Μέθοδοι Βελτιστοποίησης

Μέθοδος Βελτιστοποίησης Αναζήτησης Αρμονίας (Harmony Search – HS)

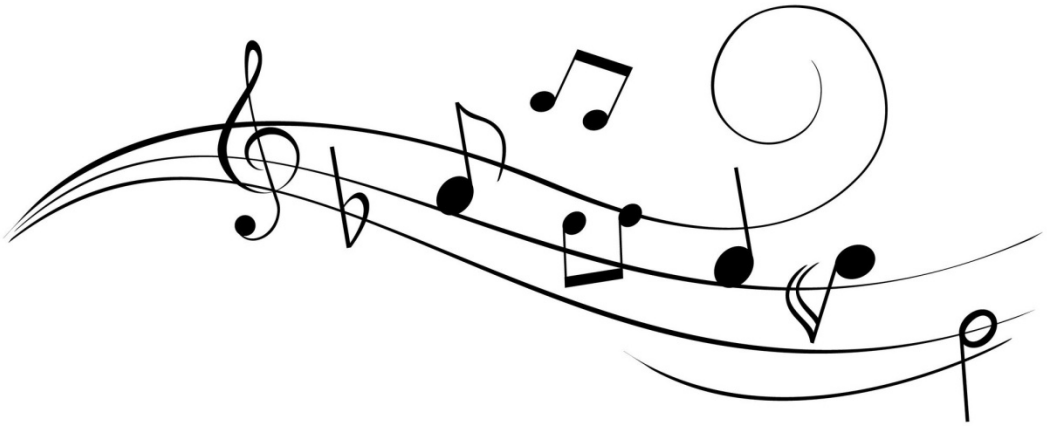
Υπεύθυνος μαθήματος : Αθανάσιος Χασιακός
Επιμέλεια παρουσίασης : Παναγιώτης Τσίκας

Αρμονία

Αρμονία είναι το ηχητικό αποτέλεσμα που προκαλούν δύο ή περισσότερα όργανα ταυτόχρονα.

Ένας μουσικός κατά τη διάρκεια μιας πρόβας έχει τρεις (3) επιλογές:

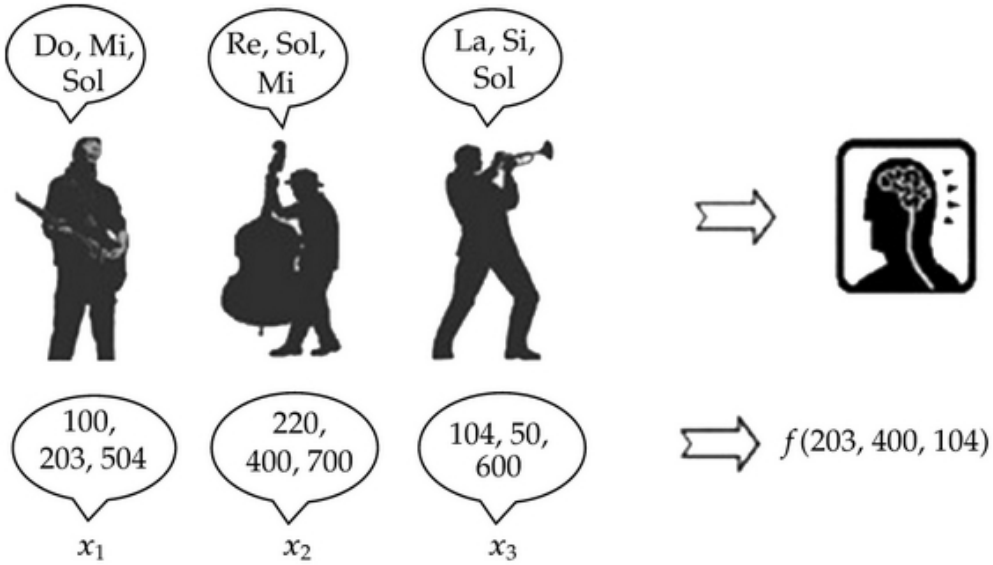
Α) να παίξει τη βασική μελωδία,
Β) να παίξει κάτι παρεμφερές με τη βασική μελωδία,
Γ) να εισάγει νέες νότες αυτοσχεδιάζοντας.



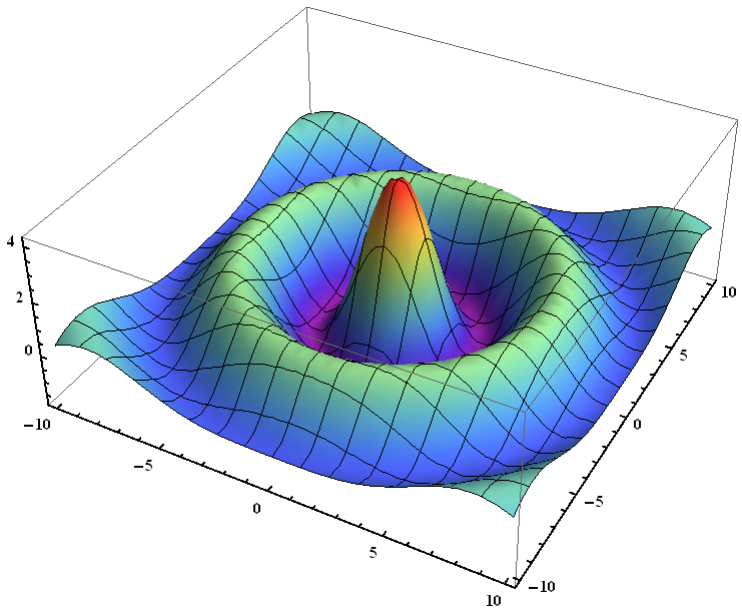
Αλγόριθμος Αναζήτησης Αρμονίας

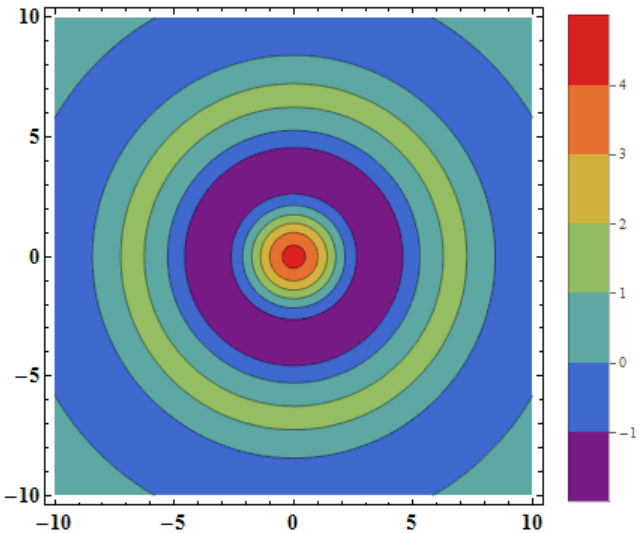
Με βάση τον αλγόριθμο αναζητάμε την καλύτερη αρμονία έχοντας τρεις επιλογές:

Α) αποδοχή μνήμης αρμονίας,
Β) προσαρμογή τονικού ύφους,
Γ) αυτοσχεδιασμός.



Μεγιστοποίηση συνάρτησης





$$f(x,y)=10\cdot\frac{Sin\left(\sqrt{x^2+y^2}+1\right)}{\sqrt{x^2+y^2}+2}$$

$$-10\le x,y\le 10$$

Μεγιστοποίηση συνάρτησης

$$\max f(x,y) = 10 \cdot \frac{Sin\left(\sqrt{x^2+y^2}+1\right)}{\sqrt{x^2+y^2}+2} \qquad -10 \le x, y \le 10$$

Παράμετροι αλγόριθμου

Μέγεθος μνήμης αρμονίας	Βαθμός θεώρησης μνήμης	Βαθμός προσαρμογής τόνου
10	**0,80**	**0,40**

Μνήμη

	Αρμονίες									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	-5,92	-6,34	1,1	-7,04	-4,23	-7,1	4,81	-7,87	-1,89	1,13
y	-3,35	8,06	-9,14	9,57	-2,63	4,52	9,82	1,83	-4,28	-7,15
f(x,y)	1,135	-0,789	-0,628	0,223	-0,426	0,008	-0,456	0,335	-0,851	1,003

80% από μνήμη
ή
20% νέες τυχαίες τιμές

40% να γίνει προσαρμογή
ή
60% να μην γίνει προσαρμογή

Η προσαρμογή γίνεται με μια σχέση της μορφής:

$$\boxed{x_i^{new} = x_i + a \cdot random[-1,+1]}$$

Μεγιστοποίηση συνάρτησης (t=0)

$$\max f(x,y) = 10 \cdot \frac{Sin\left(\sqrt{x^2+y^2}+1\right)}{\sqrt{x^2+y^2}+2} \qquad -10 \le x, y \le 10$$

αρχική μνήμη (t=0)

