

Κατασκευή οδών

Διάλεξη 04 : Στατική ανάλυση εύκαμπτων οδοστρωμάτων II

Θεωρία (1/2)

1. Εισαγωγή στα οδοστρώματα
2. Έλεγχοι φέρουσας ικανότητας εδάφους
3. Φορτία οχημάτων
4. Στατική ελαστική ανάλυση εύκαμπτων οδοστρωμάτων
5. Σχεδιασμός εύκαμπτων οδοστρωμάτων
6. Στατική ελαστική ανάλυση δύσκαμπτων οδοστρωμάτων

Δομή μαθήματος

Θεωρία (2/2)

7. Σχέδιασμος δύσκαμπτων οδοστρωμάτων
8. Ασφαλτικά υλικά
9. Αδρανή υλικά
10. Σύνθεση ασφαλτικού σκυροδέματος
11. Κατασκευή στρώσεων
12. Φθορές οδοστρωμάτων

Προηγούμενο μάθημα

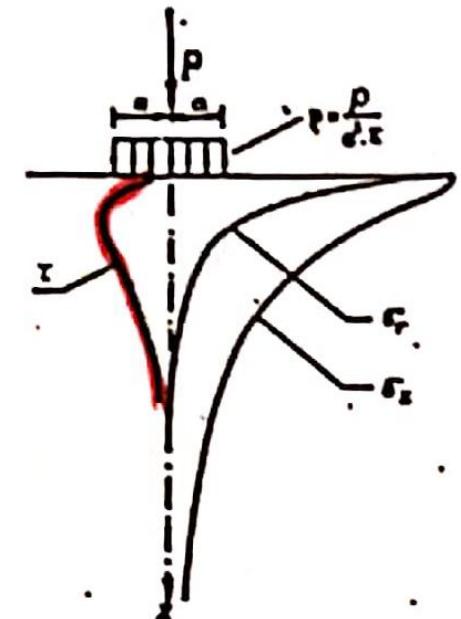
Στατική ανάλυση εύκαμπτων οδοστρωμάτων

Στόχος : προσδιορισμός ελαστικής απόκρισης εύκαμπτων οδοστρωμάτων σε φορτία οχημάτων.

Θεωρία Boussinesq:

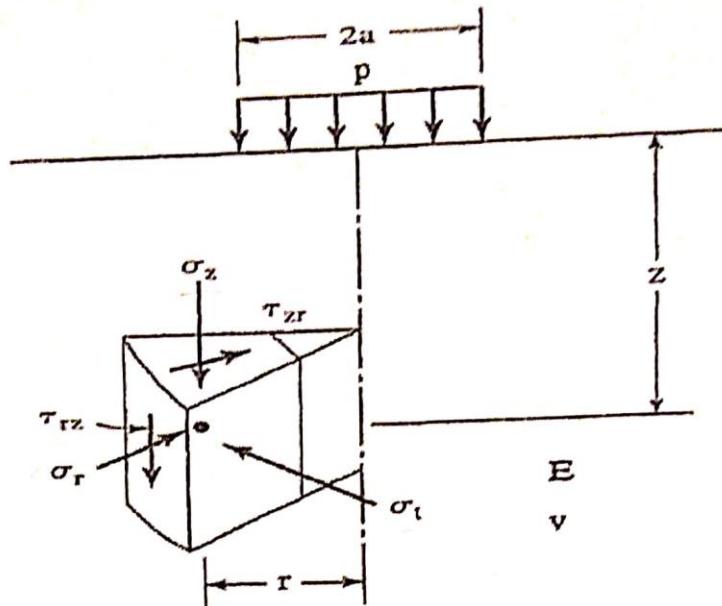
- Ελαστικός, ομογενής και ισότροπος ημίχωρος
- Οριζόντια επιφάνεια, άπειρο βάθος

(Boussinesq)



Πηγή: Κόλιας και Λοίζος, Σημειώσεις οδοστρωμάτων, ΕΜΠ 1999

Υπολογισμός εντατικής κατάστασης



$$\sigma_z = p [1 - (1 + (\alpha/z)^2)^{-1.5}]$$

$$\sigma_t = p \left[\frac{1+2\nu}{2} - (1+\nu)(1 + (\alpha/z)^2)^{-0.5} + 0.5(1 + (\alpha/z)^2)^{-1.5} \right]$$

$$e_z = \frac{(1+\nu)p}{E} [(z/a)(1 + (z/a)^2)^{-1.5} - (1-2\nu)((z/a)(1 + (z/a)^2)^{-0.5} - 1)]$$

$$e_t = e_l = -\frac{(1+\nu)p}{2E} [(z/a)(1 + (z/a)^2)^{-1.5} + (1-2\nu)((z/a)(1 + (z/a)^2)^{-0.5} - 1)]$$

