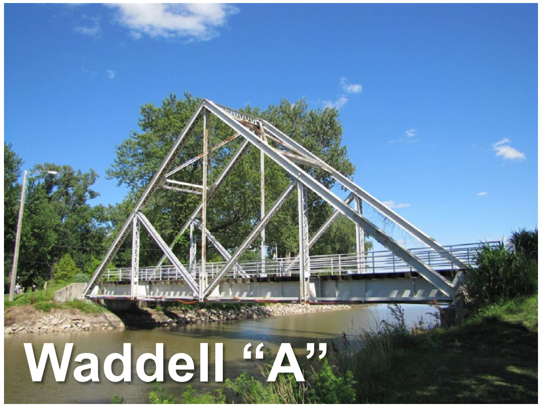
Σταθμός Διοδίων Ελευσίνας



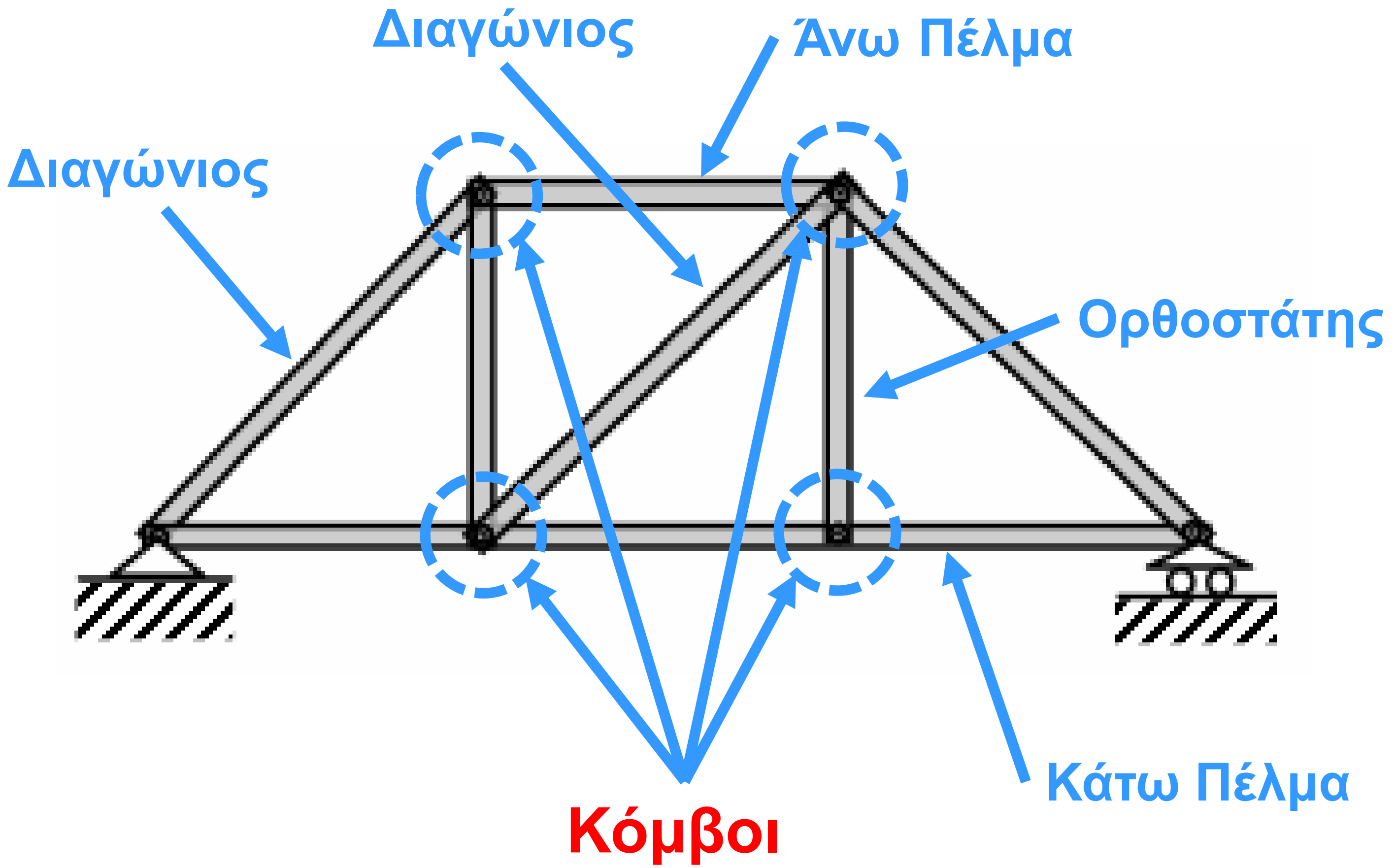
Daegu stadium, South Korea

Τύποι Επίπεδων Δικτυωτών Φορέων

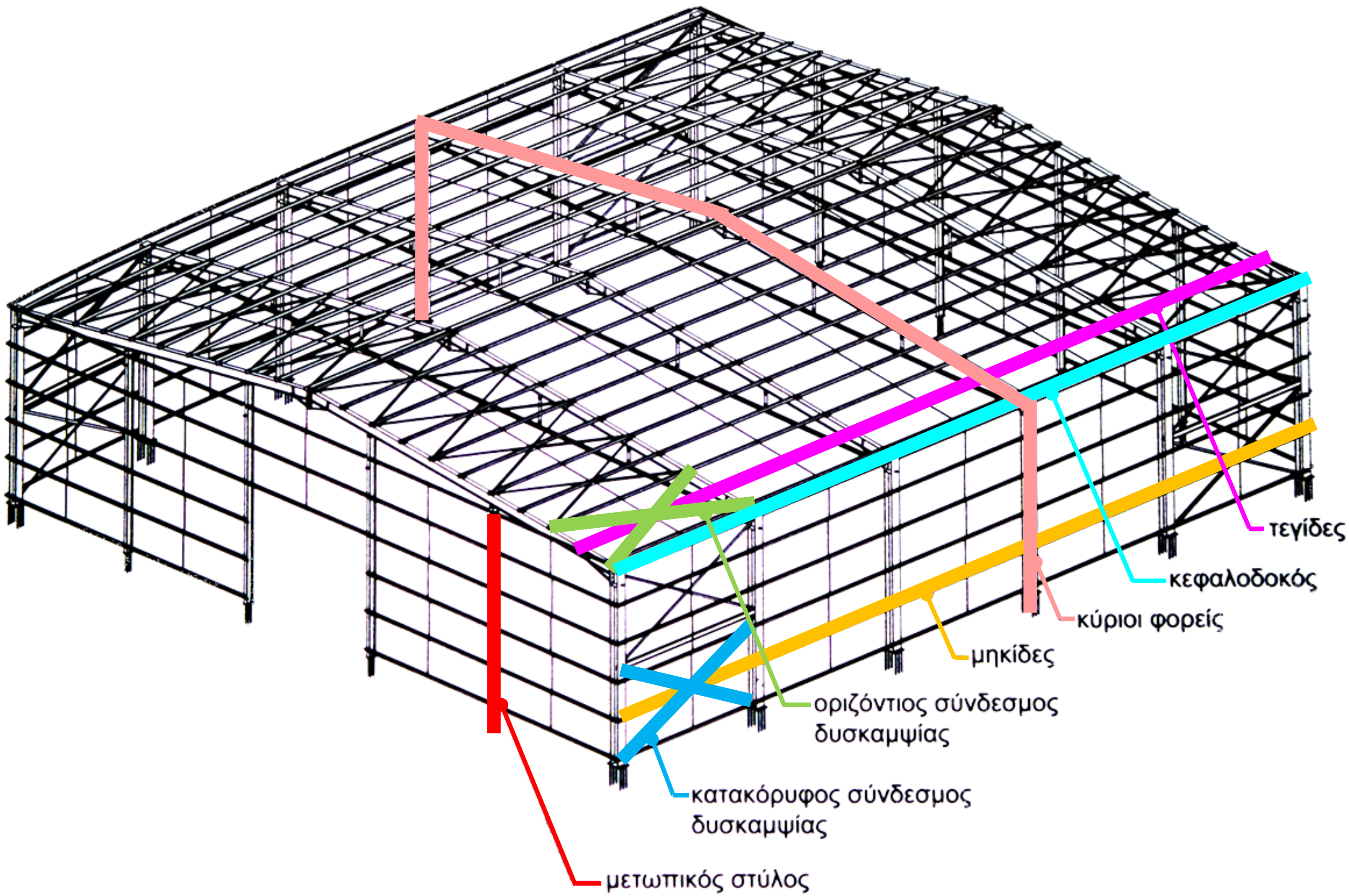




Βασικά Στοιχεία Επίπεδων Δικτυωτών Φορέων: Μέλη και Κόμβοι



Βασικά Στοιχεία Φέροντος Οργανισμού



Παραδοχές & Σημασία Τους

Για το **σχεδιασμό** των μελών & των κόμβων δικτυώματος, είναι απαραίτητο να κάνουμε Δομική Ανάλυση: να **προσδιορίσουμε τις δυνάμεις** που αναπτύσσονται σε κάθε μέλος όταν ο φορέας υποβάλλεται σε φόρτιση

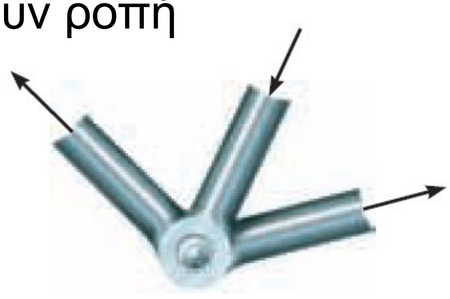
Βασικές παραδοχές Δομικής Ανάλυσης:

1. Όλες οι φορτίσεις (φορτία, αντιδράσεις) δρουν στους κόμβους

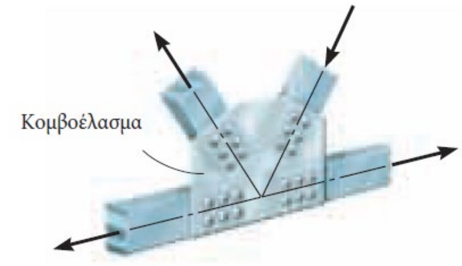
- Ράβδοι δεν φορτίζονται εγκάρσια.
