

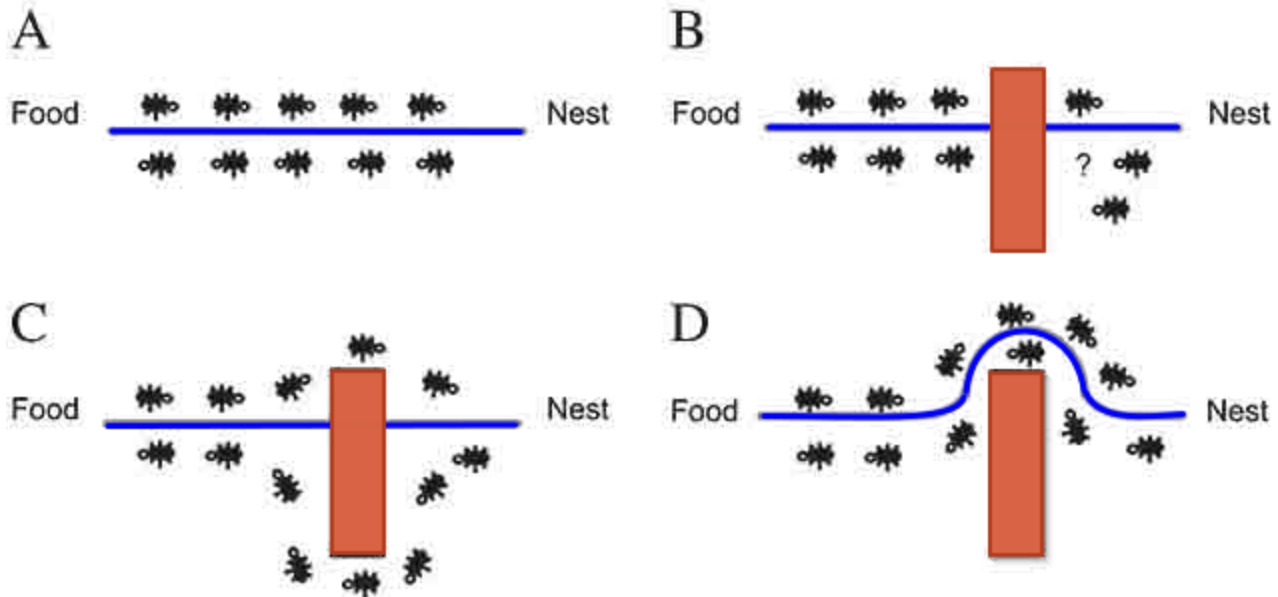
Μέθοδοι Βελτιστοποίησης

Μέθοδος Βελτιστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών (Ant Colony Optimization - ACO)



Υπεύθυνος μαθήματος : Αθανάσιος Χασιακός
Επιμέλεια παρουσίασης : Παναγιώτης Τσίκας

Τα μυρμήγκια στη φύση



Αποικίες Μυρμηγκιών

Βελτιστοποίηση με τη μέθοδο αποικίας μυρμηγκιών (Ant Colony Optimization). Ο αλγόριθμος είναι εμπνευσμένος από τη διαδικασία που ακολουθούν τα μυρμηγκία για την εύρεση τροφής. Κατ' αυτήν, τα μυρμηγκία, χρησιμοποιώντας τη φυσική ουσία φερομόνη την οποία αποθέτουν κάθε φορά που διέρχονται από μια διαδρομή, βρίσκουν και χρησιμοποιούν τελικά την διαδρομή με την ελάχιστη απόσταση μεταξύ φωλιάς και τροφής.

Βασικά σημεία της βελτιστοποίησης με τη μέθοδο αποικίας μυρμηγκιών:

1. Κωδικοποίηση του προβλήματος (σε κানাβο).
2. Συνάρτηση καταλληλότητας.
3. Επιλογή αριθμού μυρμηγκιών.
4. Διαδικασία επιλογής μονοπατιού.
5. Ανανέωση φερομόνης.
6. Διαδικασία τερματισμού

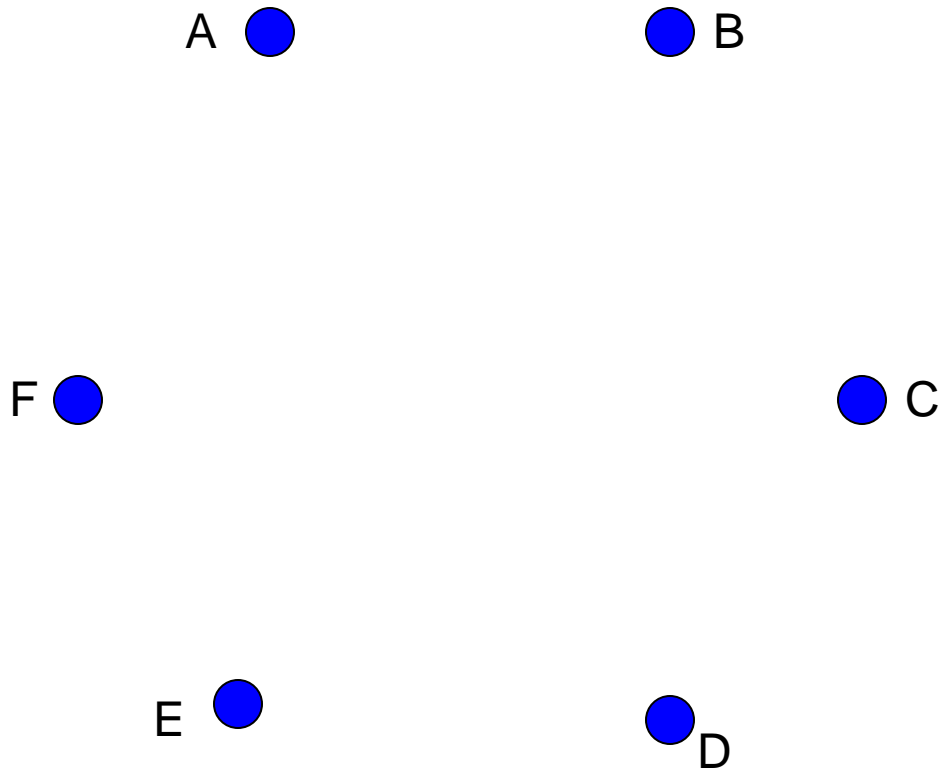
Ο αλγόριθμος αναπτύχθηκε από τον **Marco Dorigo** το 1992.

το Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή



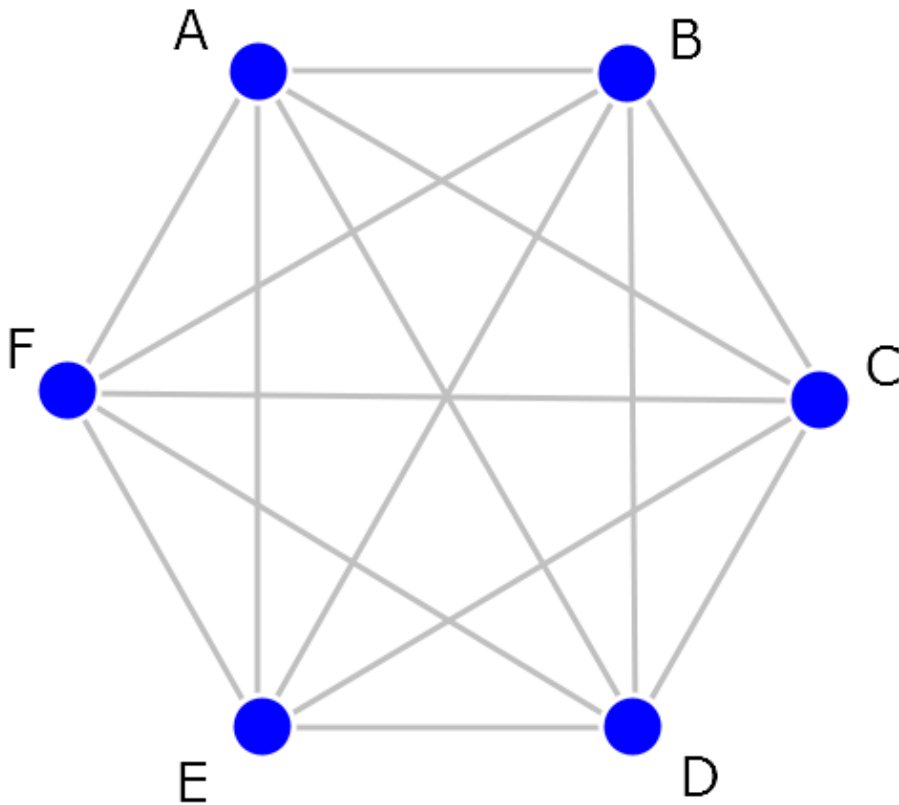
Ο πλανόδιος πωλητής πρέπει να περάσει από όλες τις πόλεις του προβλήματος διανύοντας τη μικρότερη δυνατή απόσταση (ή με το μικρότερο δυνατό κόστος) ξεκινώντας και καταλήγοντας στο ίδιο σημείο.

Παράδειγμα TSP



		Αποστάσεις					
		A	B	C	D	E	F
A	--	150	190	200	160	60	
B	150	--	150	60	160	180	
C	190	150	--	140	90	190	
D	200	60	140	--	110	80	
E	160	160	90	110	--	110	
F	60	180	190	80	110	--	

Παράδειγμα TSP – Κωδικοποίηση προβλήματος

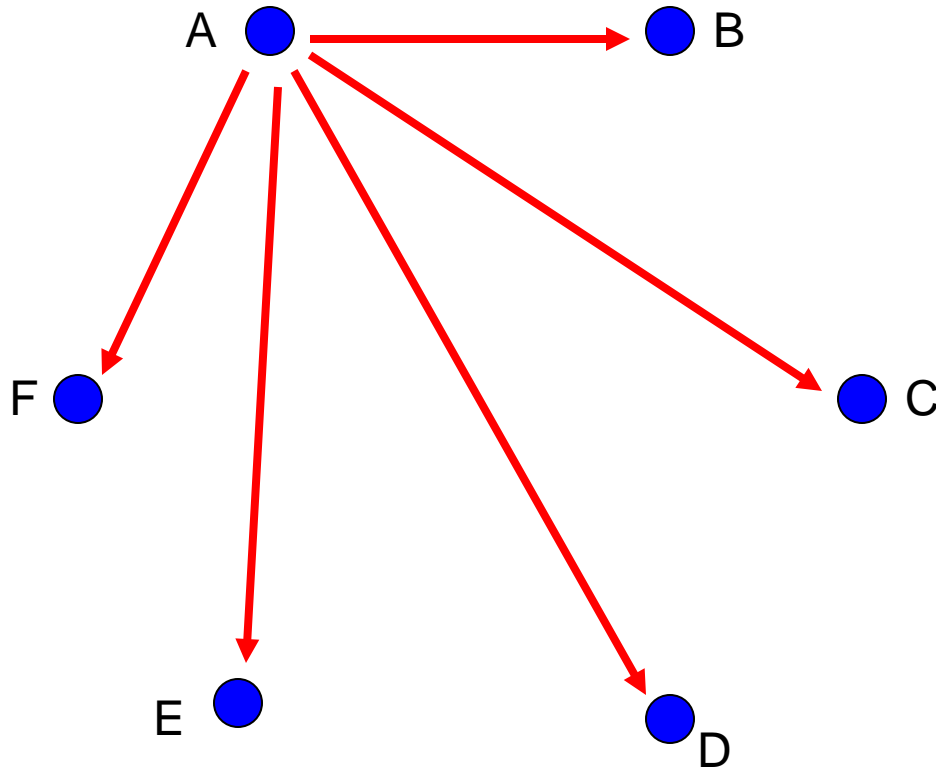


Αποστάσεις						
	A	B	C	D	E	F
A	--	150	190	200	160	60
B	150	--	150	60	160	180
C	190	150	--	140	90	190
D	200	60	140	--	110	80
E	160	160	90	110	--	110
F	60	180	190	80	110	--

Φερομόνη						
	A	B	C	D	E	F
A	--	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20
B	--	--	0.20	0.20	0.20	0.20
C	--	0.20	--	0.20	0.20	0.20
D	--	0.20	0.20	--	0.20	0.20
E	--	0.20	0.20	0.20	--	0.20
F	--	0.20	0.20	0.20	0.20	--

Διαδικασία επιλογής μονοπατιού

Μετά το A: B or C or D or E or F ?