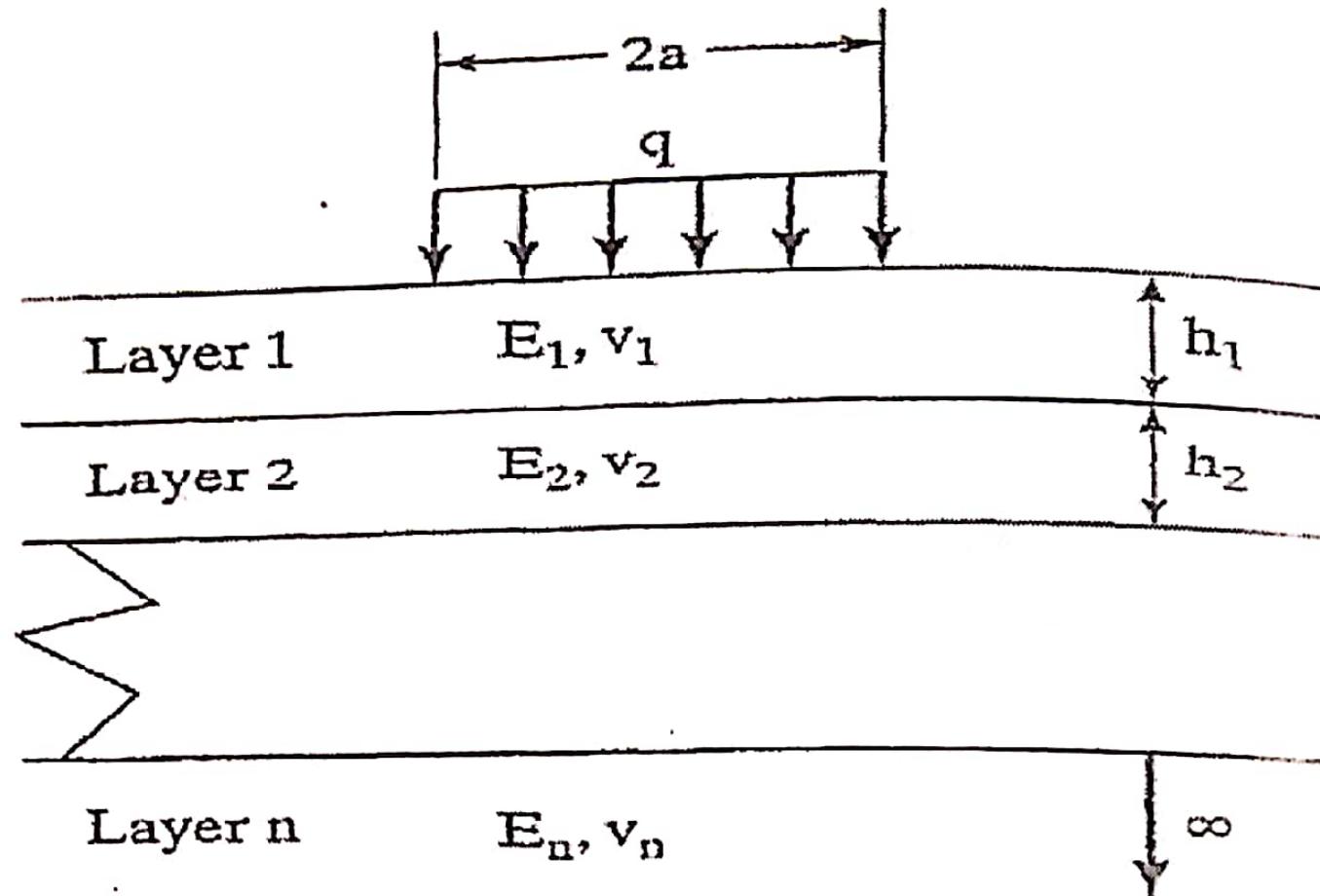
$$u_z = \frac{(1+\nu)p\alpha}{E} [(1 + (z/a)^2)^{-0.5} + (1-2\nu)((1 + (z/a)^2)^{+0.5} - (z/a))]$$

Κρίσιμη θέση : κατακόρυφος άξονας

'Ομως

- Ο χώρος δεν είναι ενιαίος αλλά σύστημα στρώσεων
- Η διάταξη των στρώσεων είναι τέτοια ώστε η δυσκαμψία (Ε) και η πυκνότητα να αυξάνεται προς τα πάνω
- Καλύτερη ποιότητα στην επιφανειακή στρώση

Θεωρία Burmister (1943, 1945)

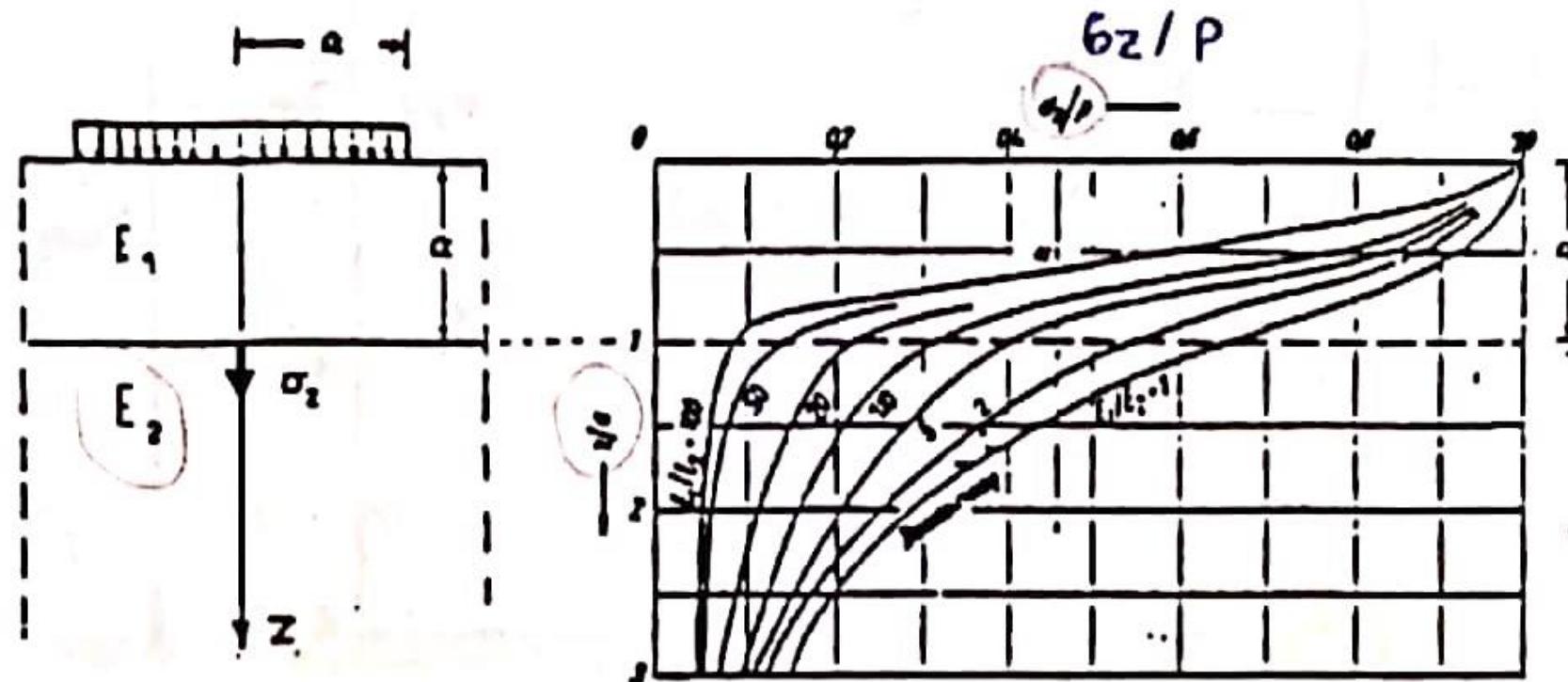


Θεωρία 2 ή 3 επάλληλων στρώσεων

Αρχή των γραμμικώς ελαστικών μέσων κατά Burmister:

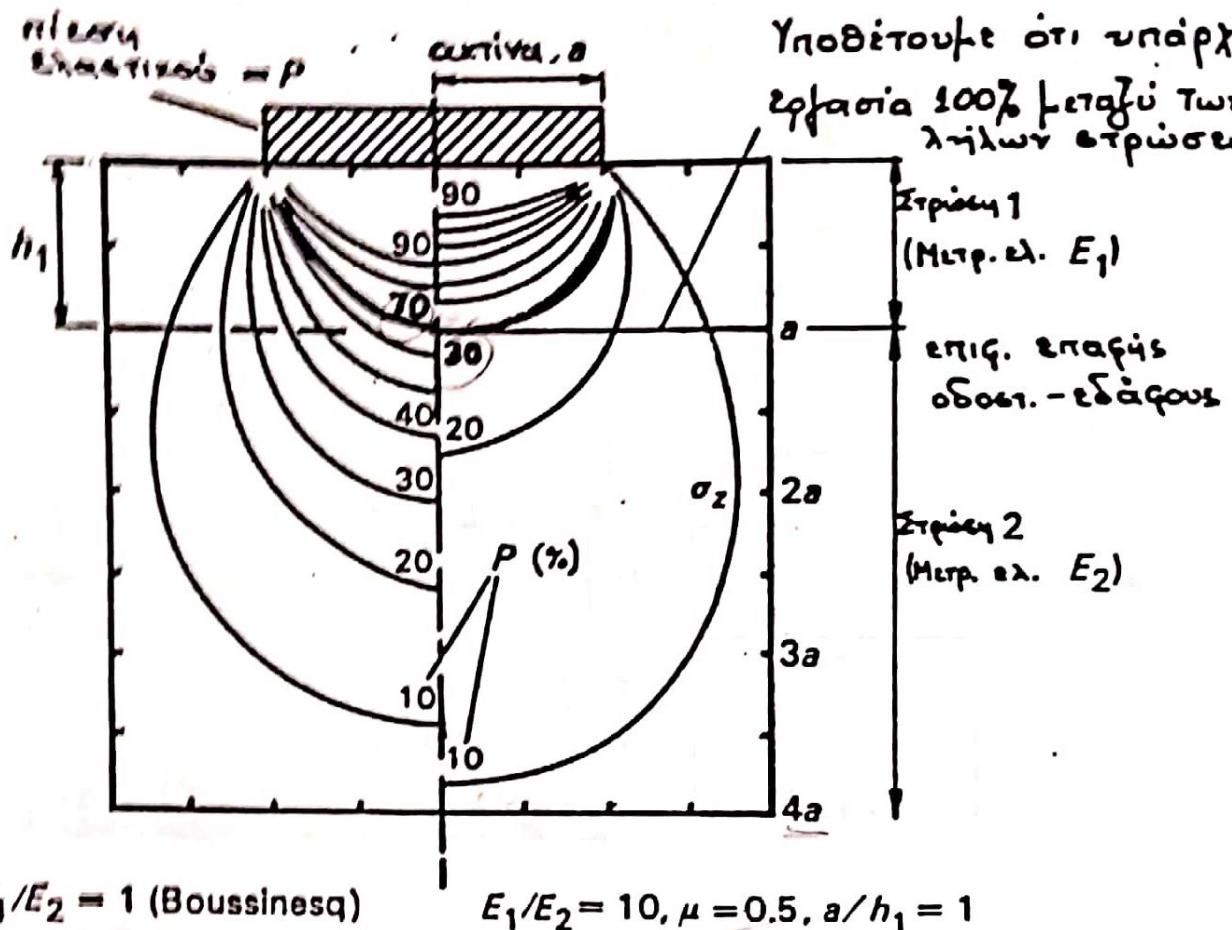
Η παρεμβολή μιας στρώσης μεταξύ της επιφάνειας φόρτισης (E_1) και της στρώσης έδρασης του οδοστρώματος ($E_2 < E_1$) οδηγεί σε μείωση της κατακόρυφης τάσης σ_z σε σχέση με την αντίστοιχη κατακόρυφη πίεση κατά Boussinesq ($E_1/E_2=1$).