- Ράβδοι συνήθως **αβαρείς** σε σχέση με τις δυνάμεις που φέρουν. Αν είναι υπολογίσιμου βάρους, αυτό αναλύεται με **ισοκατανομή στους 2 κόμβους** (2 κατακόρυφες δυνάμεις μισού μεγέθους στα άκρα της ράβδου.

2. Οι κόμβοι λειτουργούν ως αρθρώσεις

Στρέφονται ελεύθερα, δεν μεταφέρουν ροπή (δεν υπάρχει ενδιάμεσο φορτίο άρα ούτε μοχλοβραχίονας ροπής) παρά μόνο δυνάμεις.



Αν τα άκρα ήταν βιδωμένα;

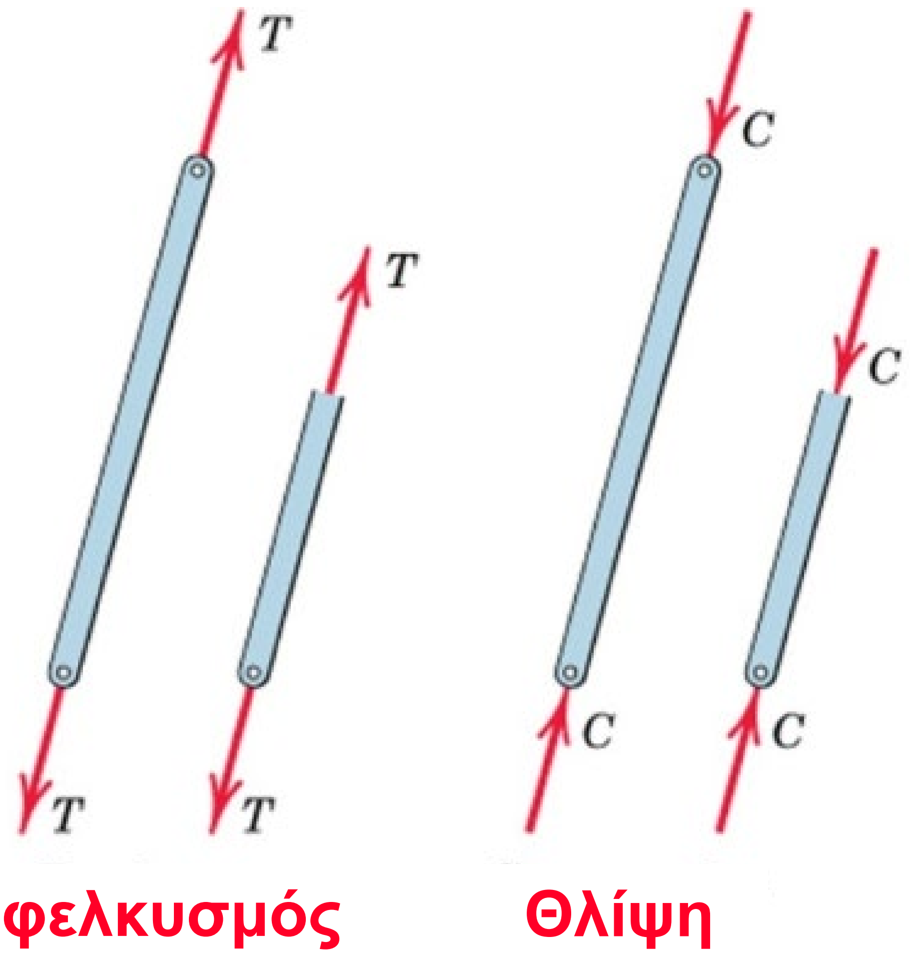


ΟΜΟΙΩΣ! (ΣΥΝΤΡΕΧΟΥΣΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ)

Παραδοχές & Σημασία Τους (2)

Εξαιτίας των παραδοχών αυτών, σε κάθε ράβδο αναπτύσσονται **μόνο αξονικές δυνάμεις**.

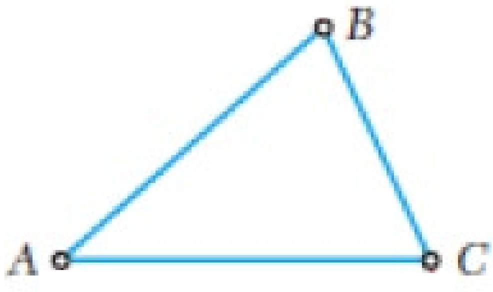
- Εάν η δύναμη τείνει να επιμηκύνει το μέλος, αποτελεί **εφελκυστική δύναμη** (T) ή (E).
- Εάν τείνει να βραχύνει το μέλος, αποτελεί **θλιπτική δύναμη** (C) ή (Θ).