$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{l \in J_i^k} [\tau_{il}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{il}(t)]^\beta} & \text{αν } j \notin J_i^k \\ 0 & \text{αν } j \in J_i^k \end{cases}$$

		Αποστάσεις					
		A	B	C	D	E	F
A	--	150	190	200	160	60	
B	150	--	150	60	160	180	
C	190	150	--	140	90	190	
D	200	60	140	--	110	80	
E	160	160	90	110	--	110	
F	60	180	190	80	110	--	

Διαδικασία επιλογής μονοπατιού

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{l \in J_i^k} [\tau_{il}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{il}(t)]^\beta} & \text{αν } j \notin J_i^k \\ 0 & \text{αν } j \in J_i^k \end{cases}$$

$\eta_{ij}(t)$ είναι η ορατότητα $\eta_{ij} = 1/d_{ij}$

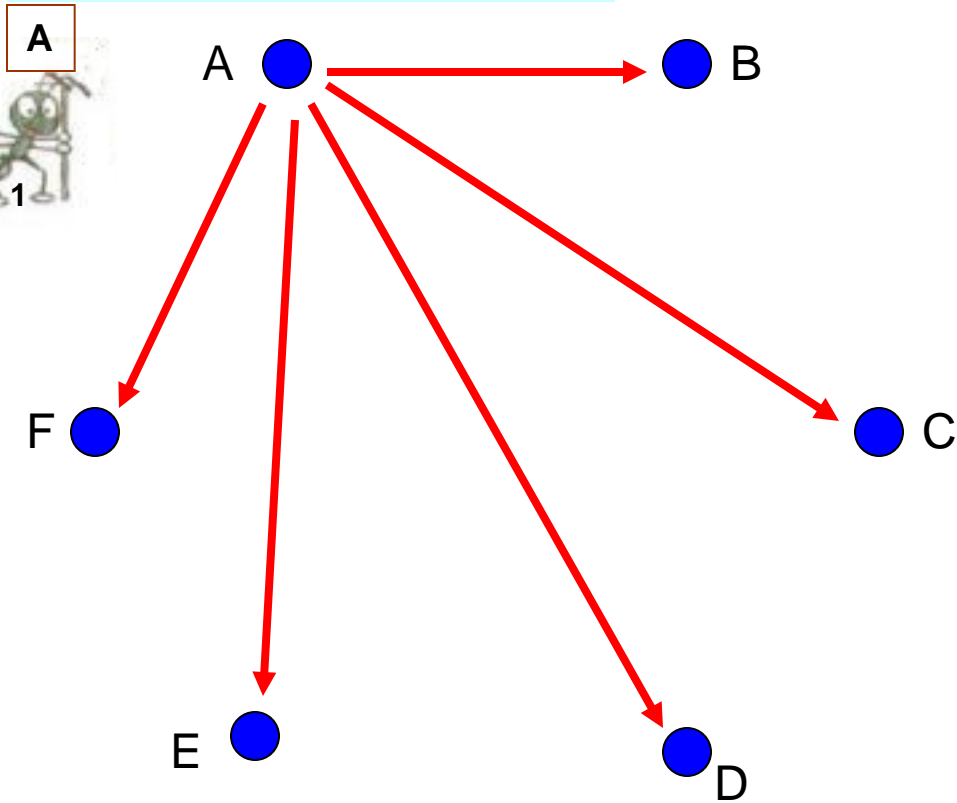
$\tau_{ij}(t)$ είναι η ποσότητα της φερομόνης (μεταξύ των πόλεων i και j)

J_i^k είναι οι πόλεις που έχει ήδη επισκεφθεί το μυρμήγκι k όταν βρίσκεται στην πόλη i

α, β σταθερές βαρύτητας των παραμέτρων ορατότητας και ποσότητας φερομόνης, καθορίζονται από τον χρήστη

Παράδειγμα TSP - Διαδικασία επιλογής μονοπατιού

B or C or D or E or F ?