Μνήμη	Αρμονίες									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	-5,92	-6,34	1,1	-7,04	-4,23	-7,1	4,81	-7,87	-1,89	1,13
y	-3,35	8,06	-9,14	9,57	-2,63	4,52	9,82	1,83	-4,28	-7,15
f(x,y)	1,135	-0,789	-0,628	0,223	-0,426	0,008	-0,456	0,335	-0,851	1,003

ταξινομημένη αρχική μνήμη (t=0)

Μνήμη	Αρμονίες									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	-1,89	-6,34	1,1	4,81	-4,23	-7,1	-7,04	-7,87	1,13	-5,92
y	-4,28	8,06	-9,14	9,82	-2,63	4,52	9,57	1,83	-7,15	-3,35
f(x,y)	-0,851	-0,789	-0,628	-0,456	-0,426	0,008	0,223	0,335	1,003	1,135

Μεγιστοποίηση συνάρτησης (t=1)

$$\max f(x,y) = 10 \cdot \frac{Sin\left(\sqrt{x^2+y^2}+1\right)}{\sqrt{x^2+y^2}+2} \qquad -10 \le x, y \le 10$$

Μνήμη		Αρμονίες									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	x	-1,89	-6,34	1,1	4,81	-4,23	-7,1	-7,04	-7,87	1,13	-5,92
	y	-4,28	8,06	-9,14	9,82	-2,63	4,52	9,57	1,83	-7,15	-3,35
	f(x,y)	-0,851	-0,789	-0,628	-0,456	-0,426	0,008	0,223	0,335	1,003	1,135

<u>Για τη μεταβλητή Χ</u>

1. Βαθμός θεώρησης μνήμης 0,80

Έστω τυχαίος αριθμός δ1=0,71 | 0,71 < 0,80 → επιλέγω από μνήμη.

Στη μνήμη έχω 10 αρμονίες, επιλέγω τυχαία δυο αρμονίες και κρατάω την καλύτερη, έστω 5 και 6 → καλύτερη η 6 → **Χ=-7,1**

2. Βαθμός προσαρμογής τόνου 0,40

Έστω τυχαίος αριθμός δ2=0,49 | 0,49 > 0,40 → δε θα γίνει προσαρμογή, παραμένει η τιμή ως έχει → **<u>Χ=-7,1</u>**

Μεγιστοποίηση συνάρτησης (t=1)

$$\max f(x,y) = 10 \cdot \frac{Sin\left(\sqrt{x^2+y^2}+1\right)}{\sqrt{x^2+y^2}+2} \qquad -10 \le x, y \le 10$$

Μνήμη		Αρμονίες									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	x	-1,89	-6,34	1,1	4,81	-4,23	-7,1	-7,04	-7,87	1,13	-5,92
	y	-4,28	8,06	-9,14	9,82	-2,63	4,52	9,57	1,83	-7,15	-3,35
	f(x,y)	-0,851	-0,789	-0,628	-0,456	-0,426	0,008	0,223	0,335	1,003	1,135

<u>Για τη μεταβλητή Y</u>

1. Βαθμός θεώρησης μνήμης 0,80

Έστω τυχαίος αριθμός δ1=0,64 | 0,64 < 0,80 → επιλέγω από μνήμη.

Στη μνήμη έχω 10 αρμονίες, επιλέγω τυχαία δυο αρμονίες και κρατάω την καλύτερη, έστω 7 και 2 → καλύτερη η 7 → **Y=9,57**

2. Βαθμός προσαρμογής τόνου 0,40

Έστω τυχαίος αριθμός δ2=0,41 | 0,41 > 0,40 → δε θα γίνει προσαρμογή
→ **<u>Y=9,57</u>**

Μεγιστοποίηση συνάρτησης (t=1)

$$\max f(x,y) = 10 \cdot \frac{Sin\left(\sqrt{x^2+y^2}+1\right)}{\sqrt{x^2+y^2}+2} \qquad -10 \le x, y \le 10$$

Επειδή η νέα αρμονία (λύση) f(-7.1, 9.57) = 0.246 είναι καλύτερη από τη χειρότερη στη μνήμη (-0,851) → γίνεται αντικατάσταση.

Μνήμη	Αρμονίες									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	-1,89	-6,34	1,1	4,81	-4,23	-7,1	-7,04	-7,87	1,13	-5,92
y	-4,28	8,06	-9,14	9,82	-2,63	4,52	9,57	1,83	-7,15	-3,35
f(x,y)	-0,851	-0,789	-0,628	-0,456	-0,426	0,008	0,223	0,335	1,003	1,135

Μεγιστοποίηση συνάρτησης (t=1)

$$\max f(x,y) = 10 \cdot \frac{Sin\left(\sqrt{x^2+y^2}+1\right)}{\sqrt{x^2+y^2}+2} \qquad -10 \le x, y \le 10$$

Μνήμη

	Αρμονίες									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	-1,89	-6,34	1,1	4,81	-4,23	-7,10	-7,04	-7,87	1,13	-5,92
y	-4,28	8,06	-9,14	9,82	-2,63	4,52	9,57	1,83	-7,15	-3,35
f(x,y)	-0,851	-0,789	-0,628	-0,456	-0,426	0,008	0,223	0,335	1,003	1,135

Μνήμη

	Αρμονίες									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	-7,10	-6,34	1,10	4,81	-4,23	-7,10	-7,04	-7,87	1,13	-5,92
y	9,57	8,06	-9,14	9,82	-2,63	4,52	9,57	1,83	-7,15	-3,35
f(x,y)	0,246	-0,789	-0,628	-0,456	-0,426	0,008	0,223	0,335	1,003	1,135

Μνήμη

	Αρμονίες									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	-6,34	1,10	4,81	-4,23	-7,10	-7,04	-7,10	-7,87	1,13	-5,92
y	8,06	-9,14	9,82	-2,63	4,52	9,57	9,57	1,83	-7,15	-3,35
f(x,y)	-0,789	-0,628	-0,456	-0,426	0,008	0,223	0,246	0,335	1,003	1,135

Μεγιστοποίηση συνάρτησης (t=2)

$$\max f(x,y) = 10 \cdot \frac{Sin\left(\sqrt{x^2+y^2}+1\right)}{\sqrt{x^2+y^2}+2} \qquad -10 \le x, y \le 10$$

Μνήμη		Αρμονίες									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	x	-6,34	1,1	4,81	-4,23	-7,1	-7,04	-7,1	-7,87	1,13	-5,92
	y	8,06	-9,14	9,82	-2,63	4,52	9,57	9,57	1,83	-7,15	-3,35
	f(x,y)	-0,789	-0,628	-0,456	-0,426	0,008	0,223	0,246	0,335	1,003	1,135

<u>Για τη μεταβλητή X</u>

1. Βαθμός θεώρησης μνήμης 0,80

Έστω τυχαίος αριθμός δ1=0,86 | 0,86 > 0,80 → επιλέγω εκτός μνήμης.

Επιλέγω τυχαία νέα τιμή, έστω 2,1 → **X=2,1**

Μεγιστοποίηση συνάρτησης (t=2)

$$\max f(x,y) = 10 \cdot \frac{Sin\left(\sqrt{x^2+y^2}+1\right)}{\sqrt{x^2+y^2}+2} \qquad -10 \le x, y \le 10$$

Μνήμη		Αρμονίες									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	x	-6,34	1,1	4,81	-4,23	-7,1	-7,04	-7,1	-7,87	1,13	-5,92
	y	8,06	-9,14	9,82	-2,63	4,52	9,57	9,57	1,83	-7,15	-3,35
	f(x,y)	-0,789	-0,628	-0,456	-0,426	0,008	0,223	0,246	0,335	1,003	1,135

<u>Για τη μεταβλητή Y</u>

1. Βαθμός θεώρησης μνήμης 0,80

Έστω τυχαίος αριθμός δ1=0,91 | 0,91 > 0,80 → επιλέγω εκτός μνήμης.

Επιλέγω τυχαία νέα τιμή, έστω 7,5 → **Y=7,5**

Μεγιστοποίηση συνάρτησης (t=2)

$$\max f(x,y) = 10 \cdot \frac{Sin\left(\sqrt{x^2+y^2}+1\right)}{\sqrt{x^2+y^2}+2} \qquad -10 \le x, y \le 10$$

Επειδή η νέα αρμονία (λύση) f(2.1, 7.5) = 0,607
είναι καλύτερη από τη χειρότερη στη μνήμη (-0,789)
→ γίνεται αντικατάσταση.

