

Εργαστήριο 2

Πολιτικοί Μηχανικοί

Άσκηση 1. Να γίνουν οι πράξεις: α) $\cos^2\left(\frac{\pi}{6}\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)^3$ β) $15a + 6a$ γ) $\frac{1}{4} + \frac{4}{7}$

$$\text{N}\left[\left(\cos\left[\frac{\pi}{6}\right]\right)^2 \sin\left[\left(\frac{\pi}{3}\right)^3\right]\right]$$

$$\frac{3}{4} \sin\left[\frac{\pi^3}{27}\right]$$

N[%]

0.684076

15 a + 6 a

$90 a^2$

$$\frac{1}{4} + \frac{4}{7}$$

$$\frac{23}{28}$$

Άσκηση 2. Να υπολογισθούν οι ποσότητες σε δεκαδική μορφή: α) $\sqrt{3}$, β) e^π με 20 σημαντικά ψηφία, γ) $\csc\left(\frac{\pi}{2}\right)$ με 35 σημαντικά ψηφία. Το σύμβολο csc ονομάζεται συντέμνουσα (cosecant) και ισούται με $1/\sin$.

$$\text{N}\left[\sqrt{3}\right]$$

1.73205

N[e^π, 20]

23.140692632779269006

$$\text{N}\left[\csc\left[\frac{\pi}{2}\right], 35\right]$$

1.000000000000000000000000000000000000

Άσκηση 3. Να υπολογισθεί με ακρίβεια 25 σημαντικών ψηφίων το $\cos 86$ μοιρών.

N[Cos[86°], 25]

0.06975647374412530077595884

Άσκηση 4. Να προσθέσετε το προηγούμενο αποτέλεσμα με το αποτέλεσμα της άσκησης 2β.

Out[8] + Out[6]

23.210449106523394307

Άσκηση 5. Υπολογίστε, σε δεκαδική μορφή, την αλγεβρική παράσταση $\cos(xy)/\sin(x+y)$, όταν $x=\pi/3$ και $y=\pi/8$.

$$x = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\pi}{3}$$

$$y = \frac{\pi}{8}$$

$$\frac{\pi}{8}$$

Cos[x * y]

Sin[x + y]

$$\text{Cos}\left[\frac{\pi^2}{24}\right] \text{Sec}\left[\frac{\pi}{24}\right]$$

N[%]

0.924538

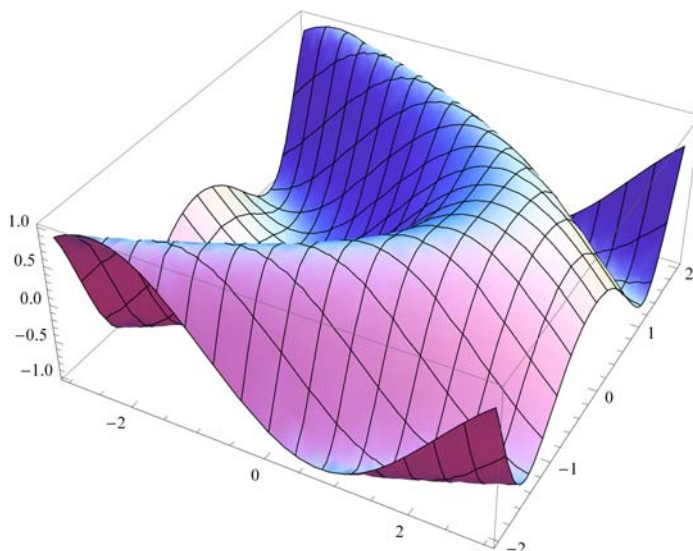
Άσκηση 6. Υπολογίστε την απέναντι κάθετη πλευρά ορθογωνίου τριγώνου από γωνία 33 μοιρών, όταν η υποτείνουσα είναι 250 μονάδες μήκους.

N[Sin[33 °] 250]

136.16

Άσκηση 7. Ανοίξτε το Help του *Mathematica* και γράψτε την εντολή Plot3D που αναφέρεται στην παρουσίαση γραφικών παραστάσεων στις τρεις διαστάσεις. Αντιγράψτε το πρώτο παράδειγμα που υπάρχει εκεί και μεταφέρετε το στο φύλλο εργασίας σας. Εκτελέστε την εντολή που μόλις μεταφέρατε.

Plot3D[Sin[x + y^2], {x, -3, 3}, {y, -2, 2}]



Άσκηση 8. Να αναλυθούν σε άθροισμα απλών κλασμάτων τα κλάσματα: $\frac{x^5-1}{(x^2-x+5)^2}, \frac{x^4-3}{(x-1)(x^2-x+1)^2},$

$\frac{x^2+1}{x^4-8x^3+23x^2-28x+12}.$ (Εντολή Apart).