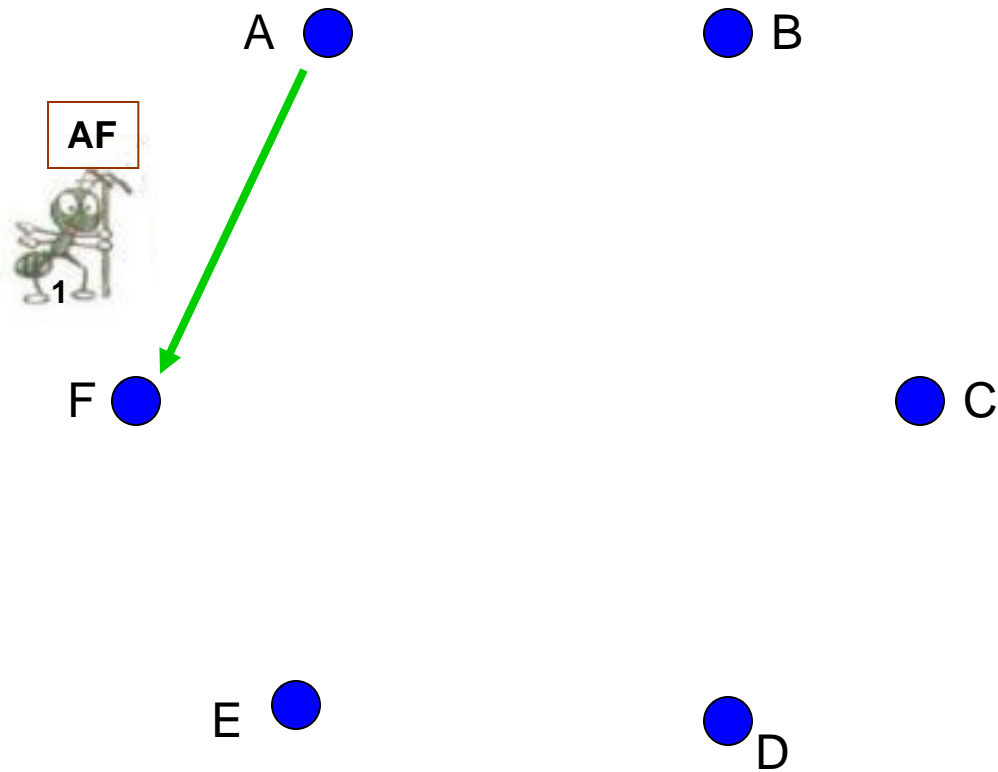


$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{l \in J_i^k} [\tau_{il}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{il}(t)]^\beta} & \text{αν } j \notin J_i^k \\ 0 & \text{αν } j \in J_i^k \end{cases}$$

		Αποστάσεις					
		A	B	C	D	E	F
A	--	150	190	200	160	60	
B	150	--	150	60	160	180	
C	190	150	--	140	90	190	
D	200	60	140	--	110	80	
E	160	160	90	110	--	110	
F	60	180	190	80	110	--	

Παράδειγμα TSP - Διαδικασία επιλογής μονοπατιού

B or C or D or E or F ?



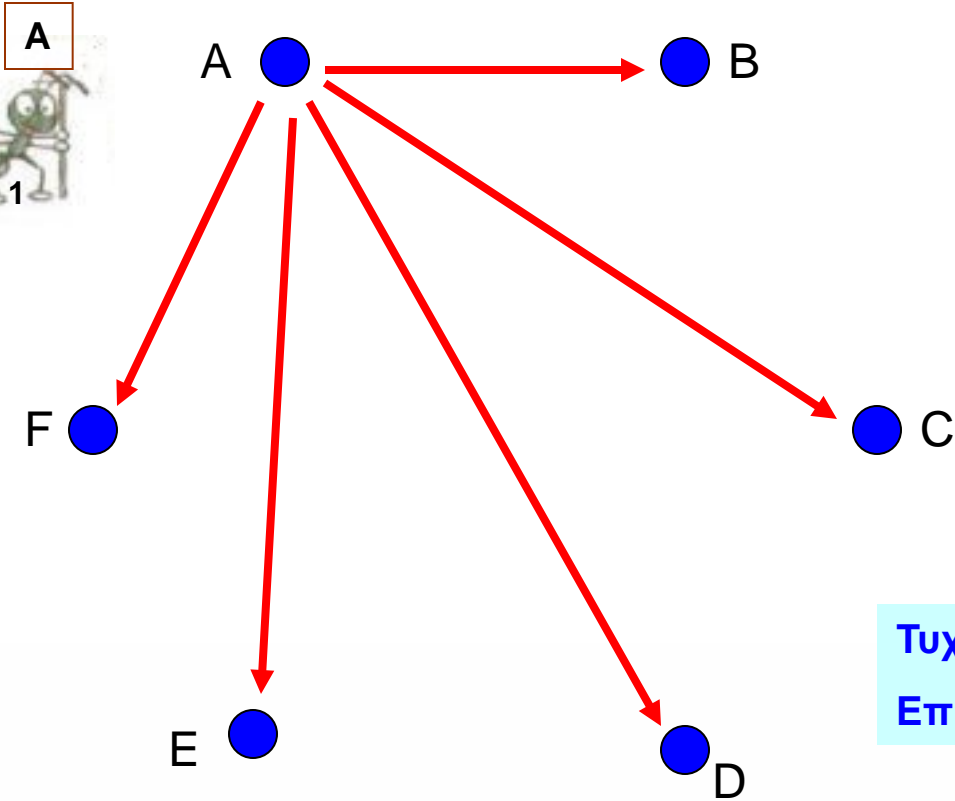
$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{l \in J_i^k} [\tau_{il}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{il}(t)]^\beta} & \text{αν } j \notin J_i^k \\ 0 & \text{αν } j \in J_i^k \end{cases}$$

		Αποστάσεις					
		A	B	C	D	E	F
A	--	150	190	200	160	60	
B	150	--	150	60	160	180	
C	190	150	--	140	90	190	
D	200	60	140	--	110	80	
E	160	160	90	110	--	110	
F	60	180	190	80	110	--	

$$P_{AF} = \frac{(0.2)^{0.2} \cdot \left(\frac{1}{60}\right)^{0.6}}{(0.2)^{0.2} \cdot \left(\frac{1}{150}\right)^{0.6} + (0.2)^{0.2} \cdot \left(\frac{1}{190}\right)^{0.6} + (0.2)^{0.2} \cdot \left(\frac{1}{200}\right)^{0.6} + (0.2)^{0.2} \cdot \left(\frac{1}{160}\right)^{0.6} + (0.2)^{0.2} \cdot \left(\frac{1}{60}\right)^{0.6}} = 0.31$$

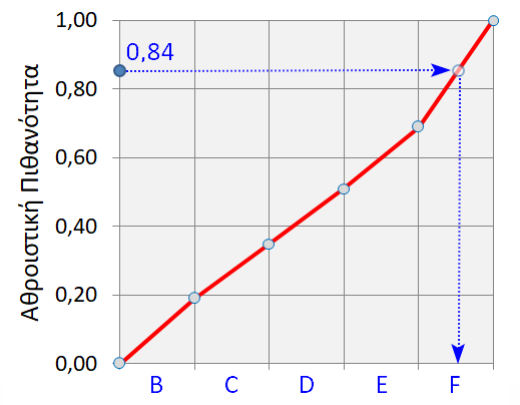
Παράδειγμα TSP (1)

B or C or D or E or F ?