Μνήμη	Αρμονίες									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	-6,34	1,1	4,81	-4,23	-7,1	-7,04	-7,1	-7,87	1,13	-5,92
y	8,06	-9,14	9,82	-2,63	4,52	9,57	9,57	1,83	-7,15	-3,35
f(x,y)	-0,789	-0,628	-0,456	-0,426	0,008	0,223	0,246	0,335	1,003	1,135

Μεγιστοποίηση συνάρτησης (t=2)

$$\max f(x,y) = 10 \cdot \frac{Sin\left(\sqrt{x^2+y^2}+1\right)}{\sqrt{x^2+y^2}+2} \qquad -10 \le x, y \le 10$$

Μνήμη

	Αρμονίες									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	-6,34	1,1	4,81	-4,23	-7,1	-7,04	-7,1	-7,87	1,13	-5,92
y	8,06	-9,14	9,82	-2,63	4,52	9,57	9,57	1,83	-7,15	-3,35
f(x,y)	-0,789	-0,628	-0,456	-0,426	0,008	0,223	0,246	0,335	1,003	1,135

Μνήμη

	Αρμονίες									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	2,10	1,10	4,81	-4,23	-7,10	-7,04	-7,10	-7,87	1,13	-5,92
y	7,50	-9,14	9,82	-2,63	4,52	9,57	9,57	1,83	-7,15	-3,35
f(x,y)	0,607	-0,628	-0,456	-0,426	0,008	0,223	0,246	0,335	1,003	1,135

Μνήμη

	Αρμονίες									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	1,10	4,81	-4,23	-7,10	-7,04	-7,10	-7,87	2,10	1,13	-5,92
y	-9,14	9,82	-2,63	4,52	9,57	9,57	1,83	7,50	-7,15	-3,35
f(x,y)	-0,628	-0,456	-0,426	0,008	0,223	0,246	0,335	0,607	1,003	1,135

Μεγιστοποίηση συνάρτησης (t=3)

$$\max f(x,y) = 10 \cdot \frac{Sin\left(\sqrt{x^2+y^2}+1\right)}{\sqrt{x^2+y^2}+2} \qquad -10 \le x, y \le 10$$

$$\boxed{x_i^{new} = x_i + a \cdot random[-1,+1]}$$

Θεωρώ α=10

Μνήμη		Αρμονίες									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	x	1,1	4,81	-4,23	-7,1	-7,04	-7,1	-7,87	2,1	1,13	-5,92
	y	-9,14	9,82	-2,63	4,52	9,57	9,57	1,83	7,5	-7,15	-3,35
	f(x,y)	-0,628	-0,456	-0,426	0,008	0,223	0,246	0,335	0,607	1,003	1,135

<u>Για τη μεταβλητή Χ</u>

1. Βαθμός θεώρησης μνήμης 0,80

Έστω τυχαίος αριθμός δ1=0,62 | 0,62 < 0,80 → επιλέγω από μνήμη

Στη μνήμη έχω 10 αρμονίες, επιλέγω τυχαία δυο αρμονίες & κρατάω την καλύτερη, έστω 1 και 3 → καλύτερη η 3 → **Χ=-4,23**

2.Βαθμός προσαρμογής τόνου 0,40

Έστω τυχαίος αριθμός δ2=0,31 | 0,31 < 0,40 → θα γίνει προσαρμογή

→ Χ=-4,23+α random[-1,+1]=-4.23+10*0,650 = 2,27 → **Χ=2,27**

Μεγιστοποίηση συνάρτησης (t=3)

$$\max f(x,y) = 10 \cdot \frac{Sin\left(\sqrt{x^2+y^2}+1\right)}{\sqrt{x^2+y^2}+2} \qquad -10 \le x, y \le 10$$

Μνήμη		Αρμονίες									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	x	1,1	4,81	-4,23	-7,1	-7,04	-7,1	-7,87	2,1	1,13	-5,92
	y	-9,14	9,82	-2,63	4,52	9,57	9,57	1,83	7,5	-7,15	-3,35
	f(x,y)	-0,628	-0,456	-0,426	0,008	0,223	0,246	0,335	0,607	1,003	1,135

<u>Για τη μεταβλητή Y</u>

1. Βαθμός θεώρησης μνήμης 0,80

Έστω τυχαίος αριθμός δ1=0,97 | 0,97 > 0,80 → επιλέγω εκτός μνήμης.

Επιλέγω τυχαία νέα τιμή, έστω 2,57 → **Y=2,57**

Μεγιστοποίηση συνάρτησης (t=3)

$$\max f(x,y) = 10 \cdot \frac{Sin\left(\sqrt{x^2+y^2}+1\right)}{\sqrt{x^2+y^2}+2} \qquad -10 \le x, y \le 10$$

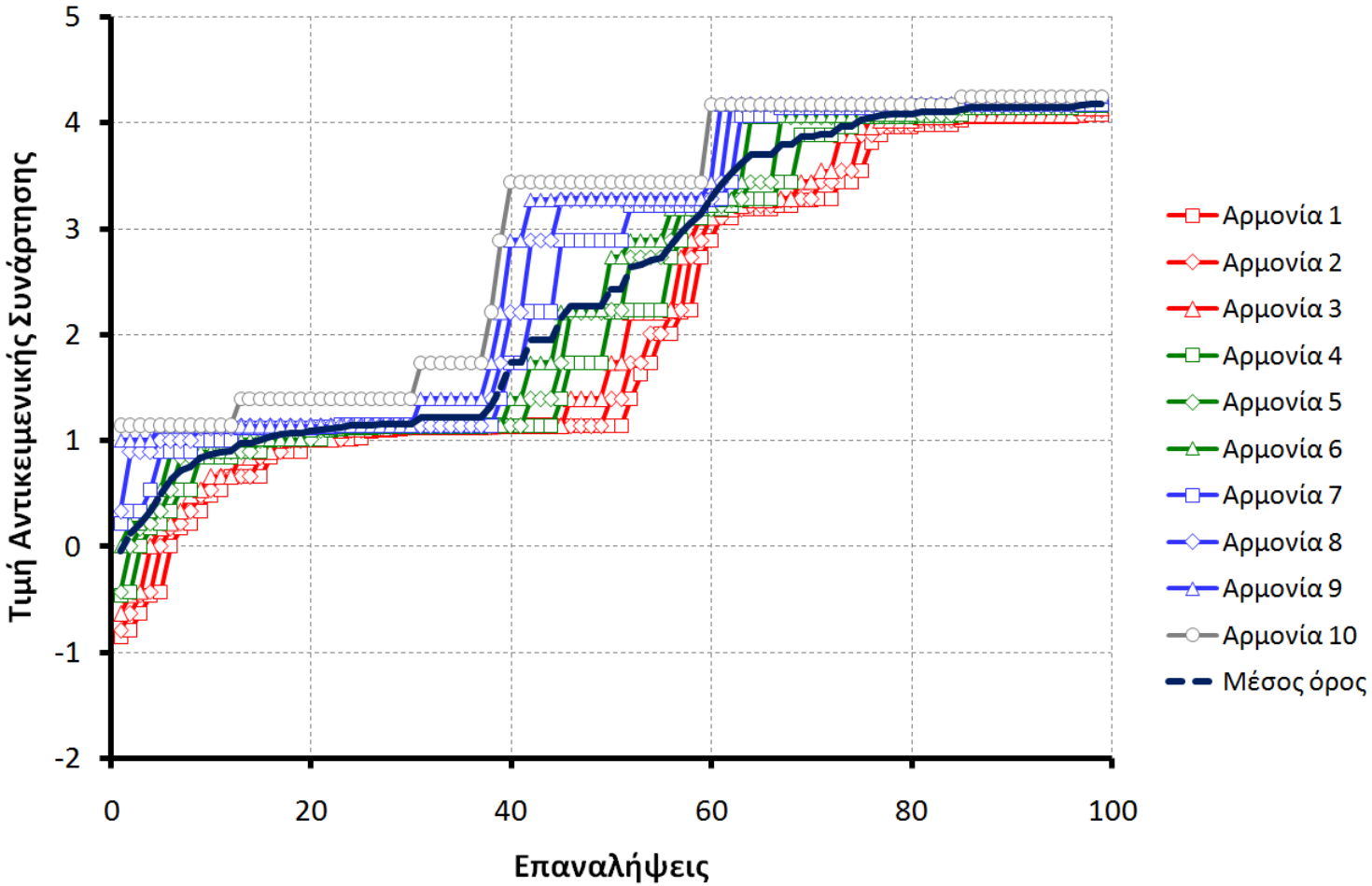
Επειδή η νέα αρμονία (λύση) f(2.27, 2.57) = -1.768
δεν είναι καλύτερη από τη χειρότερη στη μνήμη (-0,628)
→ δε γίνεται αντικατάσταση.