Θεωρία 2 ή 3 επάλληλων στρώσεων



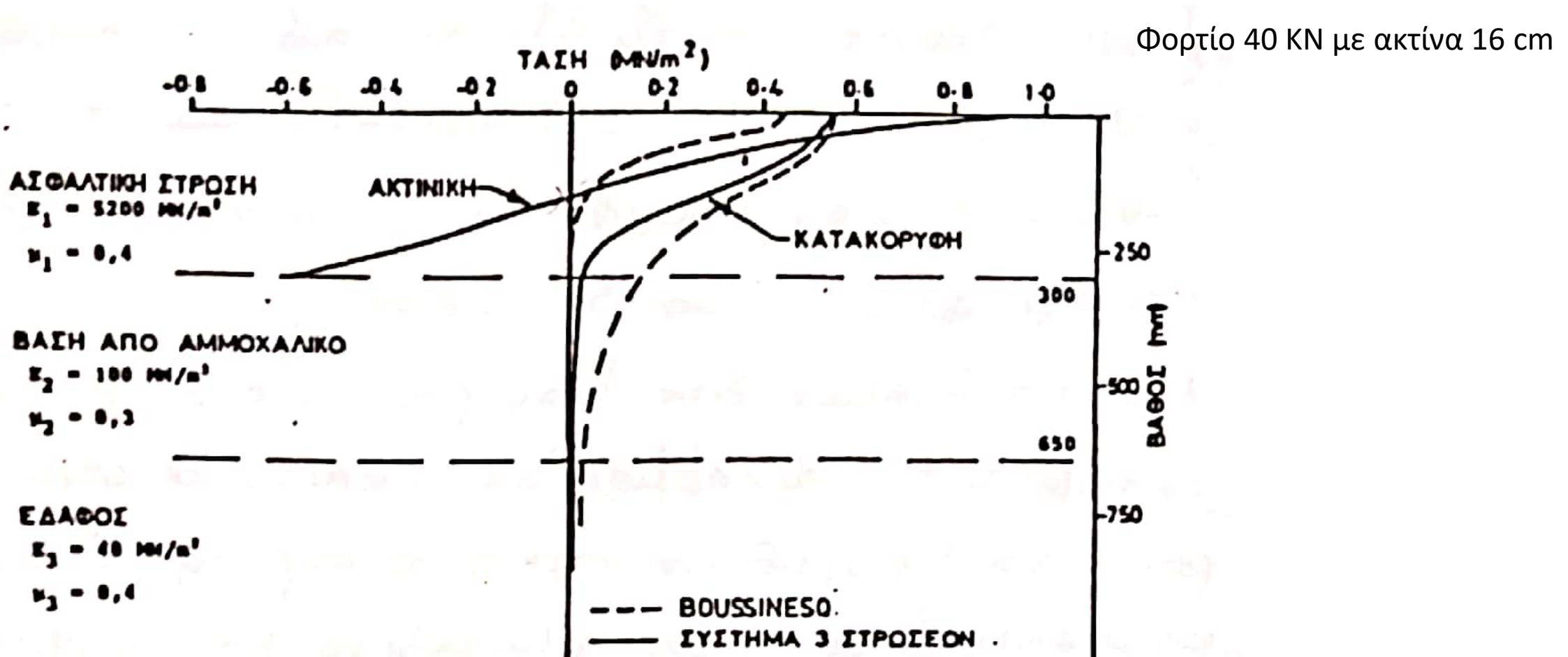
Πηγή: Κόλιας και Λοίζος, Σημειώσεις οδοστρωμάτων, ΕΜΠ 1999

Boussinesq vs. Burmister



Ισοβαρείς – ισοστατικές καμπύλες

Boussinesq vs. Burmister



Άσκηση 1

Θεωρείται σύστημα δύο στρώσεων εκ των οποίων η ανώτερη είναι το οδόστρωμα και η κατώτερη το έδαφος με μέτρα ελαστικότητας $E_1=1000$ MPa και $E_2=50$ MPa και λόγο Poisson 0,5 και για τις δύο στρώσεις. Το πάχος της ανώτερης στρώσης είναι $h_1=0,20$ m.

Ζητείται η εύρεση της κατακόρυφης τάσης σ_z στη διεπιφάνεια των δύο στρώσεων και η κατακόρυφη μετατόπιση u_0 στην επιφάνεια του οδοστρώματος για κατακόρυφο φορτίο $\rho= 0,60$ MPa ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο σε κυκλική επιφάνεια ακτίνας 0,20 m.

Άσκηση 2

Θεωρείται σύστημα δύο στρώσεων με κοινό μέτρο ελαστικότητας $E=50$ MPa και κυκλικό φορτίο $\rho=0,60$ MPa επί κυκλικής επιφάνειας ακτίνας 0,20 m. Το πάχος της ανώτερης στρώσης είναι επίσης 0,20 m.

Ζητείται η εύρεση της κατακόρυφης τάσης σ_z στη διεπιφάνεια των δύο στρώσεων κατά Boussinesq και κατά Burmister.

Άσκηση 3

Θεωρείται ομοιόμορφα κατανεμημένο κυκλικό φορτίο $\rho=0,5$ MPa επί κυκλικής επιφάνειας ακτίνας 0,15 m το οποίο φορτίζει σύστημα δύο στρώσεων. Το έδαφος έχει $E_2=50$ MPa και μπορεί να υποστηρίξει κατακόρυφη τάση μέγιστης τιμής 50 kPa. Δίδεται $v = 0,5$.

Αν η ανώτερη στρώση έχει $E_1 = 3500$ MPa πόσο πρέπει να είναι το πάχος της;

Αν το E_1 μειωθεί σε 500 MPa πόσο γίνεται το απαιτούμενο πάχος της ανώτερης στρώσης;

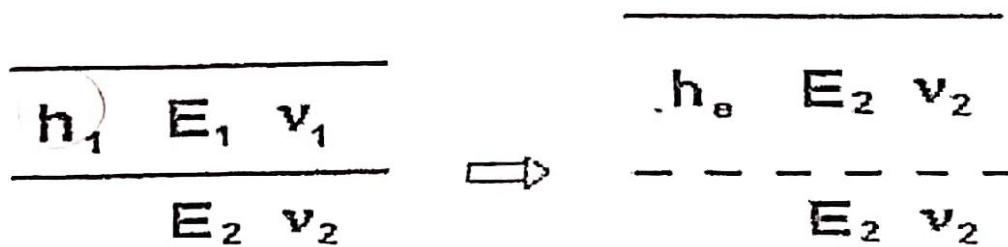
Μέθοδος Ισοδύναμων Στρώσεων (Odemark, 1949)

Παραδοχή : οι τάσεις και οι παραμορφώσεις κάτω από μία στρώση εξαρτώνται μόνο από τη δυσκαμψία αυτής της στρώσης.

Μέθοδος : η στρώση πάχους h_1 (E_1, v_1) αντικαθίσταται από «**ισοδύναμη στρώση**» ($h_{\text{ισ}}, E_2, v_2$) : οι ακαμψίες των δύο στρώσεων να είναι ίσες.

- Προσεγγιστικός αλλά αποδοτικός τρόπος υπολογισμού.
- Ευχερής υπολογισμός για $n > 2$ στρώσεις.