Γεωμετρική Στερεότητα Δικτυωμάτων

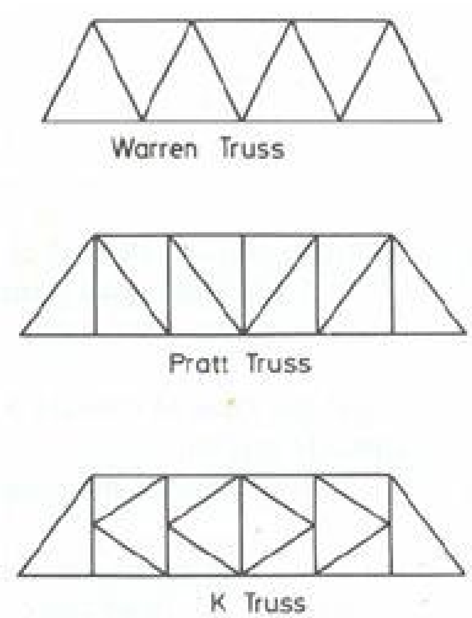
Ένα δικτύωμα πρέπει να είναι **γεωμετρικά στέρεο** ώστε να επιτρέπει τον διαμοιρασμό των φορτίων στα μέλη και ελάχιστη αλλαγή σχήματος υπό φόρτιση.

Το απλούστερη γεωμετρία που παρέχει **στέρεο** δικτύωμα είναι το **τρίγωνο** (3 ράβδοι συνδέονται μεταξύ τους σε 3 κόμβους - αρθρώσεις).



Η **τριγωνοποίηση** είναι σημαντική στα δικτυώματα:

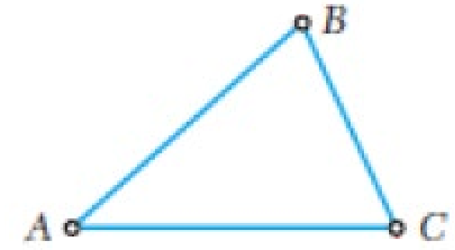
- Τα δικτυώματα συχνά **κατασκευάζονται** με **επέκταση της τριγωνικής βάσης**.
- Συχνά **ορίζουμε** τα δικτυώματα ως πλήθος αλληλοσυνδεδεμένων τριγώνων.
- Τα δικτυώματα από **παράθεση τριγώνων** είναι συνήθως στέρεα



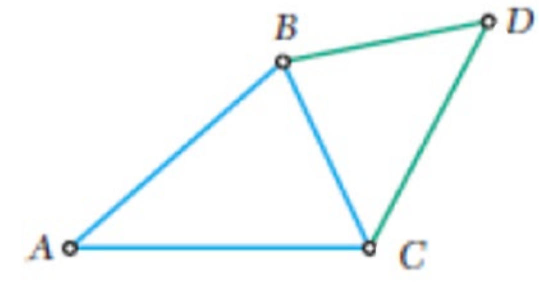
Γεωμετρική Στερεότητα Δικτυωμάτων

Έστω ***m*** το πλήθος των ράβδων (**m**embers) και ***j*** το πλήθος των κόμβων (**j**oints)

- Αν προσθέσουμε **δύο ακόμη** ράβδους τότε **για στερεότητα** χρειαζόμαστε **ένα ακόμη** κόμβο.
- Αν προσθέσουμε **επιπλέον δύο** ράβδους τότε **για στερεότητα** χρειαζόμαστε **επιπλέον ένα** κόμβο.



$m = 3, j = 3$



$m = 3+2, j = 3+1$

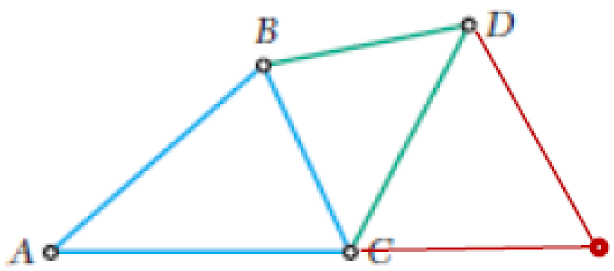
ΜΟΤΙΒΟ

$m = 3, j = 3$
$m = 5, j = 4$
$m = 7, j = 5$
…

$$m = 3 + 2(j-3) = 2j - 3$$

$$\boxed{m = 2j - 3}$$

ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΣΤΕΡΕΟΤΗΤΑΣ ΔΙΚΤΥΩΤΩΝ ΦΟΡΕΩΝ

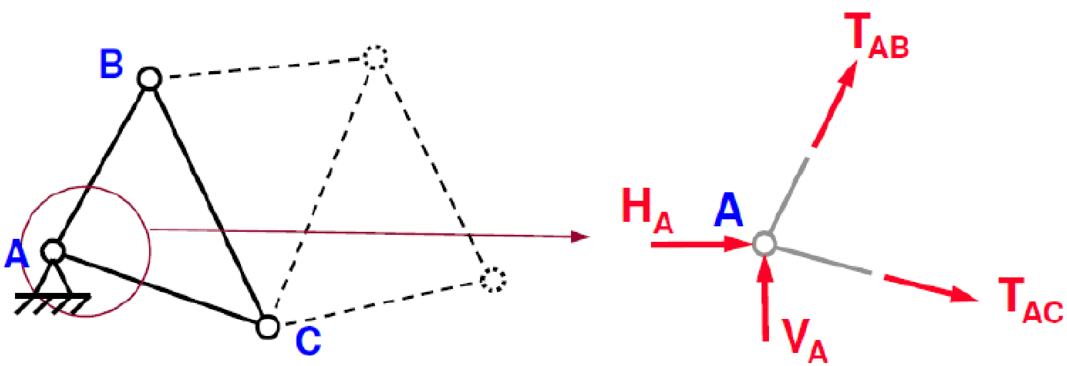


$m = 3+4, j = 3+2$

Ισοστατικότητα Δικτυωμάτων

Για να μπορούν να προσδιοριστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στις ράβδους από τις συνθήκες στατικής ισορροπίας, το δικτύωμα απαιτείται να είναι **στατικά προσδιορισμένο**.

Είναι δηλαδή απαραίτητο να έχουμε **κατάλληλο αριθμό στηρίξεων** για **συγκεκριμένο αριθμό ράβδων και κόμβων** ώστε να έχουμε ισορροπία στη συνολική δικτυωτή κατασκευή. Θα βρούμε τη σχέση τους που συνδέει τα δυο.



Αναγνωρίζουμε πως σε **επίπεδα** δικτυώματα, οι εξισώσεις ισορροπίας σε **κάθε κόμβο** είναι **δύο**:

$$\Sigma F_x = 0,\ \Sigma F_y = 0\ ,\ \cancel{\Sigma M_O = 0}$$

Δυνάμεις συνεπίπεδες και έλλειψη μοχλοβραχίονα

Ισοστατικότητα Δικτυωμάτων (2)

Δύο εξισώσεις ισορροπίας σε κάθε κόμβο σημαίνει πως σε δικτύωμα με **j πλήθος κόμβων**, μπορούν να καταστρωθούν **$2j$ πλήθος εξισώσεων** οι οποίες μπορούν να επιλυθούν για **$2j$ πλήθος αγνώστων (δυνάμεων)**.

Οι άγνωστοι-δυνάμεις είναι δυο τύπων:

- Οι δυνάμεις στα μέλη/ράβδους ***m*** (εφελκυστικές ή θλιπτικές)
- Οι δυνάμεις αντίδρασεις από στηρίξεις, ***R***

Δεδομένου ότι κάθε μέλος/ράβδος φέρει **μια δύναμη**, το πλήθος των μελών, ***m*** θα ισούται με το πλήθος των δυνάμεων στις ράβδους.