Μνήμη		Αρμονίες									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	x	1,1	4,81	-4,23	-7,1	-7,04	-7,1	-7,87	2,1	1,13	-5,92
	y	-9,14	9,82	-2,63	4,52	9,57	9,57	1,83	7,5	-7,15	-3,35
	f(x,y)	-0,628	-0,456	-0,426	0,008	0,223	0,246	0,335	0,607	1,003	1,135

Μεγιστοποίηση συνάρτησης

$$\max f(x,y) = 10 \cdot \frac{Sin\left(\sqrt{x^2+y^2}+1\right)}{\sqrt{x^2+y^2}+2} \qquad -10 \le x, y \le 10$$

$$\max f(0.15, -0.10) = 4.25$$



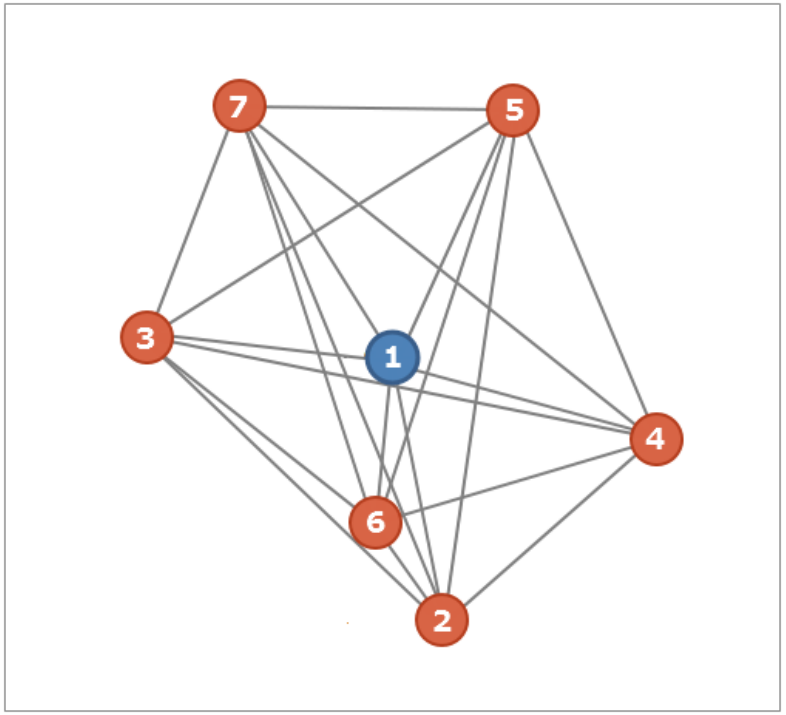
Αλγόριθμος Αναζήτησης Αρμονίας

Δομή αλγορίθμου

- Βήμα 1. Καθορισμός παραμέτρων
- Βήμα 2. Καθορισμός αρμονιών (λύσεων) στη μνήμη.
- Βήμα 3. Δημιουργία νέας αρμονίας ακολουθώντας τρεις δυνατές περιπτώσεις:
  - αποδοχή αρμονικής μνήμης,
  - προσαρμογή τονικού ύφους και
  - αυτοσχεδιασμός.
- Βήμα 4. Ανανέωση αρμονικής μνήμης: εφόσον η αρμονία που παρήχθη είναι καλύτερη από τη χειρότερη αρμονία στη μνήμη, η νέα αρμονία αντικαθιστά τη χειρότερη αρμονία της μνήμης.
- Βήμα 5. Επανάληψη των Βημάτων 3 και 4 μέχρι να ικανοποιηθούν τα κριτήρια τερματισμού.

το Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή

Παράδειγμα TSP



Δίκτυο
μεταξύ των πόλεων

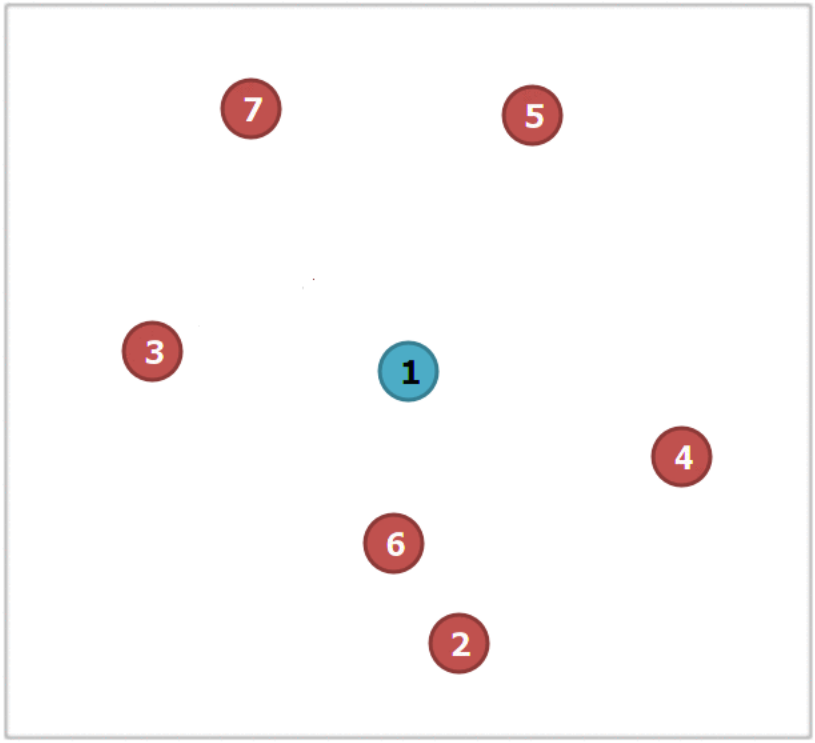
Υπολογισμός αποστάσεων μεταξύ των πόλεων

	Σημεία	
	x	y
1	0	0
2	13,56	-79,88
3	-69,73	6,42
4	76,5	-23,6
5	36,41	73,53
6	-5,19	-49,77
7	-44,04	76,3

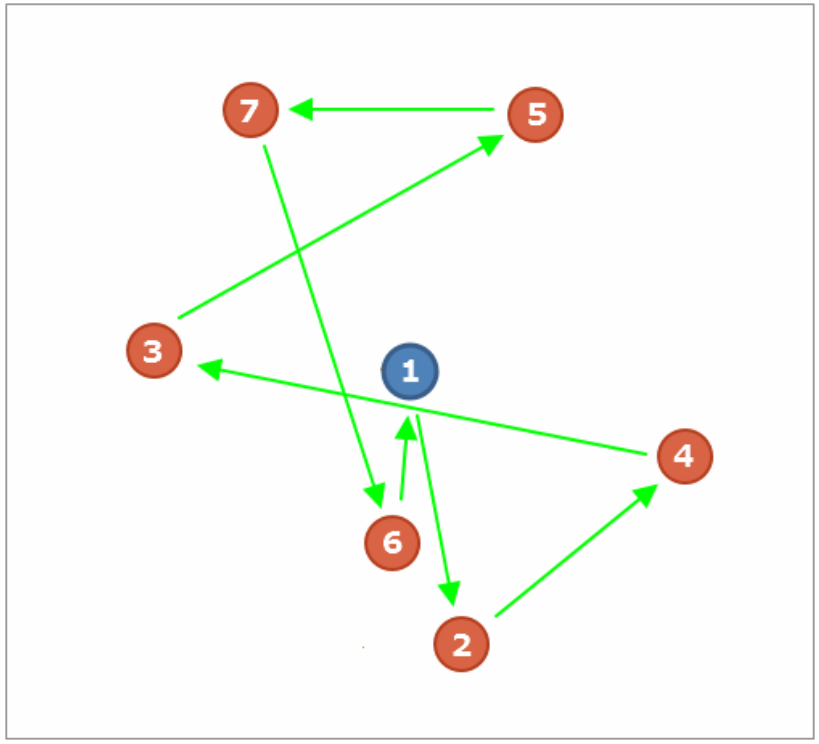
	Πίνακας Αποστάσεων						
	1	2	3	4	5	6	7
1		81,02	70,02	80,06	82,05	50,04	88,10
2	81,02		119,94	84,43	155,10	35,47	166,46
3	70,02	119,94		149,28	125,58	85,57	74,45
4	80,06	84,43	149,28		105,08	85,78	156,56
5	82,05	155,10	125,58	105,08		130,13	80,50
6	50,04	35,47	85,57	85,78	130,13		131,92
7	88,10	166,46	74,45	156,56	80,50	131,92	

Παράδειγμα TSP

Γεωγραφία πόλεων



Τυχαία διαδρομή Α (λύση 1)



Η διαδρομή είναι η
1-2-4-3-5-7-6-1 με μήκος 703.

Παράδειγμα TSP

Παράμετροι αλγόριθμου

Μέγεθος μνήμης αρμονίας	Βαθμός θεώρησης μνήμης	Βαθμός προσαρμογής τόνου
10	**0,80**	**0,40**
	80% από μνήμη ή 20% τυχαία νέες τιμές	40% να γίνει προσαρμογή ή 60% να μην γίνει προσαρμογή

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Διαδρομή	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	5	4	6	6	2	3	2	4	6	2
	6	5	7	7	6	4	3	6	5	7
	2	6	4	4	4	7	4	3	2	5
	4	2	3	2	5	5	7	7	7	3
	7	7	2	5	3	2	6	5	4	6
	3	3	5	3	7	6	5	2	3	4
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	633	662	845	774	595	697	851	642	878	705

Προσαρμογή γίνεται με αντιμετάθεση πόλεων.