Μέθοδος Ισοδύναμων Στρώσεων (Odemark, 1949)



Σύστημα 2 στρώσεων

Ακαμψία (1) = Ακαμψία (2)

$$\frac{I_1 * E_1}{1 - v_1^2} = \frac{I_{t\sigma} * E_2}{1 - v_2^2}$$

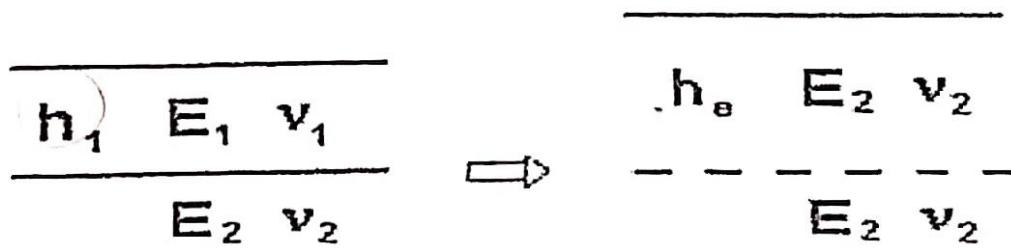
$$h_{eq} = h_1 * \sqrt[3]{\frac{E_1(1 - v_2^2)}{E_2(1 - v_1^2)}}$$



$$\frac{b * h_1^3 * E_1}{12(1 - v_1^2)} = \frac{b * h_{t\sigma}^3 * E_2}{12(1 - v_2^2)}$$

$$\text{για } v_1=v_2: \quad h_{eq} = h_1 * \sqrt[3]{\frac{E_1}{E_2}}$$

Μέθοδος Ισοδύναμων Στρώσεων (Odemark, 1949)



Σύστημα 2 στρώσεων

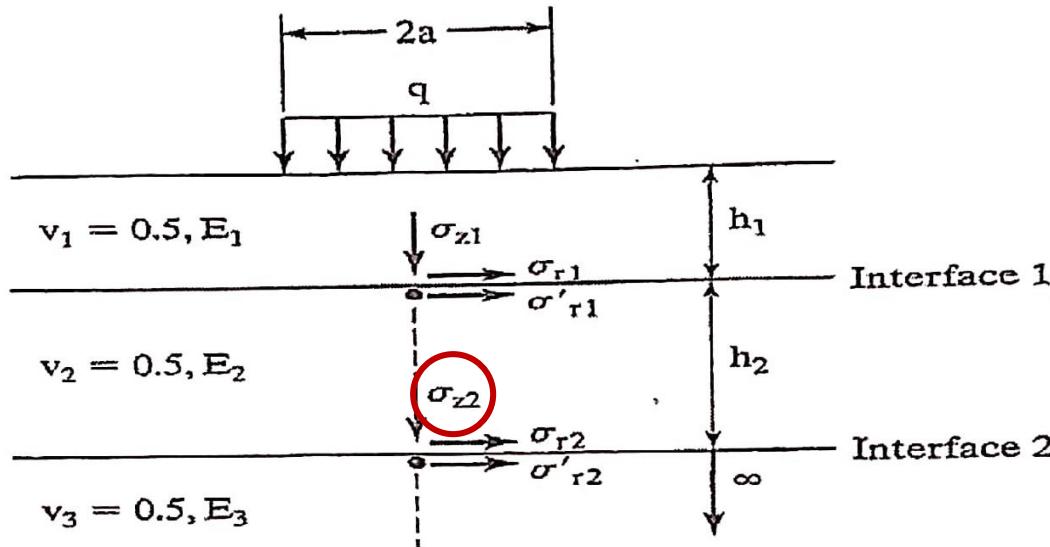
$$h_{eq} = h_1 * \sqrt[3]{\frac{E_1(1 - v_2^2)}{E_2(1 - v_1^2)}}$$

Για επιπονήσεις

- Από διεπιφάνεια και κάτω: 1 στρώση με E_2 , v_2 , $h=h_{eq}-h_1$ (ελαστικός ημίχωρος)
- Πάνω από διεπιφάνεια: 1 στρώση με E_1 , v_1 και για μεγαλύτερη ακρίβεια

$$h_{eq} = f * h_1 * \sqrt[3]{\frac{E_1}{E_2}}, f: \text{διορθωτικός συντελεστής}$$

Μέθοδος Ισοδύναμων Στρώσεων (Odemark, 1949)



Σύστημα >2 στρώσεων

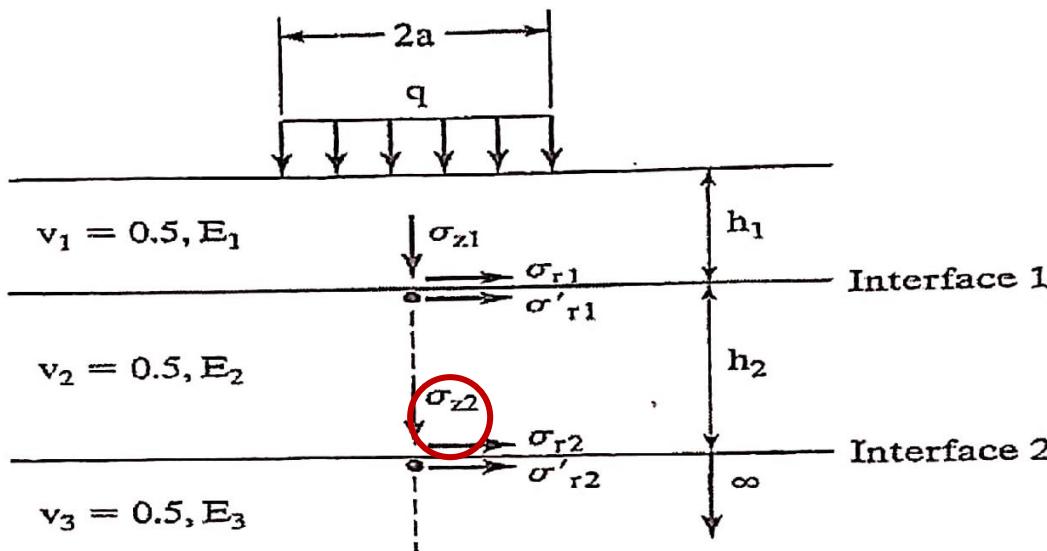
$$h_{eq} = f * \sum_{i=1}^{n-1} \left[h_i * \sqrt[3]{\frac{E_i}{E_n}} \right]$$

Οι στρώσεις κάτω την η θεωρείται ότι έχουν μέτρο ελαστικότητας E_n .