Συνεπώς για να είναι ο δικτυωτός φορέας, στατικά προσδιορισμένος πρέπει να ισχύει:

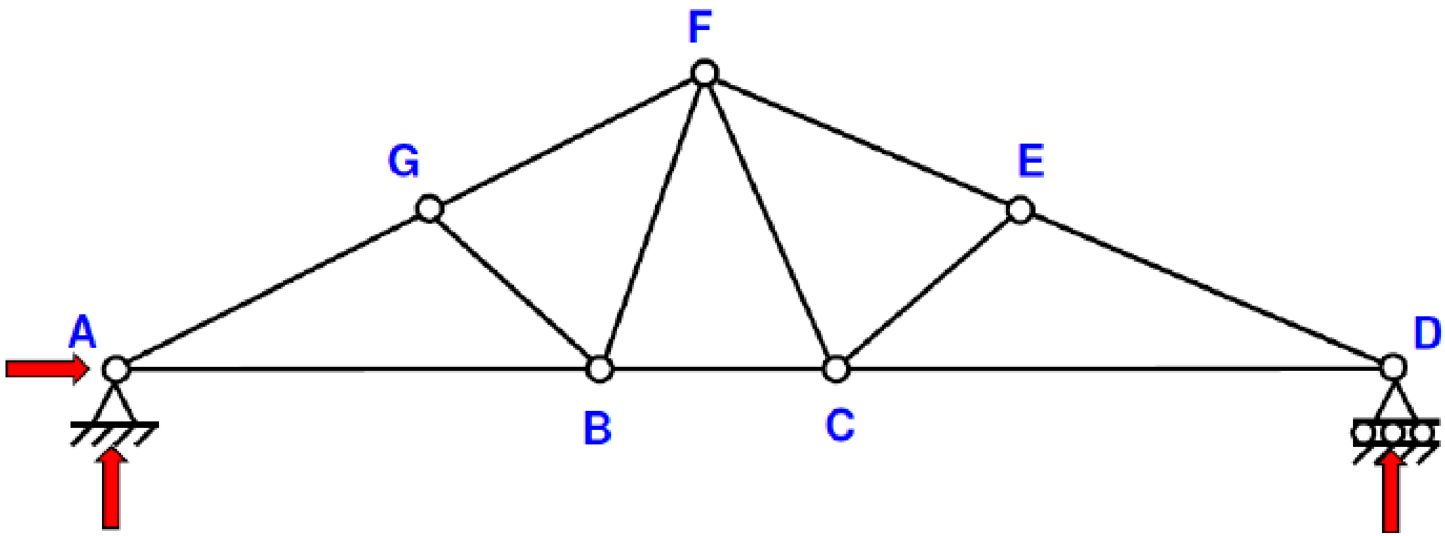
$$\underbrace{m + R}_{\text{ΑΓΝΩΣΤΟΙ}} = \underbrace{2j}_{\text{ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ}}$$

ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΙΣΟΣΤΑΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΔΙΚΤΥΩΤΩΝ ΦΟΡΕΩΝ

$m + R > 2j$ **ΥΠΕΡστατικός ΦΟΡΕΑΣ** έχουμε **λιγότερη** πληροφορία από όση χρειαζόμαστε για επίλυση

$m + R < 2j$ **ΥΠΟστατικός ΦΟΡΕΑΣ ή Μηχανισμός** έχουμε **<u>περισσότερη</u>** πληροφορία από όση χρειαζόμαστε για επίλυση

Παράδειγμα: Έλεγχος Δικτυώματος



Πλήθος ράβδων $m = 11$

Πλήθος κόμβων $j = 7$

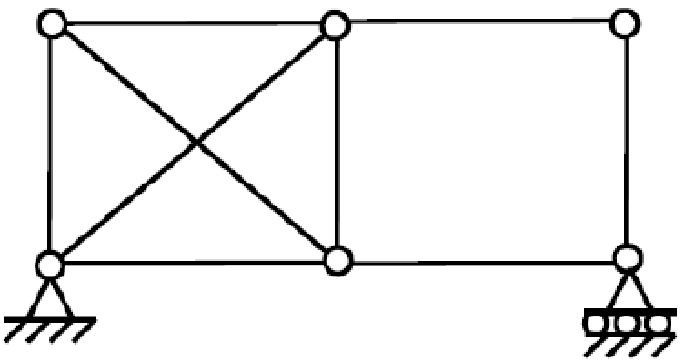
ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΤΕΡΕΟΤΗΤΑΣ

$$\left.\begin{array}{l} m = 11 \\ 2j\text{-}3 = 2\text{x}7\text{-}3=11 \end{array}\right\}$$ OK ✓

ΕΛΕΓΧΟΣ ΙΣΟΣΤΑΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

$$\left.\begin{array}{l} R=3 \\ m+R = 14 \\ 2j = 2\text{x}7=14 \end{array}\right\}$$ OK ✓

Παράδειγμα ΙΙ: Έλεγχος Δικτυώματος



Πλήθος ράβδων $m = 9$

Πλήθος κόμβων $j = 6$

Στερεότητα: $2j-3-m=12-3-9=0$ ✓

Ισοστατικότητα: m+R-2j=9+3-2x6=0 ✓

Για τις <u>ίδιες αντιδράσεις εδάφους</u>, κάθε ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ τμήμα του δικτυώματος πρέπει επίσης να είναι στέρεο και ισοστατικό.

Προσοχή, στην μελέτη των επιμέρους τμημάτων, πλήθος αντιδράσεων = συνολικό.

$R=3$, $m=6$, $j=4$

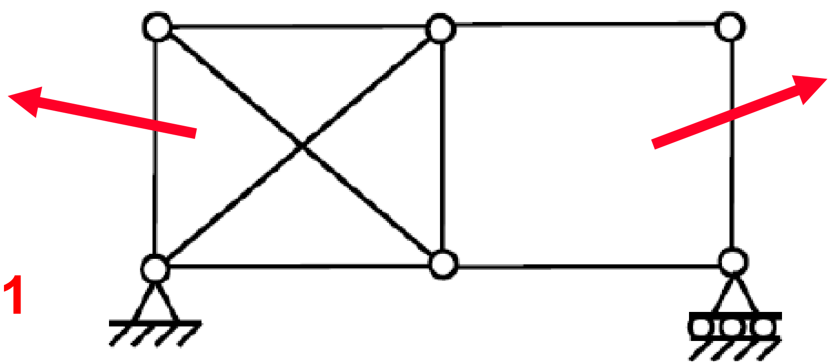
$2j-3-m=8-3-6=$**-1**

ΜΗ ΣΤΕΡΕΟ

m+R-2j=6+3-8=**+1**

ΥΠΕΡΣΤΑΤΙΚΟ

Υπερστατικό απροσδιόριστο δικτύωμα με περισσότερα μέλη από όσα χρειάζεται



$R=3$, $m=4$, $j=4$

$2j-3-m=8-3-4=$**1**

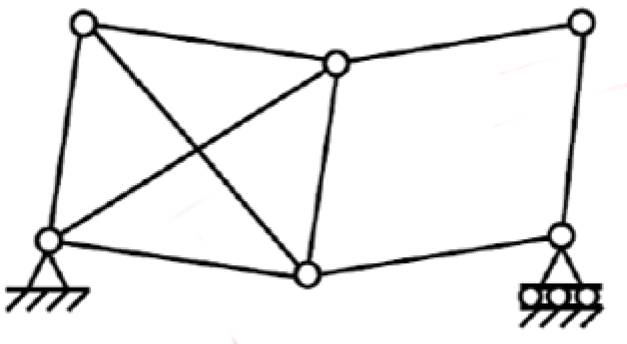
ΜΗ ΣΤΕΡΕΟ

m+R-2j=4+3-8=**-1**

ΥΠΟΣΤΑΤΙΚΟ

Ασταθής «μηχανισμός» με λιγότερα μέλη από όσα χρειάζεται

Παράδειγμα ΙΙ: Έλεγχος Δικτυώματος (2)



Πρόβλεψη συμπεριφοράς ασταθούς υπερστατικής κατασκευής

Θυμάμαι: Σχηματισμοί που προέρχονται από παράθεση **τριγώνων** είναι συνήθως **στερεοί**

Συμβιβασμός Προβλήματος: Τριγωνοποίηση

Δεδομένου ότι συνολικά δεν λείπουν μέλη, αναδιάταξη υπαρχόντων.