Παράδειγμα TSP (t=0)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Διαδρομή	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	5	4	6	6	2	3	2	4	6	2
	6	5	7	7	6	4	3	6	5	7
	2	6	4	4	4	7	4	3	2	5
	4	2	3	2	5	5	7	7	7	3
	7	7	2	5	3	2	6	5	4	6
	3	3	5	3	7	6	5	2	3	4
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	633	662	845	774	595	697	851	642	878	705

Ταξινόμηση

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Διαδρομή	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	6	2	6	6	2	3	4	4	5	2
	5	3	7	7	7	4	5	6	6	6
	2	4	4	4	5	7	6	3	2	4
	7	7	3	2	3	5	2	7	4	5
	4	6	2	5	6	2	7	5	7	3
	3	5	5	3	4	6	3	2	3	7
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	878	851	845	774	705	697	662	642	633	595

Παράδειγμα TSP (t=1)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Διαδρομή	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	6	2	6	6	2	3	4	4	5	2
	5	3	7	7	7	4	5	6	6	6
	2	4	4	4	5	7	6	3	2	4
	7	7	3	2	3	5	2	7	4	5
	4	6	2	5	6	2	7	5	7	3
	3	5	5	3	4	6	3	2	3	7
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	878	851	845	774	705	697	662	642	633	595

<u>Για τη μεταβλητή Χ (διαδρομή)</u>

1. Βαθμός θεώρησης μνήμης 0,80

Έστω τυχαίος αριθμός δ1=0,71 | 0,71 < 0,80 → επιλέγω από μνήμη

Στη μνήμη έχω 10 αρμονίες, επιλέγω τυχαία δυο αρμονίες & κρατάω την καλύτερη, έστω 2 και 8 → καλύτερη η 8 → **X= {1, 4, 6, 3, 7, 5, 2, 1}**

2. Βαθμός προσαρμογής τόνου 0,40

Έστω τυχαίος αριθμός δ2=0,49 | 0,49 > 0,40 → δε θα γίνει προσαρμογή
→ X={1, 4, 6, 3, 7, 5, 2, 1}

Παράδειγμα TSP (t=1)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	6	2	6	6	2	3	4	4	5	2
6	5	3	7	7	7	4	5	6	6	6
3	2	4	4	4	5	7	6	3	2	4
7	7	7	3	2	3	5	2	7	4	5
5	4	6	2	5	6	2	7	5	7	3
2	3	5	5	3	4	6	3	2	3	7
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
642	878	851	845	774	705	697	662	642	633	595

d(1, 4, 6, 3, 7, 5, 2, 1) = 642 < d(1, 6, 5, 2, 7, 4, 3, 1) = 878

Η νέα λύση είναι καλύτερη από την χειρότερη λύση στη μνήμη : αντικατάσταση

Παράδειγμα TSP(t=2)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Διαδρομή	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2	6	6	2	3	4	4	4	5	2
	3	7	7	7	4	5	6	6	6	6
	4	4	4	5	7	6	3	3	2	4
	7	3	2	3	5	2	7	7	4	5
	6	2	5	6	2	7	5	5	7	3
	5	5	3	4	6	3	2	2	3	7
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	851	845	774	705	697	662	642	642	633	595

<u>Για τη μεταβλητή Χ (διαδρομή)</u>

1. Βαθμός θεώρησης μνήμης, 0,80

Έστω τυχαίος αριθμός δ1=0,81 | 0,81 > 0,80 → επιλέγω εκτός μνήμης.

Επιλέγω τυχαία μια νέα διαδρομή-αρμονία, έστω **X= {1, 2, 3, 5, 4, 6, 7, 1}**

Παράδειγμα TSP (t=2)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	6	6	2	3	4	4	4	5	2
3	3	7	7	7	4	5	6	6	6	6
5	4	4	4	5	7	6	3	3	2	4
4	7	3	2	3	5	2	7	7	4	5
6	6	2	5	6	2	7	5	5	7	3
7	5	5	3	4	6	3	2	2	3	7
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
737	851	845	774	705	697	662	642	642	633	595

d(1, 2, 3, 5, 4, 6, 7, 1) = 737 < d(1, 2, 3, 4, 7, 6, 5, 1) = 851

Η νέα λύση είναι καλύτερη από την χειρότερη λύση της μνήμης : αντικατάσταση

Παράδειγμα TSP (t=3)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Διαδρομή	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	6	6	2	2	3	4	4	4	5	2
	7	7	3	7	4	5	6	6	6	6
	4	4	5	5	7	6	3	3	2	4
	3	2	4	3	5	2	7	7	4	5
	2	5	6	6	2	7	5	5	7	3
	5	3	7	4	6	3	2	2	3	7
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	845	774	737	705	697	662	642	642	633	595

<u>Για τη μεταβλητή Χ: διαδρομή</u>

1. Βαθμός θεώρησης μνήμης, 0,80

Έστω τυχαίος αριθμός δ1=0,71 | 0,71 < 0,80 → επιλέγω από μνήμη

Στη μνήμη έχω 10 αρμονίες, επιλέγω τυχαία δυο αρμονίες & κρατάω την καλύτερη, έστω 3 και 6 → καλύτερη η 6 → **X= {1, 4, 5, 6, 2, 7, 3, 1}**

2.Βαθμός προσαρμογής τόνου, 0,40

Έστω τυχαίος αριθμός δ2=0,12 | 0,12 < 0,40 → θα γίνει προσαρμογή/αντιμετάθεση | έστω 4 και 5 → X={1, **4**, **5**, 6, 2, 7, 3, 1} → X={1, **5**, **4**, 6, 2, 7, 3, 1}

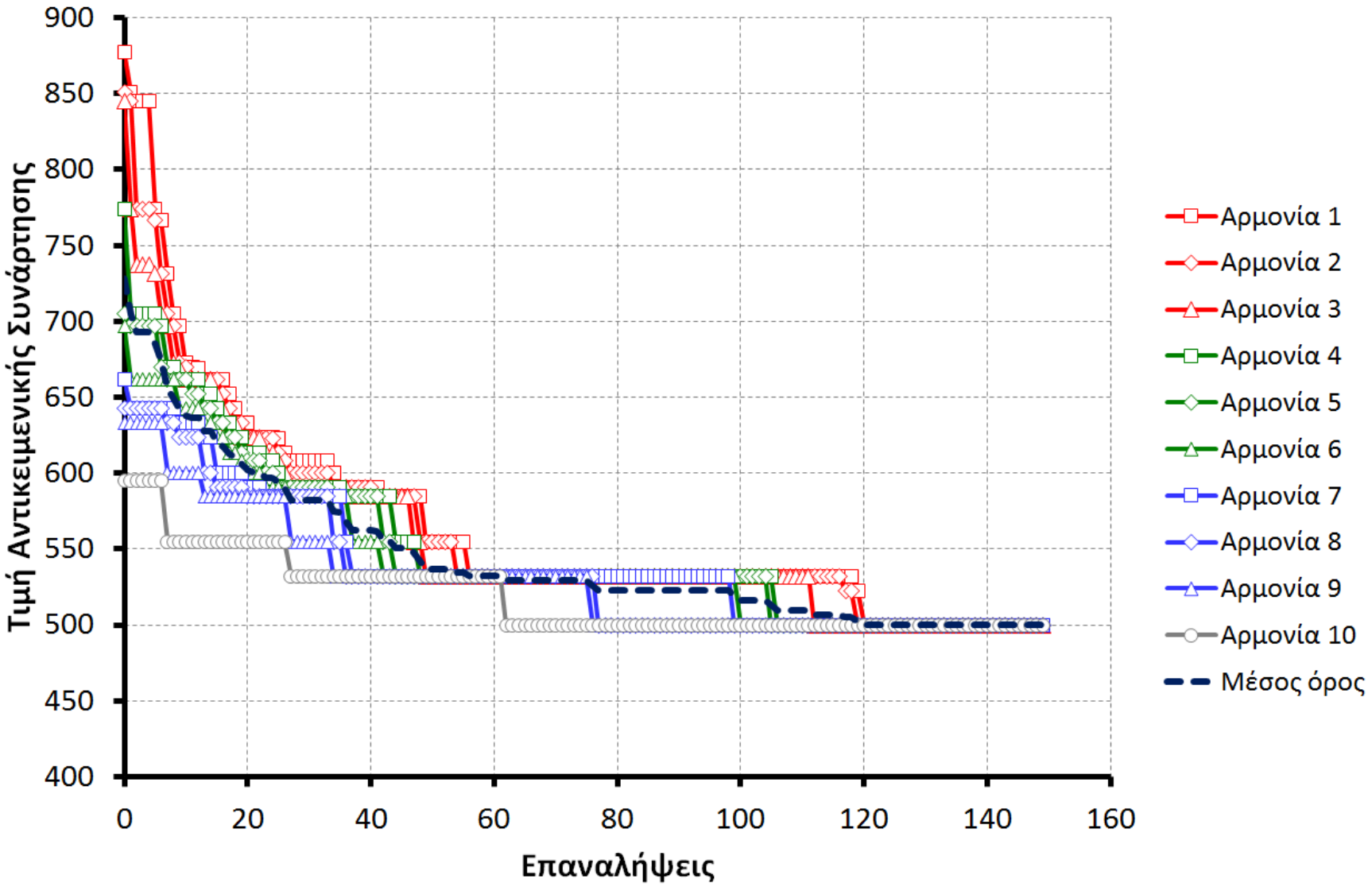
Παράδειγμα TSP (t=3)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5	6	6	2	2	3	4	4	4	5	2
4	7	7	3	7	4	5	6	6	6	6
6	4	4	5	5	7	6	3	3	2	4
2	3	2	4	3	5	2	7	7	4	5
7	2	5	6	6	2	7	5	5	7	3
3	5	3	7	4	6	3	2	2	3	7
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
619	845	774	737	705	697	662	642	642	633	595