Συνήθεις τιμές f

- Για $n=2 : 0,9$
- Για $n=3 : 0,8$ (εκτός από πρώτη διεπιφάνεια όπου $f=1$)

Μέθοδος Ισοδύναμων Στρώσεων (Odemark, 1949)



Σύστημα >2 στρώσεων

$$h_{eq} = f * \sum_{i=1}^{n-1} \left[h_i * \sqrt[3]{\frac{E_i}{E_n}} \right]$$

Για τον υπολογισμό των τάσεων στη στρώση № 2
 $f = 0,99 - 0,07 \frac{h_1}{a}$

στη στρώση № 3 (σύστημα 3 στρώσεων)
 $f = 0,76 + 0,24 \frac{E_3}{E_2}$

στη στρώση № 3 (σύστημα 4 στρώσεων)
 $f = 1,04 - 0,176 \cdot \log \frac{E_2}{E_3}$

στη στρώση № 4 (σύστημα 4 στρώσεων)
 $f = 0,96 - 0,176 \cdot \log \frac{E_3}{E_2}$

Παρατηρήσεις επί μεθόδου Odemark

- Οι τάσεις και οι παραμορφώσεις υπολογίζονται αντί στο πραγματικό βάθος (h_1+h_2-y) στο **ισοδύναμο βάθος** ($h_{eq}-y$).
- **Μετατοπίσεις** = áθροισμα συνθλίψεων + μετατόπιση τελευταίας στρώσης
- **Σύνθλιψη στρώσης** = διαφορά μετατόπισης áνω και κάτω επιφάνειας στο μετασχηματισμένο σύστημα.
- Συνήθως 1 στρώση οδόστρωμα, 1 στρώση βάση-υπόβαση, 1 στρώση έδαφος (ελαστικός ημίχωρος)

Παρατηρήσεις επί μεθόδου Odemark

- Η μέθοδος έχει ακρίβεια όταν τα **Ε μικραίνουν με το βάθος** (υποδιπλασιάζονται σε κάθε στρώση) και το ισοδύναμο πάχος κάθε στρώσης είναι **μεγαλύτερο από την ακτίνα** του κατανεμημένου φορτίου α.
- Η μέθοδος δίνει καλά αποτελέσματα (κοντά στη θεωρία ελαστικότητας) για τις κατακόρυφες τάσεις αλλά λιγότερα καλά για τις μετατοπίσεις.

Άσκηση 1

Να υπολογιστεί η κατακόρυφη τάση στην επιφάνεια της στρώσεως 3 του παρακάτω οδοστρώματος για $v_1=v_2=v_3$.

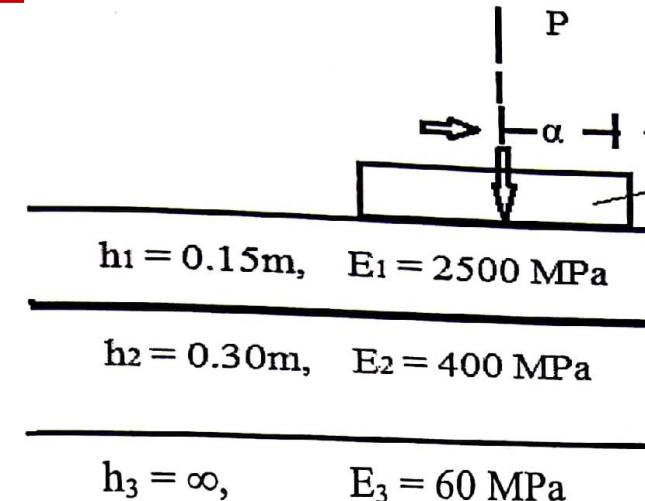
$a = 150 \text{ ωμ}$

$$\frac{P}{a} = 0.7 \text{ [N/ωμ}^2]$$
$$E_1 = 2000 \text{ [MN/ωμ}^2]$$
$$h_1 = 150 \text{ ωμ}$$
$$E_2 = 300 \text{ [MN/ωμ}^2]$$
$$h_2 = 500 \text{ ωμ}$$
$$E_3 = 20 \text{ [MN/ωμ}^2]$$
$$h_3 = \infty$$