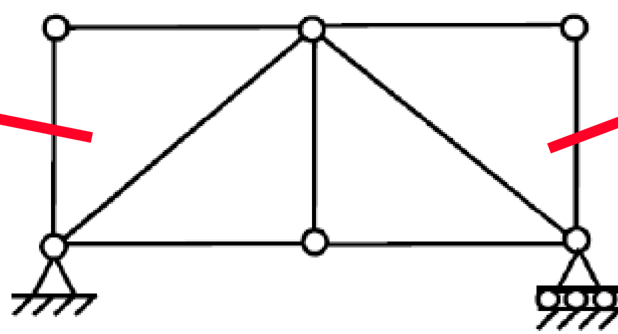
R=3, *m*=5, *j*=4

2*j*-3-*m*=8-3-5=**0**

ΣΤΕΡΕΟ

m+R-2j=5+3-8=**0**

ΙΣΟΣΤΑΤΙΚΟ



R=3, *m*=5, *j*=4

2*j*-3-*m*=8-3-5=**0**

ΣΤΕΡΕΟ

m+R-2j=5+3-8=**0**

ΙΣΟΣΤΑΤΙΚΟ


ΣΥΝΟΛΙΚΑ;

Στερεότητα και Ισοστατικότητα

Ένα δικτύωμα είναι **γεωμετρικά στέρεο** και δομικά καλά προσδιορισμένο (**ισοστατικό**) όταν ικανοποιούνται ταυτόχρονα:

$$\boxed{m = 2j - 3}$$ **ΣΤΕΡΕΟΤΗΤΑ**

$$\boxed{m + R = 2j}$$ **ΙΣΟΣΤΑΤΙΚΟΤΗΤΑ**

- Ελέγχουμε πάντα το δικτύωμα για στερεότητα και ισοστατικότητα.
- Συνολικά ισοστατικό δικτύωμα μπορεί να περιλαμβάνει μη-στέρεα τμήματα.
- Σωστή τριγωνοποίηση βοηθά να έχουμε στέρεα τμήματα.

Δομική Ανάλυση Επίπεδων Δικτυωτών Φορέων

Δύο μέθοδοι Δομικής Ανάλυσης (προσδιορισμού **δυνάμεων** που αναπτύσσονται σε κάθε μέλος του φορέα όταν αυτός υποβάλλεται σε φόρτιση):

1. Μέθοδος ΚΟΜΒΩΝ

Αν ολόκληρο το δικτύωμα βρίσκεται σε ισορροπία, τότε **οποιοσδήποτε κόμβος του** θα βρίσκεται επίσης σε ισορροπία.

Στο ΔΕΣ κάθε κόμβου οι εξισώσεις ισορροπίας δυνάμεων θα επιλύονται για να παρέχουν τις δυνάμεις **κάθε μέλους/ράβδου** του κόμβου

*Χρησιμοποιείται κυρίως για προσδιορισμό των **δυνάμεων σε όλους τους κόμβους**.*

2. Μέθοδος ΤΟΜΩΝ

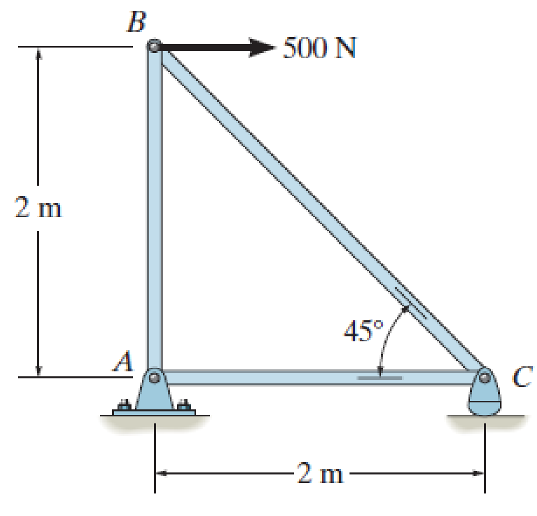
Αν ολόκληρο το δικτυώμα βρίσκεται σε ισορροπία, τότε **οποιοδήποτε τμήμα του** θα βρίσκεται επίσης σε ισορροπία.

Νοητή τομή για να αποκοπεί ο φορέας σε δύο μέρη «εκθέτοντας» κάθε εσωτερική δύναμη ως «εξωτερική» στο ΔΕΣ

*Χρησιμοποιείται κυρίως για προσδιορισμό των **δυνάμεων σε συγκεκριμένα μέλη/τμήματα**.*

Δομική Ανάλυση: 1. Μέθοδος Κόμβων

Προσδιορίστε τη δύναμη σε κάθε μέλος του δικτυώματος και υποδείξτε τα μέλη που βρίσκονται υπό εφελκυσμό και θλίψη.



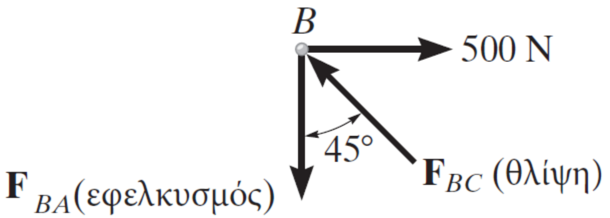
Ξεκινούμε πάντα από κόμβο που έχει **τουλάχιστον 1 γνωστή δύναμη** και το **πολύ 2 άγνωστες δυνάμεις**. Έτσι η εφαρμογή των $F_x = F_y = 0$ δίνει 2 αλγεβρικές εξισώσεις επιλύσιμες ως προς τους 2 αγνώστους

R=3, m=3, j=3: $2j-3-m=6-3-3=\mathbf{0}$ $m+R-2j=3+3-6=\mathbf{0}$

ΣΤΕΡΕΟ **ΙΣΟΣΤΑΤΙΚΟ**

1. Στον κόμβο B, από το ΔΕΣ:

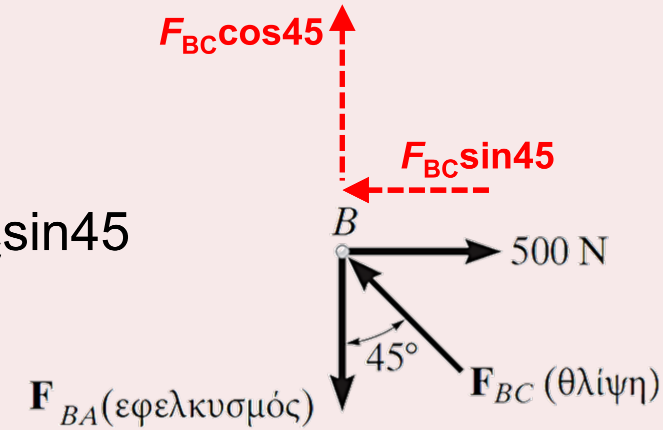
- 3 δυνάμεις: 500 N, F_{BA} και F_{BC}
- Η F_{BA} «τραβά»/**έλκει τον κόμβο** άρα το μέλος BA είναι υπό **εφελκυσμό**
- Το μέλος BC βρίσκεται υπό **θλίψη**.