$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{l \in J_i^k} [\tau_{il}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{il}(t)]^\beta} & \text{αν } j \notin J_i^k \\ 0 & \text{αν } j \in J_i^k \end{cases}$$

Τυχαίος αριθμός 0.84
Επιλογή πόλης F



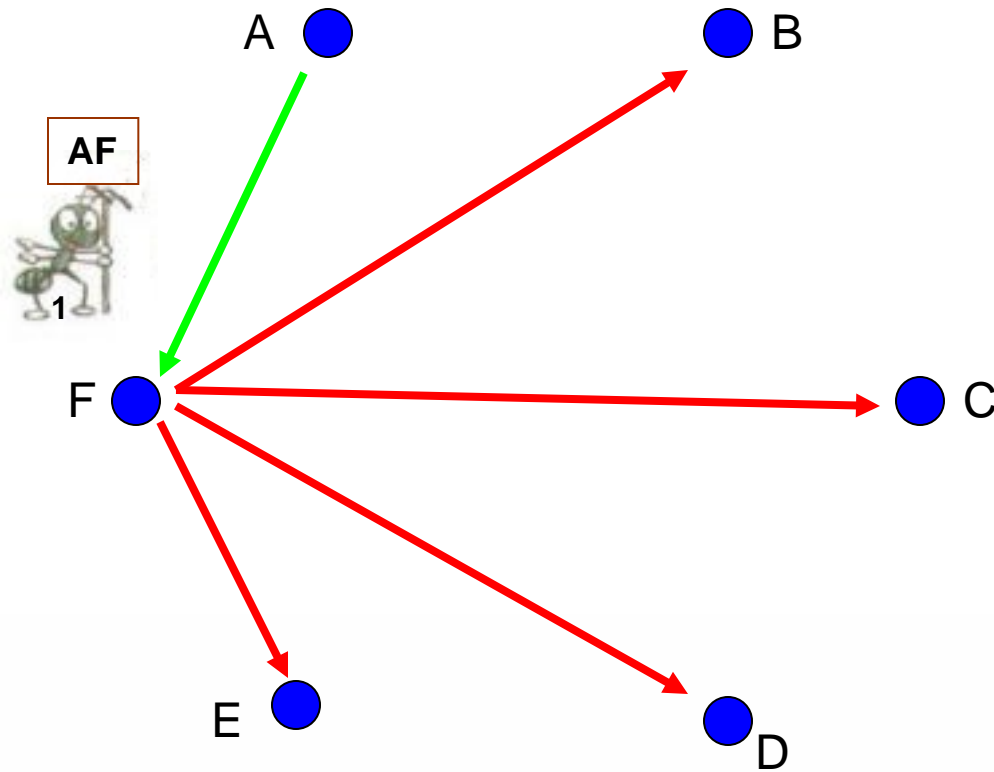
		Αποστάσεις					
		A	B	C	D	E	F
A	--	150	190	200	160	60	

		Φερομόνη					
		A	B	C	D	E	F
A	--	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	

		Πιθανότητες					
		A	B	C	D	E	F
A	--	0,19	0,16	0,16	0,18	0,31	
A	--	0,19	0,35	0,51	0,69	1	

Παράδειγμα TSP (2)

B or C or D or E ?



$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{l \in J_i^k} [\tau_{il}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{il}(t)]^\beta} & \text{αν } j \notin J_i^k \\ 0 & \text{αν } j \in J_i^k \end{cases}$$

Τυχαίος αριθμός **0.17**
Επιλογή πόλης **B**

Αποστάσεις

	A	B	C	D	E	F
F	60	180	190	80	110	--

Φερομόνη

	A	B	C	D	E	F
F	--	0,2	0,2	0,2	0,2	--

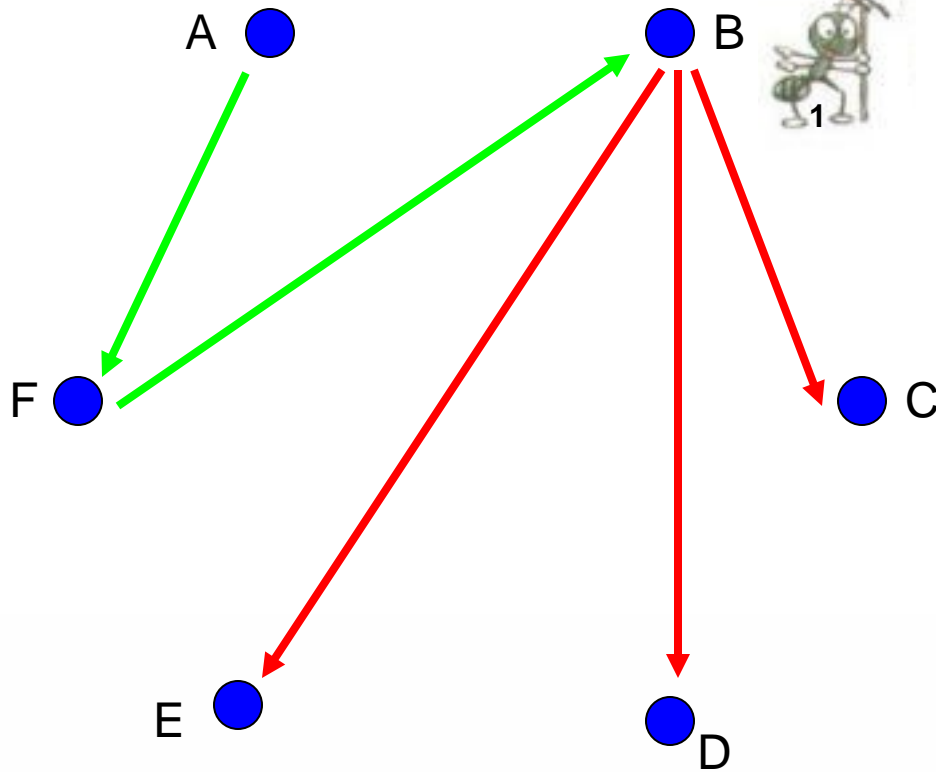
Πιθανότητες

	A	B	C	D	E	F
F	--	0,2	0,2	0,33	0,27	--

	A	B	C	D	E	F
F	--	0,2	0,4	0,73	1	--

Παράδειγμα TSP (3)

C or D or E ?