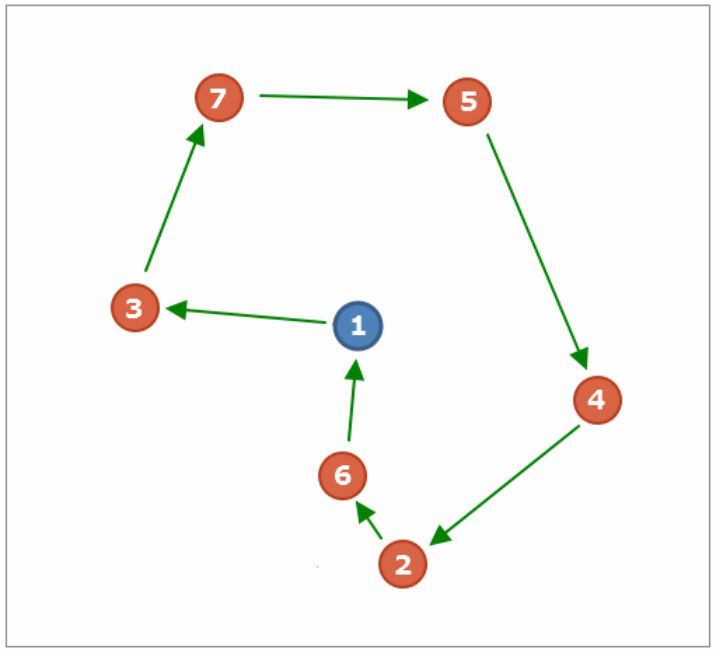
d(1, 5, 4, 6, 2, 7, 3, 1) = 619 < d(1, 6, 7, 4, 3, 2, 5, 1) = 845

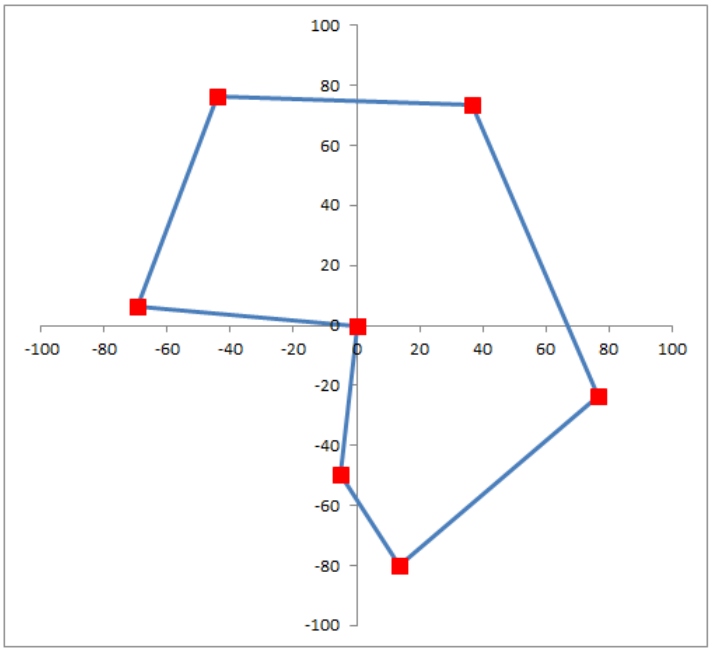
Η νέα λύση είναι καλύτερη από την χειρότερη λύση της μνήμης : αντικατάσταση