Σημείωση: «Σωστή» Φορά

Ο προσδιορισμός της «σωστής» φοράς μιας άγνωστης δύναμης σε ένα μέλος μπορεί να γίνει είτε:

1. **Με επισκόπηση:**
   - πχ στον κόμβο B, για **F_x=0**, αφού η F_{BC}sin45 πρέπει να εξισορροπεί (και όχι να συνδράμει) την δύναμη 500, η F_{BC} πρέπει να πιέζει τον κόμβο (θλίψη)



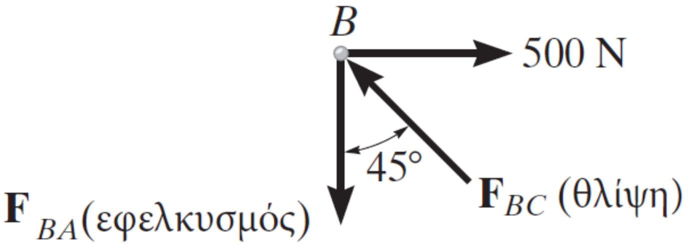
   - Ομοίως, για **F_y=0**, αφού η F_{BC}cos 45 έχει τη φορά που βρέθηκε, πρέπει να εξισορροπείται από την F_{BA} η οποία δεν μπορεί παρά να είναι εφελκυστική
   - Σε πιο περίπλοκες περιπτώσεις, μπορείτε να **υποθέσετε** τη φορά άγνωστης δύναμης και να **επαληθεύσετε** μετά την εφαρμογή των εξισώσεων ισορροπίας. **Θετικό** αποτέλεσμα υποδηλώνει σωστή υπόθεση φοράς, **αρνητικό** υποδηλώνει πως η φορά πρέπει να αντιστραφεί.

Σημείωση: «Σωστή» Φορά (2)

2. **Υποθέτουμε πάντα εφελκυσμό:**
   - Υποθέτουμε ότι άγνωστες δυνάμεις μελών δρουν στους κόμβους στο ΔΕΣ **σε εφελκυσμό**, δηλ. οι δυνάμεις «τραβούν» στον κόμβο.
   - Τότε, η επίλυση του συστήματος εξισώσεων ισορροπίας θα αποδώσει **θετικά βαθμωτά μεγέθη** για μέλη σε εφελκυσμό και **αρνητικά για μέλη σε θλίψη**.
     - Μόλις προσδιοριστεί μια αρχικά άγνωστη δύναμη, μπορούμε να ξανασχεδιάσουμε το ΔΕΣ χρησιμοποιώντας το σωστό μέτρο και φορά της.

Δομική Ανάλυση: 1. Μέθοδος Κόμβων (2)

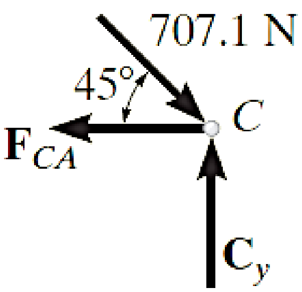
1. Στον κόμβο B, ισορροπία δυνάμεων:

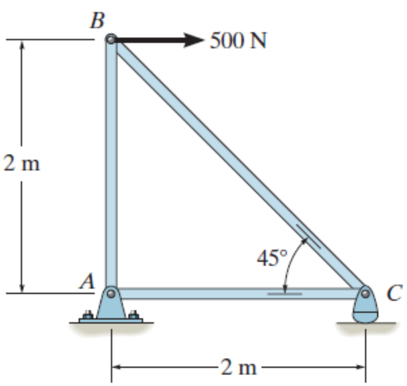


$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0 \qquad 500\text{ N} - F_{BC}\sin 45° = 0 \qquad F_{BC} = 707.1\text{ N (Θ)}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \qquad F_{BC}\cos 45° - F_{BA} = 0 \qquad F_{BA} = 500\text{ N (E)}$$

2. Στον κόμβο C, ΔΕΣ & ισορροπία:



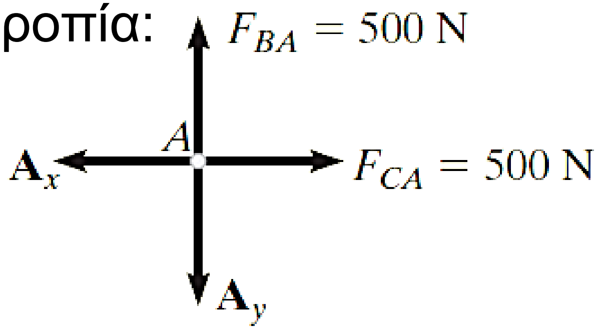


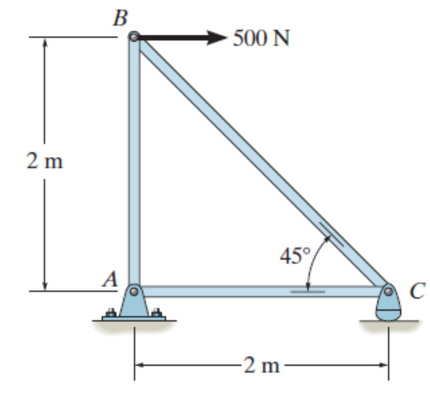
$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0 \qquad -F_{CA} + 707.1\cos 45°\text{ N} = 0 \qquad F_{CA} = 500\text{ N (E)}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \qquad C_y - 707.1\sin 45°\text{ N} = 0 \qquad C_y = 500\text{ N}$$

Δομική Ανάλυση: 1. Μέθοδος Κόμβων (3)

3. Στον κόμβο Α, ΔΕΣ & ισορροπία:

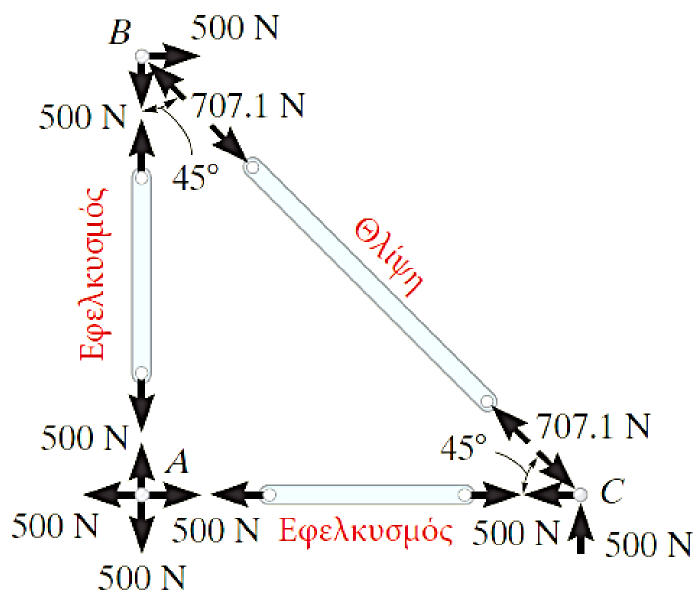




$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0 \qquad 500 \text{ N} - A_x = 0 \qquad A_x = 500 \text{ N}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \qquad 500 \text{ N} - A_y = 0 \qquad A_y = 500 \text{ N}$$

Τελικά:



ΠΡΟΣΟΧΗ

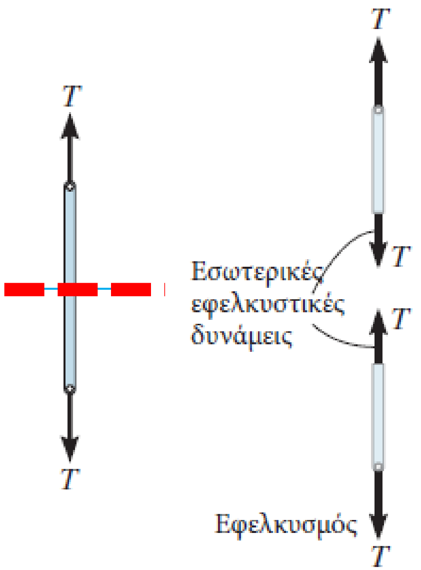
- **Στα μέλη** δείχνεται η επίδραση του κόμβου στο μέλος
- **Στους κόμβους** δείχνεται η επίδραση του μέλους και των εξωτερικών δυνάμεων στον κόμβο