$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{l \in J_i^k} [\tau_{il}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{il}(t)]^\beta} & \text{αν } j \notin J_i^k \\ 0 & \text{αν } j \in J_i^k \end{cases}$$

Τυχαίος αριθμός 0.91

Επιλογή πόλης E

Αποστάσεις

	A	B	C	D	E	F
B	150	--	150	60	160	180

Φερομόνη

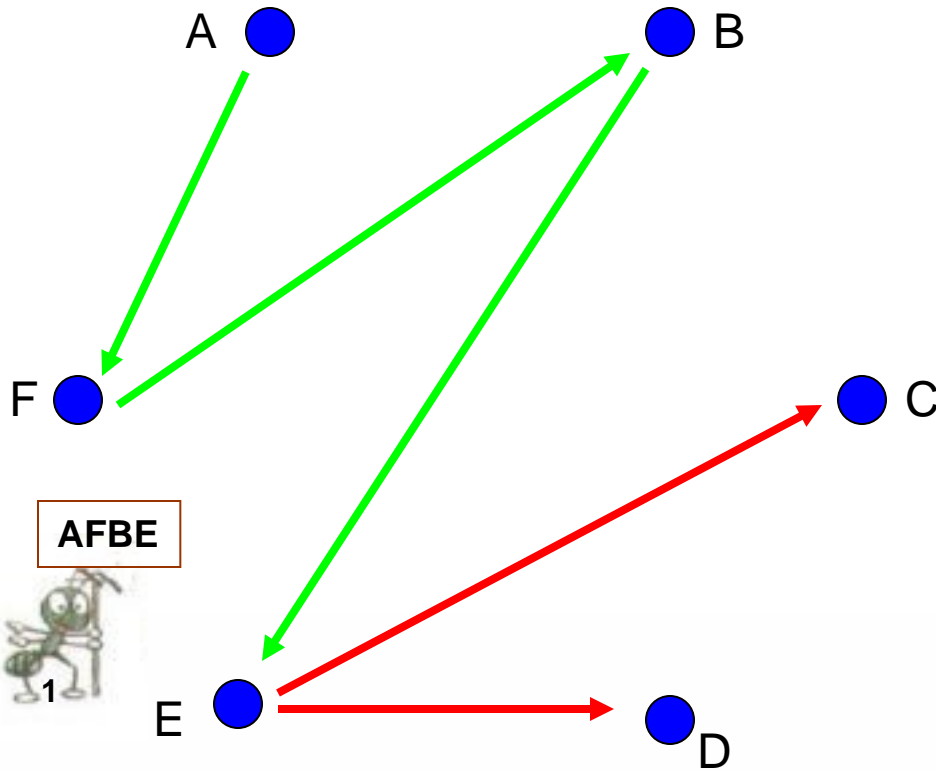
	A	B	C	D	E	F
B	--	--	0,2	0,2	0,2	0,2

Πιθανότητες

	A	B	C	D	E	F
B	--	--	0,27	0,47	0,26	--
B	--	--	0,27	0,74	1	--

Παράδειγμα TSP (4)

C or D ?



AFBE

1

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{l \in J_i^k} [\tau_{il}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{il}(t)]^\beta} & \text{αν } j \notin J_i^k \\ 0 & \text{αν } j \in J_i^k \end{cases}$$