Clear[x]

$$\text{Apart}\left[\frac{x^5 - 1}{(x^2 - x + 5)^2}\right]$$

$$2 + x + \frac{11(4 + x)}{(5 - x + x^2)^2} + \frac{-19 - 7x}{5 - x + x^2}$$

$$\text{Apart}\left[\frac{x^4 - 3}{(x - 1)(x^2 - x + 1)^2}\right]$$

$$-\frac{2}{-1 + x} + \frac{-1 + 4x}{(1 - x + x^2)^2} + \frac{2 + 3x}{1 - x + x^2}$$

$$\text{Apart}\left[\frac{x^2 + 1}{x^4 - 8x^3 + 23x^2 - 28x + 12}\right]$$

$$\frac{5}{-3 + x} - \frac{5}{(-2 + x)^2} - \frac{4}{-2 + x} - \frac{1}{-1 + x}$$

Άσκηση 9. Να γράψετε ένα δικό σας κλάσμα με παρανομαστή ένα πολυώνυμο που να έχει 5 απλές ρίζες και να το αναλύσετε σε απλούστερα κλάσματα.

$$\text{Apart}\left[\frac{x^3 - 5x}{(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)}\right]$$

$$\frac{25}{6(-5 + x)} - \frac{22}{3(-4 + x)} + \frac{3}{-3 + x} + \frac{1}{3(-2 + x)} - \frac{1}{6(-1 + x)}$$

Άσκηση 10. Να αναλύσετε σε απλούστερα κλάσματα το κλάσμα $\frac{x^2+2(x-y)}{(x-1)(x+3)(x-\sqrt{2})}$ θεωρώντας (i) το y σαν σταθερά και (ii) το x σαν σταθερά. Δείτε την εντολή Apart από το Help.

Clear[y]

$$\text{Apart}\left[\frac{x^2 + 2(x - y)}{(x - 1)(x + 3)(x - \sqrt{2})}, x\right]$$

$$\frac{3 - 2y}{4(3 + \sqrt{2})(3 + x)} + \frac{2(1 + \sqrt{2} - y)}{(-1 + \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})(-\sqrt{2} + x)} + \frac{-3 + 2y}{4(-1 + \sqrt{2})(-1 + x)}$$

$$\text{Apart}\left[\frac{x^2 + 2(x - y)}{(x - 1)(x + 3)(x - \sqrt{2})}, y\right]$$

$$\frac{x(2 + x)}{(-1 + x)(3 + x)(-\sqrt{2} + x)} - \frac{2y}{(-1 + x)(3 + x)(-\sqrt{2} + x)}$$

Άσκηση11. Να υπολογισθεί η ποσότητα $(1+x)^{1/2}$. Από την παλέτα Basic Math Assistant και από την επιλογή Basic Commands πηγαίνουμε στο πλήκτρο με τα σύμβολα $d \int \sum$ και από εκεί στο μοτε και επιλέγουμε την εντολή Series οπότε εμφανίζεται στο φύλλο εργασίας μας η παρακάτω εικόνα:

Series [*expr* , { *var* , *number* , *order* }]

Στην θέση της **expr** βάζουμε την έκφραση που θέλουμε να αναπτύξουμε, στη θέση **var** τη μεταβλητή ως προς την οποία θα αναπτύξουμε, στη θέση **number** βάζουμε τον αριθμό "γύρω" από τον οποίο θα γίνει το ανάπτυγμα και τέλος στην θέση **order** βάζουμε το πλήθος των όρων που επιθυμούμε να έχει το ανάπτυγμα.

Series [$(1+x)^{1/2}$, { **x** , 0 , 5 }]

$$1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{16} - \frac{5x^4}{128} + \frac{7x^5}{256} + O[x]^6$$

Άσκηση12. Να υπολογισθούν οι πέντε πρώτοι όροι από τα αναπτύγματα Taylor των συναρτήσεων $\cos(x)$, $\left(\frac{1}{1-x}\right)$, $(x+y)^{3/2}$ γύρω από το μηδέν.

Series [**Cos** [**x**] , { **x** , 0 , 5 }]

$$1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + O[x]^6$$

Normal [**Series** [$\frac{1}{1-x}$, { **x** , 0 , 5 }]]

$$1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5$$

Την ποσότητα $(x+y)^{3/2}$ μπορούμε να τη γράψουμε $(x+y)^{3/2} = x^{3/2}(1+k)^{3/2}$ όπου $k=y/x$.

Collect [**Series** [$x^{3/2} (1+k)^{3/2}$, { **k** , 0 , 5 }] , **x**]

$$\left(1 + \frac{3k}{2} + \frac{3k^2}{8} - \frac{k^3}{16} + \frac{3k^4}{128} - \frac{3k^5}{256} \right) x^{3/2}$$