Βήματα Μεθόδου Κόμβων

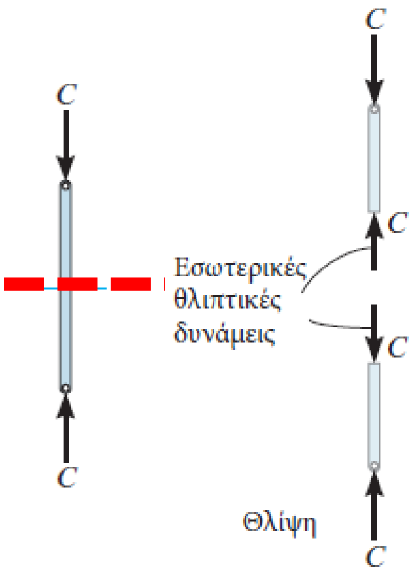
1. Μελετάμε το δικτύωμα ως προς την **στερεότητα** και την **ισοστατικότητα**.
2. Σχεδιάζουμε το **ΔΕΣ ενός κόμβου με τουλάχιστον 1 γνωστή δύναμη και 2 άγνωστες**. Αν ο κόμβος είναι στήριξη υπολογίζουμε πρώτα τις αντιδράσεις στηρίξεων.
3. Επισκοπούμε για τη φορά των δυνάμεων ή σχεδιάζουμε όλες τις δυνάμεις ως **εφελκυστικές** (με φορά που να απομακρύνονται από τον κόμβο)
4. Καταστρώνουμε τις **2 εξισώσεις ισορροπίας δυνάμεων** και **επιλύουμε** για τον υπολογισμό αγνώστων δυνάμεων και επιβεβαιώστε τη σωστή φορά.
5. Επαναλαμβάνουμε τη μεθοδολογία για τον **επόμενο κόμβο** που, πλέον, υπάρχει **τουλάχιστον 1 γνωστή δύναμη** και 2 άγνωστες.

Δομική Ανάλυση: 2. Μέθοδος Τομών

«Αν ολόκληρο το δικτύωμα βρίσκεται σε ισορροπία, τότε οποιοδήποτε τμήμα του θα βρίσκεται επίσης σε ισορροπία. Νοητή τομή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να αποκοπεί ο φορέας σε δύο μέρη εκθέτοντας κάθε εσωτερική δύναμη ως εξωτερική στο ΔΕΣ.»



Πχ για τον προσδιορισμό των εσωτερικών δυνάμεων στα δύο μέλη των δικτυωμάτων φέρουμε νοητή τομή εκθέτοντας τις εσωτερικές δυνάμεις.



Η ισορροπία απαιτεί το μέλος σε εφελκυσμό (T) να υποβάλλεται σε «έλξη», ενώ το μέλος σε θλίψη (C) να υποβάλλεται σε «συμπίεση».

Γενίκευση: Μπορούμε να **τμήσουμε ένα πλήρες δικτύωμα** σε 2 μέρη.

Δομική Ανάλυση: 2. Μέθοδος Τομών (2)

- Στη Μέθοδο Τομών «Ritter» εφόσον μελετάμε **τμήμα της κατασκευής** και όχι μόνο έναν κόμβο τοπικά, λόγω των δυνάμεων υφίστανται μοχλοβραχίονες στους κόμβους άρα αναπτύσσονται **ροπές**.
- Δεδομένου ότι μόνο **3 ανεξάρτητες εξισώσεις ισορροπίας** μπορούν να καταστρωθούν στο ΔΕΣ κάθε τμήματος ($F_x = 0$, $F_y = 0$, $M_O = 0$), η τομή **δεν πρέπει να τέμνει** περισσότερες από **3 ράβδους με άγνωστες δυνάμεις**.
- Η τομή Ritter **δεν διέρχεται ποτέ από κόμβο.**
- Με **προσεκτική επιλογή** του τρόπου κατάστρωσης των εξισώσεων ισορροπίας (πχ. επιλογή σημείου Ο ως προς το οποίο $M_O = 0$), μπορούμε να έχουμε άμεσο προσδιορισμό αγνώστων και όχι σύστημα εξισώσεων. Το βασικότερο πλεονέκτημα της Μεθόδου Τομών.
- Υποθέτουμε πάντα **εφελκυστικές άγνωστες δυνάμεις**.

Βήματα Μεθόδου Τομών Ritter

1. Μελετάμε το δικτύωμα ως προς την **στερεότητα** και την **ισοστατικότητα**.
2. Υπολογίζουμε τις **αντιδράσεις στηρίξεων** μέσω των εξισώσεων ισορροπίας για το ΔΕΣ του συνολικού δικτυώματος.
3. Εισάγουμε **νοητή τομή** στο δικτύωμα που να τέμνει κατά **μέγιστο 3 διαδοχικές ράβδους** με άγνωστες δυνάμεις, μη συντρέχουσες και όχι όλες παράλληλες.
4. Σχεδιάζουμε το ΔΕΣ ενός ή και των **δύο τμημάτων**, εκατέρωθεν της τομής αντικαθιστώντας κάθε ράβδο που τέμνεται με μια **άγνωστη δύναμη**.
   – Κατά σύμβαση σχεδιάζουμε όλες τις δυνάμεις ως **εφελκυστικές** (με φορά που να **απομακρύνονται** από τον κόμβο)
5. Καταστρώνουμε τις **3 εξισώσεις ισορροπίας** για τον υπολογισμό αγνώστων δυνάμεων.

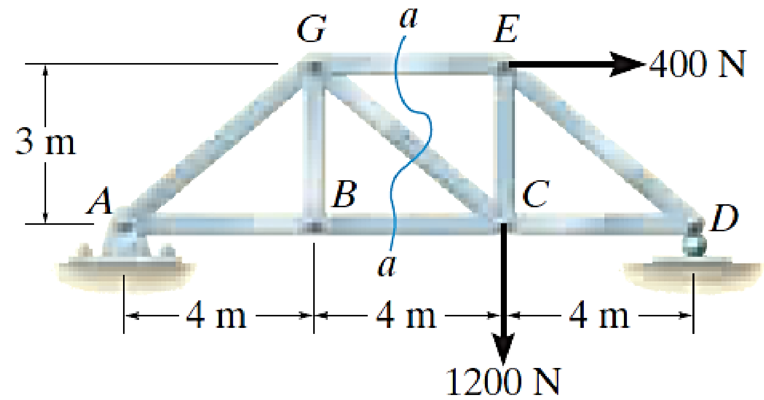
«Εργαλειοθήκη»

I. Οι ροπές μπορούν να λαμβάνονται **ως προς κατάλληλο σημείο** στο οποίο τέμνονται οι γραμμές δράσεις 2 άγνωστων δυνάμεων, ώστε να υπολογίζεται **απευθείας η τρίτη άγνωστη** από την συνθήκη ισορροπίας ροπών.

II. Αν **δύο** από τις άγνωστες **δυνάμεις είναι παράλληλες**, λαμβάνοντας την ισορροπία δυνάμεων στον **κάθετο σε αυτές άξονα**, υπολογίζεται **απευθείας η τρίτη άγνωστη** δύναμη.

Παράδειγμα: Μέθοδος Τομών

Να υπολογιστούν οι δυνάμεις στις ράβδους GE, GC και BC και να περιγράψετε αν είναι εφελκυστικές ή θλιπτικές.