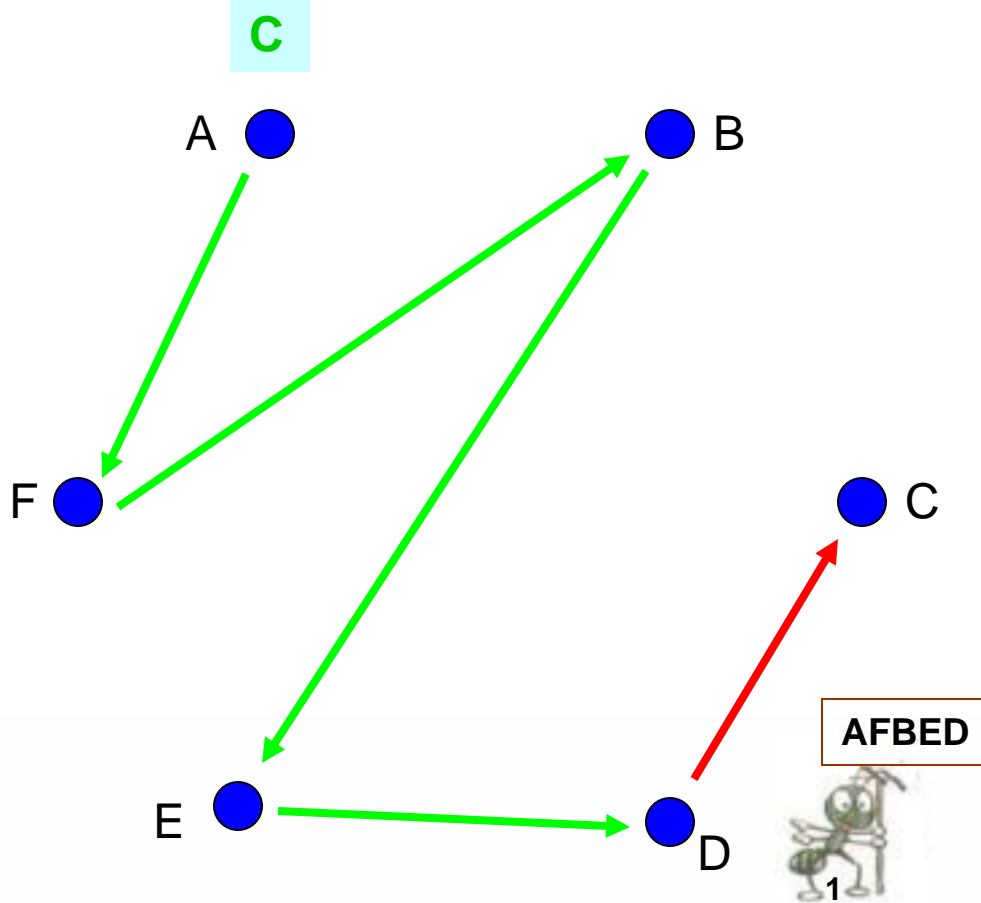
Τυχαίος αριθμός 0.58
Επιλογή πόλης D

Αποστάσεις						
	A	B	C	D	E	F
E	160	160	90	110	--	110

Φερομόνη						
	A	B	C	D	E	F
E	--	0,2	0,2	0,2	--	0,2

Πιθανότητες						
	A	B	C	D	E	F
E	--	--	0,53	0,47	--	--
E	--	--	0,53	1	--	--

Παράδειγμα TSP (5)



$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{l \in J_i^k} [\tau_{il}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{il}(t)]^\beta} & \text{αν } j \notin J_i^k \\ 0 & \text{αν } j \in J_i^k \end{cases}$$

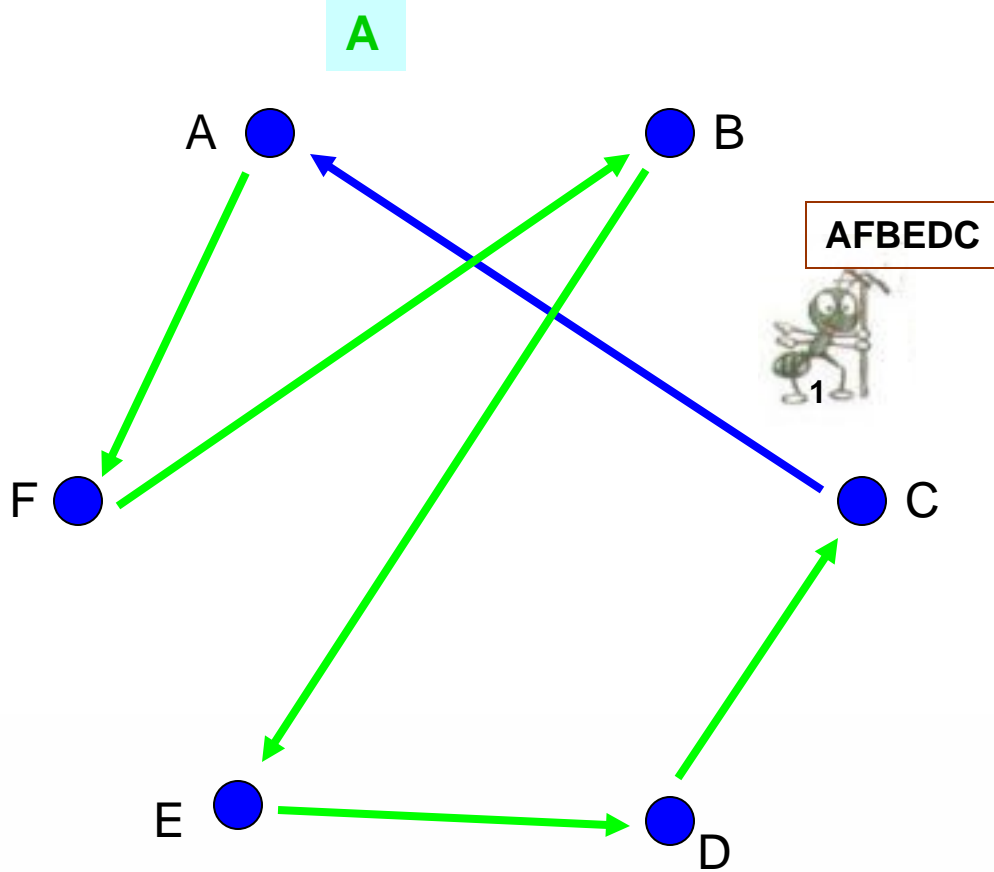
Τυχαίος αριθμός –
Επιλογή πόλης C

Αποστάσεις						
	A	B	C	D	E	F
D	200	60	140	--	110	80

Φερομόνη						
	A	B	C	D	E	F
D	--	0,2	0,2	--	0,2	0,2

Πιθανότητες						
	A	B	C	D	E	F
D	--	--	1	--	--	--
D	--	--	1	--	--	--

Παράδειγμα TSP (6)



AFBEDC

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{l \in J_i^k} [\tau_{il}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{il}(t)]^\beta} & \alpha \nu \quad j \notin J_i^k \\ 0 & \alpha \nu \quad j \in J_i^k \end{cases}$$

A	F	B	E	D	C	A	
60	180	160	110	140	190	190	840

		Αποστάσεις					
		A	B	C	D	E	F
C		190	150	--	140	90	190

		Φερομόνη					
		A	B	C	D	E	F
C		--	0,2	--	0,2	0,2	0,2

		Πιθανότητες					
		A	B	C	D	E	F
C		1	--	--	--	--	--
C		1	--	--	--	--	--

Παράδειγμα TSP - Ανανέωση φερομόνης

		Αποστάσεις					
		A	B	C	D	E	F
A	--	150	190	200	160	60	
B	150	--	150	60	160	180	
C	190	150	--	140	90	190	
D	200	60	140	--	110	80	
E	160	160	90	110	--	110	
F	60	180	190	80	110	--	

		Φερομόνη					
		A	B	C	D	E	F
A	--	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	
B	--	--	0,2	0,2	0,2	0,2	
C	--	0,2	--	0,2	0,2	0,2	
D	--	0,2	0,2	--	0,2	0,2	
E	--	0,2	0,2	0,2	--	0,2	
F	--	0,2	0,2	0,2	0,2	--	