Βέλτιστη Διαδρομή



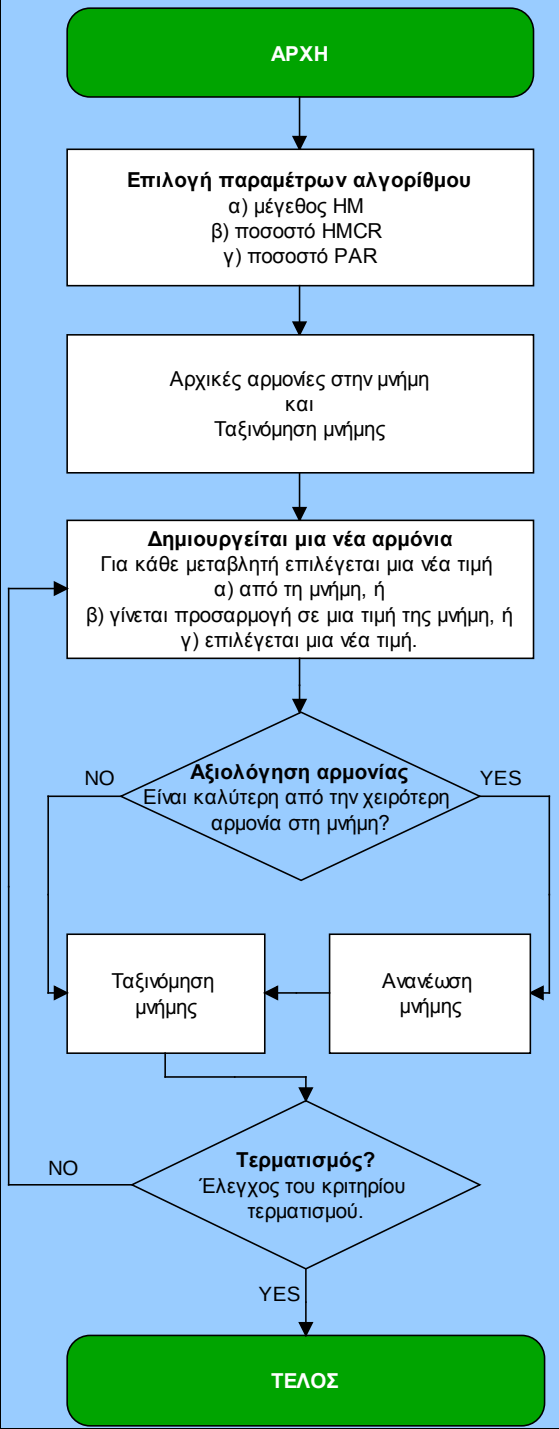
Βέλτιστη Διαδρομή





1	3	7	5	4	2	6	1
500,00	70,02	74,45	80,50	105,08	84,43	35,47	50,04

Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Αναζήτησης Αρμονίας

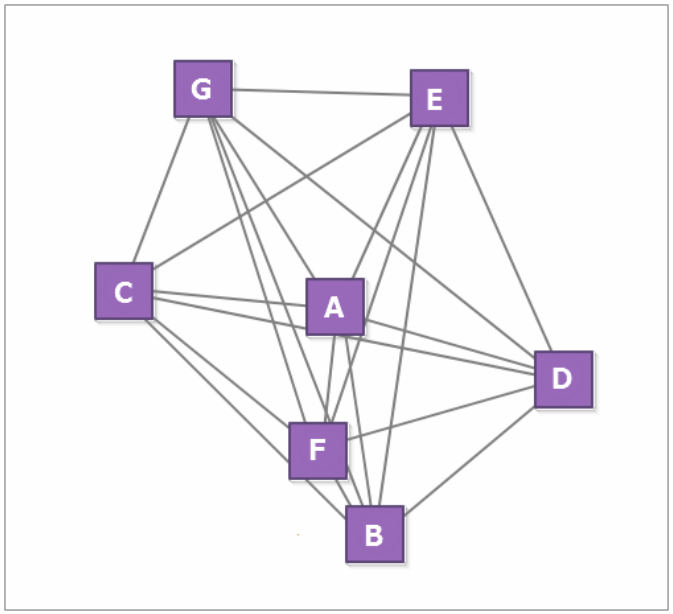


Το πρόβλημα της χωροθέτησης εγκαταστάσεων

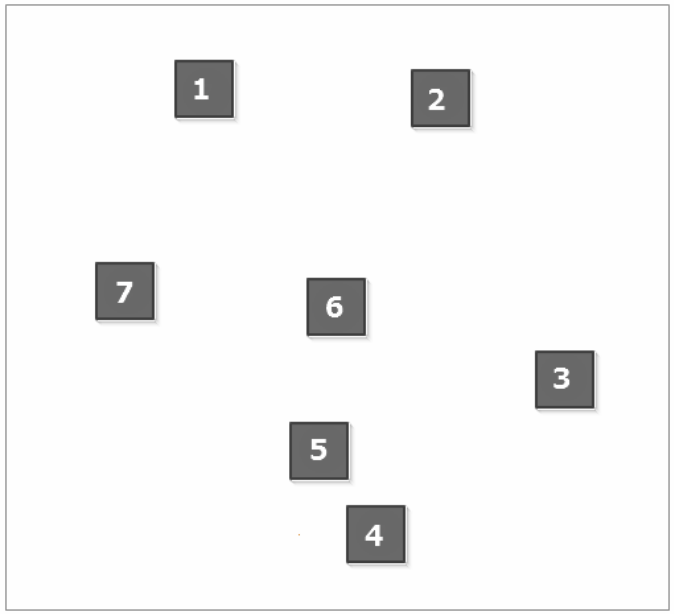
Σκοπός του προβλήματος (Quadratic Assignment Problem) είναι η βέλτιστη τοποθέτηση ενός αριθμού εγκαταστάσεων σε ένα αριθμό θέσεων με τρόπο ώστε η τελική διάταξη των εγκαταστάσεων να είναι όσο το δυνατόν λειτουργική (ελάχιστο κόστος μετακινήσεων).

$$\min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} f_{ij} d_{ij}$$

όπου:
d_{ij} αποστάσεις μεταξύ θέσεων,
f_{ij} ροές μεταξύ εγκαταστάσεων.

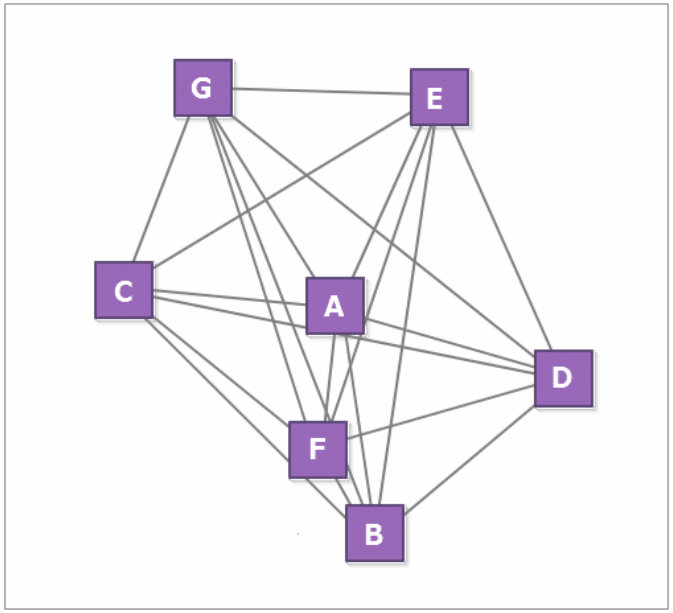


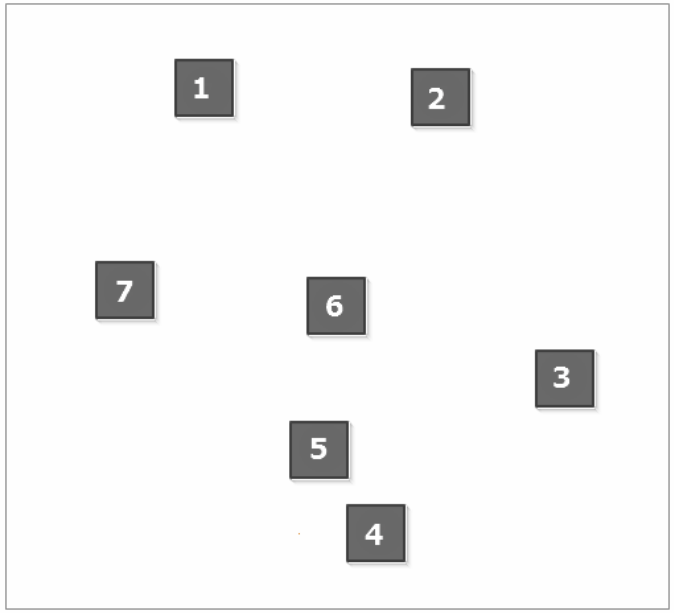
Θέσεις



Εγκαταστάσεις

Το πρόβλημα της χωροθέτησης εγκαταστάσεων





Σημεία

x	y
0	0
13,6	-79,9
-69,7	6,42
76,5	-23,6
36,4	73,5
-5,19	-49,8
-44	76,3

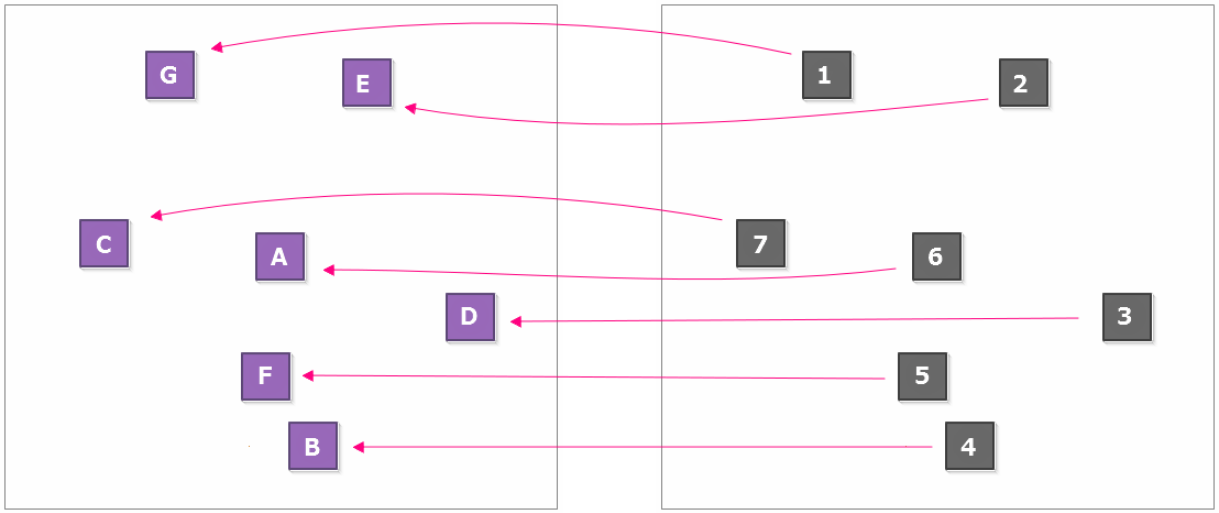
Πίνακας Αποστάσεων

	A	B	C	D	E	F	G
A	1000	81,02	70,02	80,06	82,05	50,04	88,10
B	81,02	1000	119,94	84,43	155,10	35,47	166,46
C	70,02	119,94	1000	149,28	125,58	85,57	74,45
D	80,06	84,43	149,28	1000	105,08	85,78	156,56
E	82,05	155,10	125,58	105,08	1000	130,13	80,50
F	50,04	35,47	85,57	85,78	130,13	1000	131,92
G	88,10	166,46	74,45	156,56	80,50	131,92	1000

Πίνακας Ροών

	1	2	3	4	5	6	7
1	0,00	8,00	7,00	1,50	7,00	2,50	4,50
2	8,00	0,00	6,00	0,50	8,50	9,00	0,50
3	7,00	6,00	0,00	4,00	1,00	1,50	2,00
4	1,50	0,50	4,00	0,00	1,50	8,00	4,00
5	7,00	8,50	1,00	1,50	0,00	3,50	2,00
6	2,50	9,00	1,50	8,00	3,50	0,00	6,50
7	4,50	0,50	2,00	4,00	2,00	3,00	0,00

Το πρόβλημα της χωροθέτησης εγκαταστάσεων



A	B	C	D	E	F	G
6	4	7	3	2	5	1

17,82

Πίνακας ροών

	6	4	7	3	2	5	1
6		8,00	6,50	1,50	9,00	3,50	2,50
4	8,00		4,00	4,00	0,50	1,50	1,50
7	6,50	4,00		2,00	0,50	2,00	4,50
3	1,50	4,00	2,00		6,00	1,00	7,00
2	9,00	0,50	0,50	6,00		8,50	8,00
5	3,50	1,50	2,00	1,00	8,50		7,00
1	2,50	1,50	4,50	7,00	8,00	7,00	

x

Πίνακας αποστάσεων

	A	B	C	D	E	F	G
A		81,02	70,02	80,06	82,05	50,04	88,10
B	81,02		119,94	84,43	155,10	35,47	166,46
C	70,02	119,94		149,28	125,58	85,57	74,45
D	80,06	84,43	149,28		105,08	85,78	156,56
E	82,05	155,10	125,58	105,08		130,13	80,50
F	50,04	35,47	85,57	85,78	130,13		131,92
G	88,10	166,46	74,45	156,56	80,50	131,92	