Λύση

1. Στερεότητα-Ισοστατικότητα: R=3, m=9, j=6:

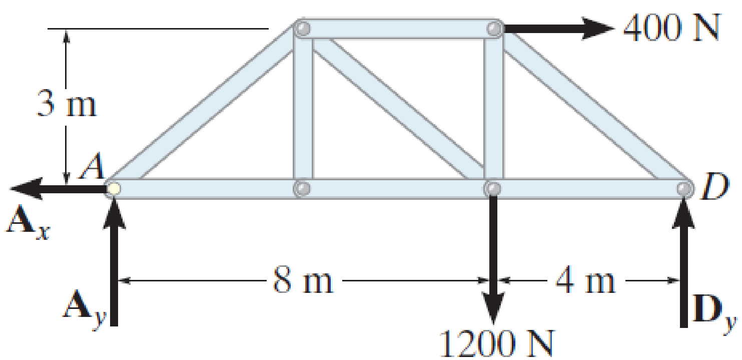
2j-3-m=12-3-9=**0 - ΣΤΕΡΕΟ**

m+R-2j=9+3-12=**0 - ΙΣΟΣΤΑΤΙΚΟ**

2. Υπολογισμός αντιδράσεων στηρίξεων

1. Συνολικά:

Γιατί η A_x έχει αυτή τη φορά;



$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0 \qquad 400\text{ N} - A_x = 0 \qquad \boxed{A_x = 400\text{ N}}$$

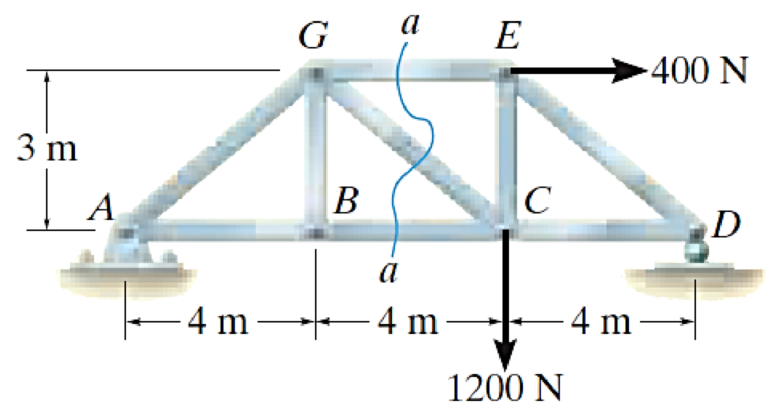
$$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0 \qquad -1200\text{ N}(8\text{ m}) - 400\text{ N}(3\text{ m}) + D_y(12\text{ m}) = 0$$

$$\boxed{D_y = 900\text{ N}}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \qquad A_y - 1200\text{ N} + 900\text{ N} = 0 \qquad \boxed{A_y = 300\text{ N}}$$

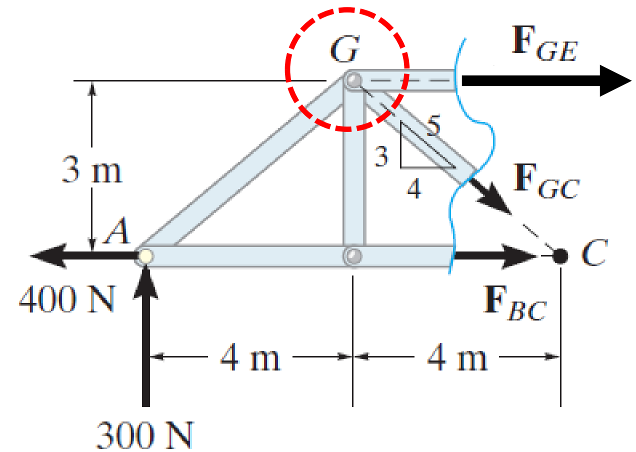
Παράδειγμα: Μέθοδος Τομών

3. Τομή *αα* ενδεδειγμένη: τέμνει τα 3 μέλη με δυνάμεις προς προσδιορισμό.



Στερεότητα-Ισοστατικότητα εκατέρωθεν;

4. ΔΕΣ & σήμανση δυνάμεων



5. Εξισώσεις Ισορροπίας

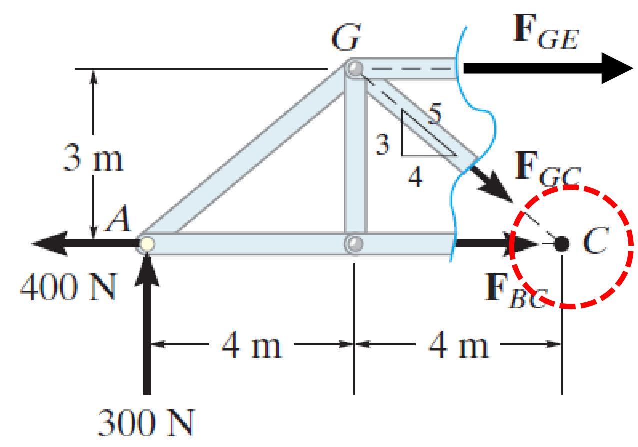
Εργαλειοθήκη Ι: Λαμβάνοντας ροπές ως προς G, απαλλάσσει από F_{GE} και F_{GC} και παρέχει άμεση λύση για F_{BC}.

$$\circlearrowleft + \Sigma M_G = 0 \quad -300\text{ N}(4\text{ m}) - 400\text{ N}(3\text{ m}) + F_{BC}(3\text{ m}) = 0$$

$$\boxed{F_{BC} = 800\text{ N} \quad (\text{E})}$$

Παράδειγμα: Μέθοδος Τομών (2)

5. Εξισώσεις Ισορροπίας (συνέχεια)



Εργαλειοθήκη I: Λαμβάνοντας ροπές ως προς C, απαλλάσσει από F_{BC} και F_{GC} και παρέχει άμεση λύση για την F_{GE}.

$$\circlearrowleft + \Sigma M_C = 0; \quad -300\text{ N}(8\text{ m}) - F_{GE}(3\text{ m}) = 0$$

$$\boxed{F_{GE} = -800\text{ N} \quad (\Theta)}$$

Εργαλειοθήκη II: Αφού οι F_{BC} και F_{GE} είναι παράλληλες χωρίς κάθετες συνιστώσες, λαμβάνοντας ισορροπία δυνάμεων ως προς y, παρέχει άμεση λύση για την F_{GC}.

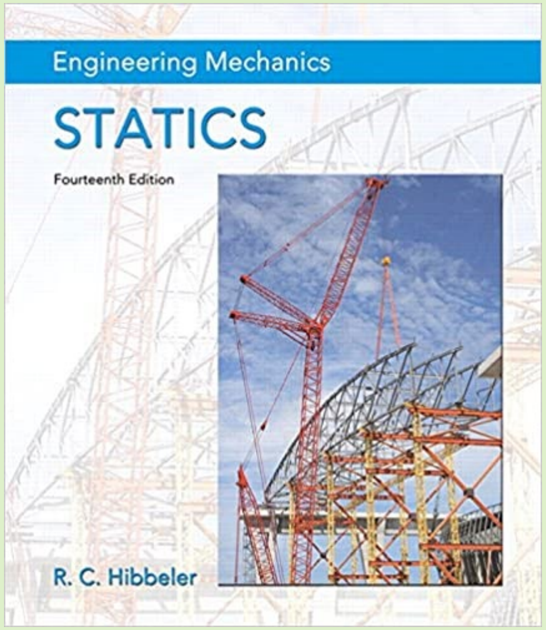
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \qquad 300\text{ N} - \tfrac{3}{5} F_{GC} = 0$$

$$\boxed{F_{GC} = 500\text{ N} \quad (\text{E})}$$

Ανακοινώσεις

Περισσότερη Μελέτη:

- Κεφάλαιο 6, R.C. Hibbeler, Engineering Mechanics: Statics, 14th Edition, 2015



Ώρες συνεργασίας με φοιτητές: Τετάρτη 12.00-14.00