Άσκηση 2

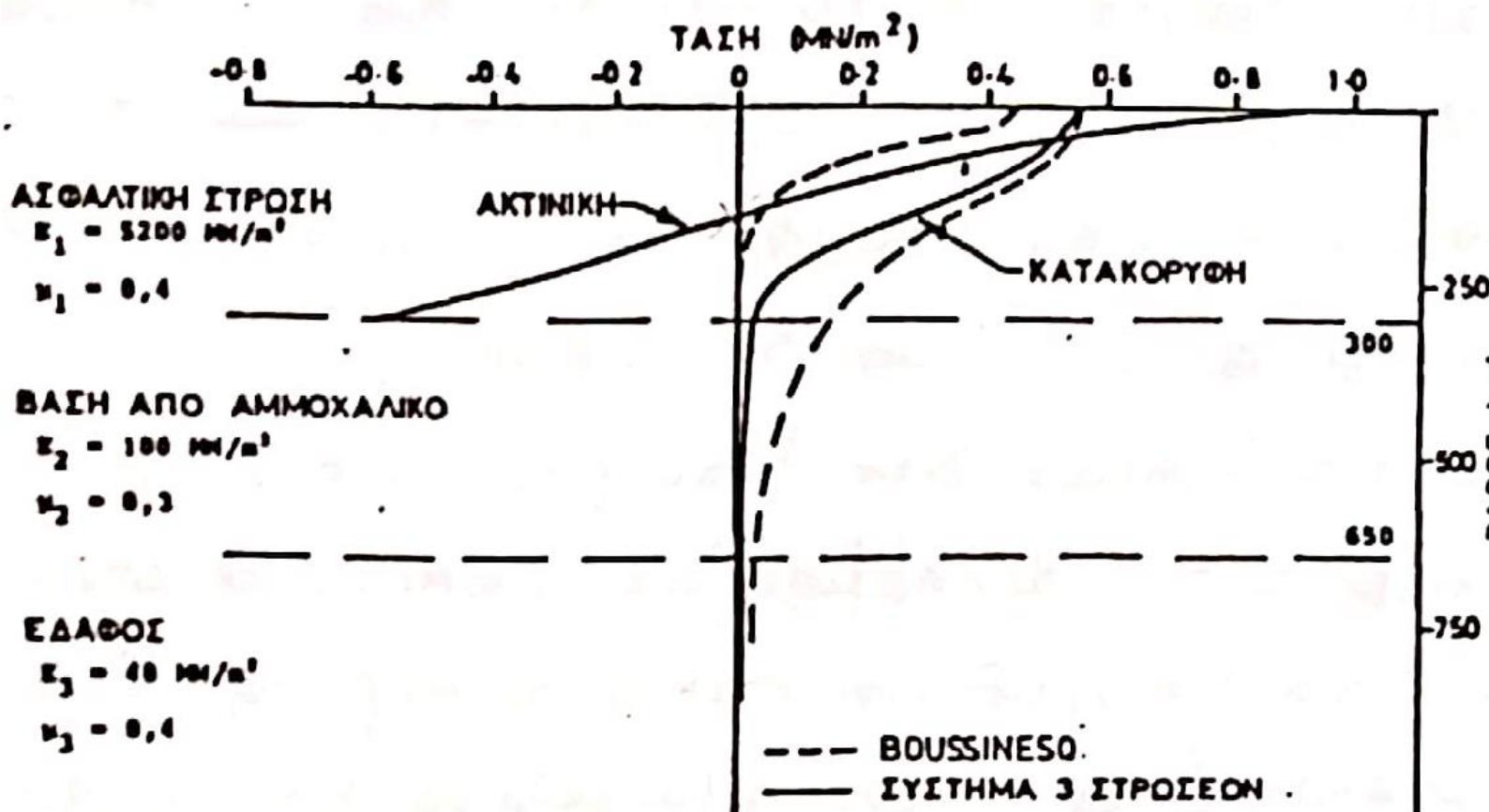
Θεωρείται εύκαμπτο οδόστρωμα τριών στρώσεων με πάχη και μέτρα ελαστικότητας στρώσεων όπως φαίνονται στο σχήμα.

Ο λόγος Poisson ν είναι κοινός και ίσος με 0,4. Το οδόστρωμα φορτίζεται με κατακόρυφο φορτίο $P=45\text{kN}$ ομοιόμορφα κατανεμημένο σε κυκλική επιφάνεια ακτίνας $a=0,15 \text{ m}$.