=

Λειτουργικότητα

	648,2	455,2	120,1	738,5	175,1	220,2
648,2		479,7	337,7	77,6	53,2	249,7
455,2	479,7		298,6	62,8	171,1	335,0
120,1	337,7	298,6		630,5	85,8	1095,9
738,5	77,6	62,8	630,5		1106,1	644,0
175,1	53,2	171,1	85,8	1106,1		923,4
220,2	249,7	335,0	1095,9	644,0	923,4	

Sum = 17,817

Παράδειγμα QAP

Παράμετροι αλγόριθμου

Μέγεθος μνήμης αρμονίας

10

Βαθμός θεώρησης μνήμης

0,80

80% από μνήμη
ή
20% τυχαία νέες τιμές

Βαθμός προσαρμογής τόνου

0,40

40% να γίνει προσαρμογή
ή
60% να μην γίνει προσαρμογή

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	6	4	2	2	2	2	2	1	7	7
B	7	5	5	5	4	4	4	3	1	1
C	1	6	7	7	6	6	6	2	2	2
D	2	7	1	1	3	3	3	4	3	3
E	3	1	3	3	1	1	1	5	4	4
F	4	2	4	4	5	5	5	7	5	5
G	5	3	6	6	7	7	7	6	6	6
	18.3	18.1	17.5	17.5	17.0	17.0	17.0	16.7	16.2	16.2

Προσαρμογή γίνεται με αντιμετάθεση θέσεων

Το πρόβλημα επιλύεται όπως το TSP με μόνη διαφορά την αντικειμενική συνάρτηση που λαμβάνει υπόψη, πέραν των αποστάσεων των θέσεων, και τις ροές μεταξύ εγκαταστάσεων.

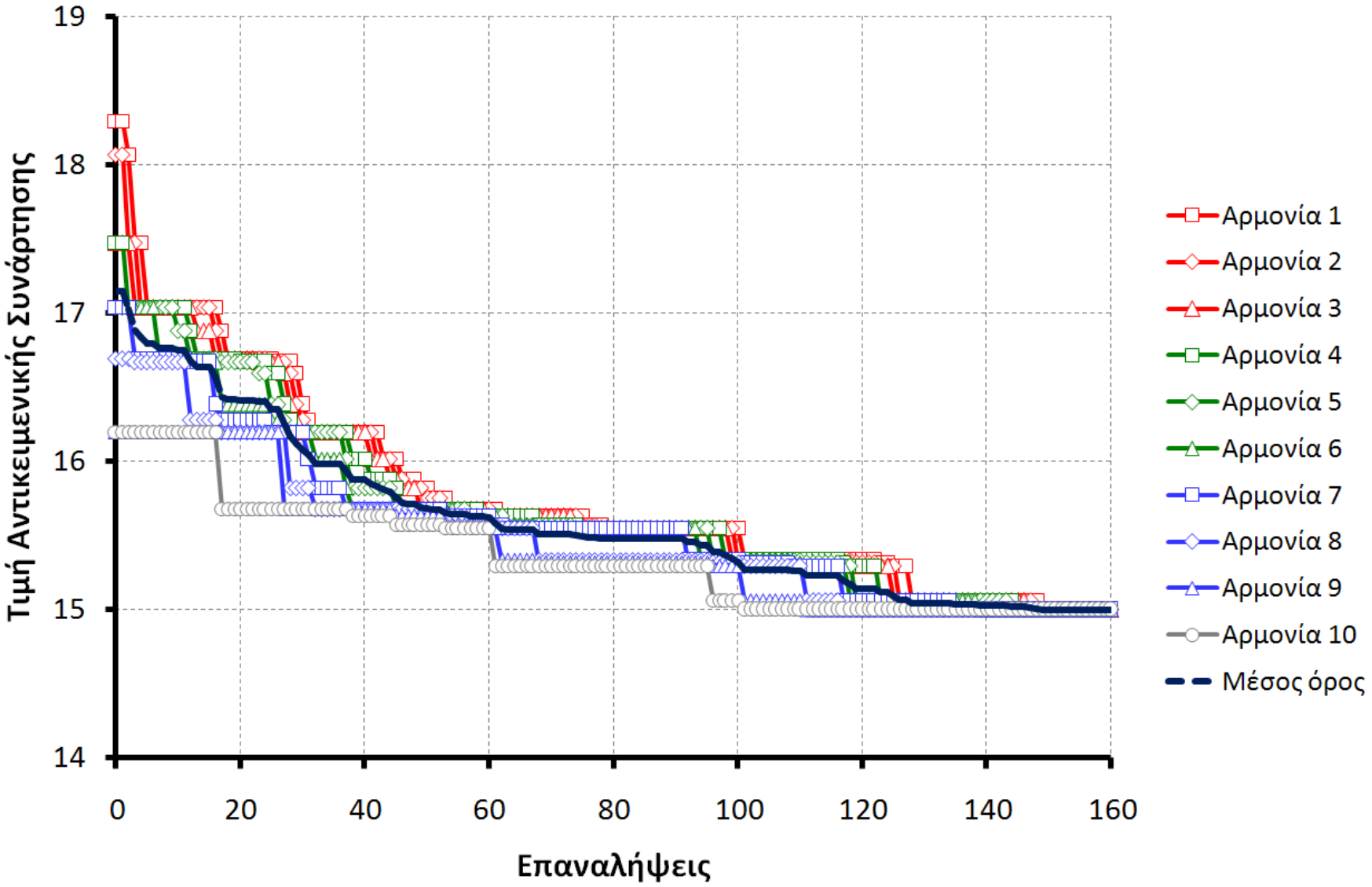
Παράδειγμα QAP (t=0)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	6	4	2	2	2	2	2	1	7	7
B	7	5	5	5	4	4	4	3	1	1
C	1	6	7	7	6	6	6	2	2	2
D	2	7	1	1	3	3	3	4	3	3
E	3	1	3	3	1	1	1	5	4	4
F	4	2	4	4	5	5	5	7	5	5
G	5	3	6	6	7	7	7	6	6	6
	18.3	18.1	17.5	17.5	17.0	17.0	17.0	16.7	16.2	16.2

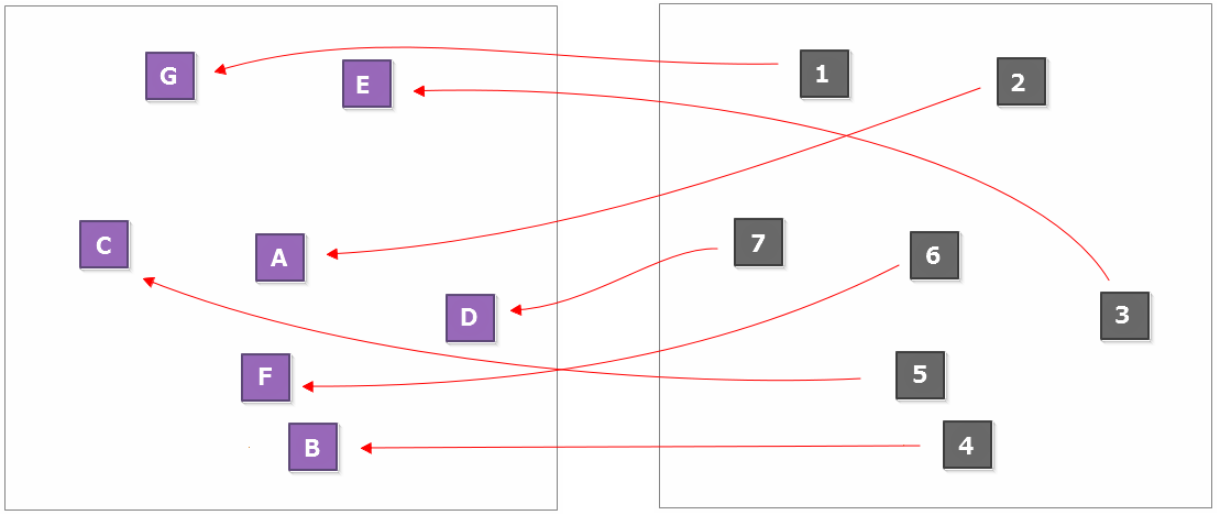
Παράδειγμα QAP (t=10)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	2	2	2	2	2	1	1	2	7	7
B	4	4	4	4	4	3	3	4	1	1
C	6	6	6	6	6	2	2	6	2	2
D	3	3	3	3	3	4	4	3	3	3
E	1	1	1	1	1	5	5	1	4	4
F	5	5	5	5	5	7	7	7	5	5
G	7	7	7	7	7	6	6	5	6	6
	17.0	17.0	17.0	17.0	17.0	16.7	16.7	16.7	16.2	16.2

Παράδειγμα QAP



Βέλτιστη τοποθέτηση



A	B	C	D	E	F	G
2	4	5	7	3	6	2

15.0

Τέλος παρουσίασης