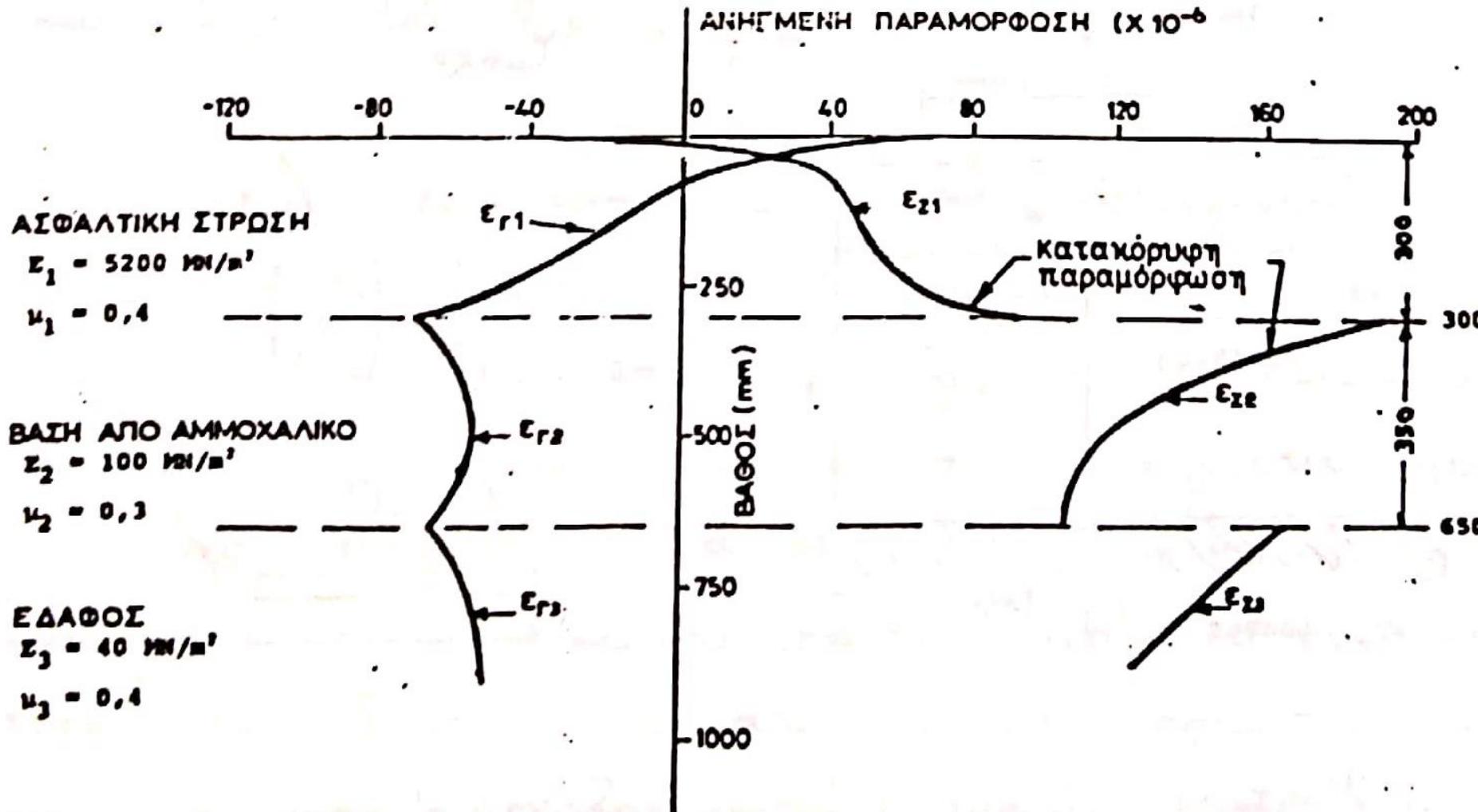


Ζητούνται: (α) η οριζόντια και κατακόρυφη παραμόρφωση στην κάτω επιφάνειας της πρώτης στρώσης (άσφαλτος), (β) η κατακόρυφη τάση και παραμόρφωση στην άνω επιφάνεια της τρίτης στρώσης (έδαφος) και (γ) η κατακόρυφη μετατόπιση στην επιφάνεια του οδοστρώματος.

Κατανομή τάσεων (υπενθύμιση)



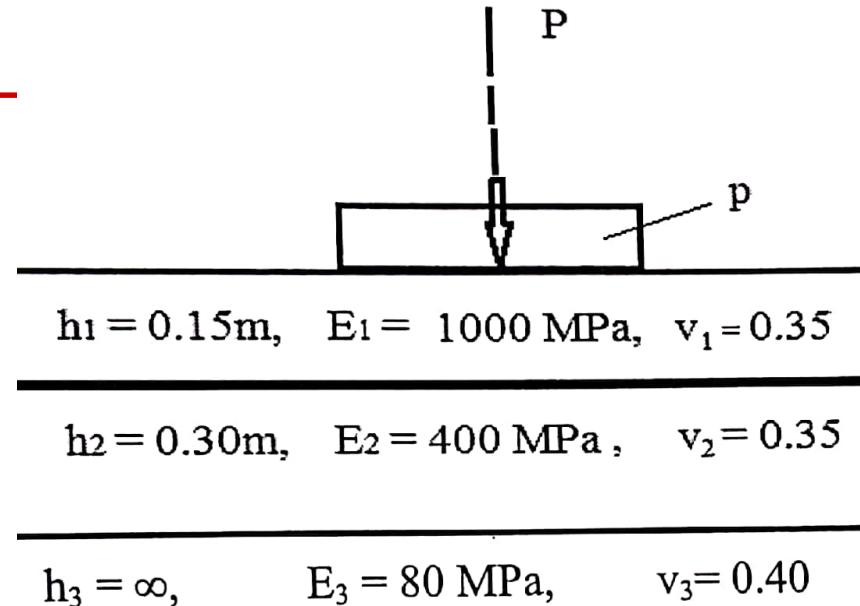
Κατανομή παραμορφώσεων (υπενθύμιση)



Άσκηση 3

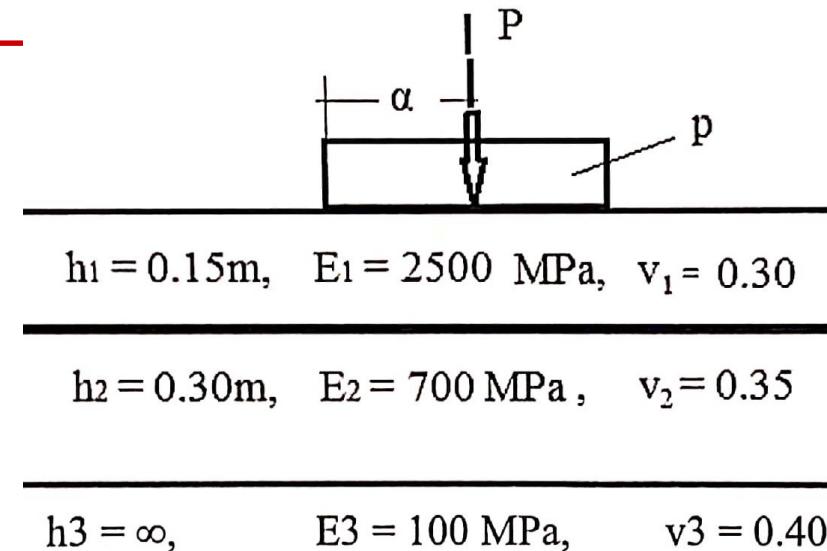
Θεωρείται εύκαμπτο οδόστρωμα τριών στρώσεων με πάχη και μέτρα ελαστικότητας στρώσεων όπως φαίνονται στο σχήμα. Το οδόστρωμα φορτίζεται με κατακόρυφο φορτίο $P=80\text{ kN}$ ομοιόμορφα κατανεμημένο σε ορθογωνική επιφάνεια $0,30$ επί $0,45$ m.

Ζητούνται τάσεις και παραμορφώσεις (οριζόντιες και κατακόρυφες) στις δύο διεπιφάνειες των στρώσεων 1-2 και 2-3 καθώς και οι κατακόρυφες τάσεις μετατοπίσεις στις δύο διεπιφάνειες και στην επιφάνεια του οδοστρώματος.



Άσκηση 4

Θεωρείται εύκαμπτο οδόστρωμα τριών στρώσεων με πάχη και μέτρα ελαστικότητας στρώσεων όπως φαίνονται στο σχήμα. Το οδόστρωμα φορτίζεται με κατακόρυφο φορτίο $P=80\text{kN}$ ομοιόμορφα κατανεμημένο σε κυκλική επιφάνεια ακτίνας $0,152\text{ m}$.



Ζητούνται οι οριζόντιες παραμορφώσεις στην κάτω επιφάνεια της ασφαλτικής στρώσης, η κατακόρυφη τάση στην άνω επιφάνεια του υπεδάφους, η κατακόρυφη μετατόπιση της επιφάνειας του οδοστρώματος.

Ευχαριστώ