		Πιθανότητες					
		A	B	C	D	E	F
A	--	0,19	0,16	0,16	0,18	0,32	
B	0,00	--	0,27	0,47	0,26	0,00	
C	1,00	0,00	--	0,00	0,00	0,00	
D	0,00	0,00	1,00	--	0,00	0,00	
E	0,00	0,00	0,53	0,47	--	0,00	
F	0,00	0,20	0,20	0,33	0,27	--	

$\rho=0.6, Q=100 \text{ \& } L=840$

$$\tau_{16}(2) = (1 - 0.6) \cdot \tau_{16}(1) + \Delta\tau_{16}(1)$$

$$\tau_{16}(2) = 0.4 \cdot 0.2 + \frac{100}{840}$$

$$\tau_{16}(2) = 0.08 + 0.12 = 0.20$$

		Ανανέωση					
		A	B	C	D	E	F
A	--	0,08	0,08	0,08	0,08	0,20	
B	--	--	0,08	0,08	0,20	0,08	
C	--	0,08	--	0,08	0,08	0,08	
D	--	0,08	0,20	--	0,08	0,08	
E	--	0,08	0,08	0,20	--	0,08	
F	--	0,20	0,08	0,08	0,08	--	

$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho)\tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t)$$

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{Q}{L^k(t)} & \alpha\nu \ (i, j) \in T^k(t) \\ 0 & \alpha\nu \ (i, j) \notin T^k(t) \end{cases}$$

$T^k(t)$ είναι η διαδρομή

$L^k(t)$ είναι το μήκος διαδρομής

Αποστάσεις						
	A	B	C	D	E	F
A	--	150	190	200	160	60
B	150	--	150	60	160	180
C	190	150	--	140	90	190
D	200	60	140	--	110	80
E	160	160	90	110	--	110
F	60	180	190	80	110	--

Φερομνή						
	A	B	C	D	E	F
A	--	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
B	--	--	0,2	0,2	0,2	0,2
C	--	0,2	--	0,2	0,2	0,2
D	--	0,2	0,2	--	0,2	0,2
E	--	0,2	0,2	0,2	--	0,2
F	--	0,2	0,2	0,2	0,2	--

Πιθανότητες						
	A	B	C	D	E	F
A	--	0,19	0,16	0,16	0,18	0,32
B	0,00	--	0,27	0,47	0,26	0,00
C	1,00	0,00	--	0,00	0,00	0,00
D	0,00	0,00	1,00	--	0,00	0,00
E	0,00	0,00	0,53	0,47	--	0,00
F	0,00	0,20	0,20	0,33	0,27	--

Ανανέωση						
	A	B	C	D	E	F
A	--	0,08	0,08	0,08	0,08	0,20
B	--	--	0,08	0,08	0,20	0,08
C	--	0,08	--	0,08	0,08	0,08
D	--	0,08	0,20	--	0,08	0,08
E	--	0,08	0,08	0,20	--	0,08
F	--	0,20	0,08	0,08	0,08	--

F1=0.84, F2=0.17, F3=0.91, F4=0.58

1^{ος} κύκλος

a	0,2
b	0,6

A	F	B	E	D	C	A	
	60	180	160	110	140	190	840

ρ	0,6
Q	100

Αποστάσεις						
	A	B	C	D	E	F
A	--	150	190	200	160	60
B	150	--	150	60	160	180
C	190	150	--	140	90	190
D	200	60	140	--	110	80
E	160	160	90	110	--	110
F	60	180	190	80	110	--

Φερομνή						
	A	B	C	D	E	F
A	--	0,08	0,08	0,08	0,08	0,20
B	--	--	0,08	0,08	0,20	0,08
C	--	0,08	--	0,08	0,08	0,08
D	--	0,08	0,20	--	0,08	0,08
E	--	0,08	0,08	0,20	--	0,08
F	--	0,20	0,08	0,08	0,08	--

Πιθανότητες						
	A	B	C	D	E	F
A	--	0,17	0,15	0,15	0,17	0,36
B	1,00	--	0,00	0,00	0,00	0,00
C	0,00	0,34	--	0,36	0,00	0,30
D	0,00	0,54	0,00	--	0,00	0,46
E	0,00	0,19	0,27	0,29	--	0,24
F	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	--

Ανανέωση						
	A	B	C	D	E	F
A	--	0,03	0,03	0,03	0,16	0,08
B	--	--	0,03	0,03	0,08	0,03
C	--	0,03	--	0,16	0,03	0,03
D	--	0,03	0,08	--	0,03	0,16
E	--	0,03	0,16	0,08	--	0,03
F	--	0,21	0,03	0,03	0,03	--

F1=0.57, F2=0.21, F3=0.61, F4=0.92

2^{ος} κύκλος

a	0.2
b	0.6

A	E	C	D	F	B	A	
	160	90	140	80	180	150	800

ρ	0.6
Q	100

Αποστάσεις

A B C D E F

A	--	150	190	200	160	60
B	150	--	150	60	160	180
C	190	150	--	140	90	190
D	200	60	140	--	110	80
E	160	160	90	110	--	110
F	60	180	190	80	110	--

Φερομνή

A B C D E F

A	--	0.08	0.08	0.08	0.08	0.20
B	--	--	0.08	0.08	0.20	0.08
C	--	0.08	--	0.08	0.08	0.08
D	--	0.08	0.20	--	0.08	0.08
E	--	0.08	0.08	0.20	--	0.08
F	--	0.20	0.08	0.08	0.08	--

Πιθανότητες

A B C D E F

A	--	0.17	0.15	0.15	0.17	0.36
B	1.00	--	0.00	0.00	0.00	0.00
C	0.00	0.34	--	0.36	0.00	0.30
D	0.00	0.54	0.00	--	0.00	0.46
E	0.00	0.19	0.27	0.29	--	0.24
F	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	--

Ανανέωση

A B C D E F

A	--	0.03	0.03	0.03	0.16	0.08
B	--	--	0.03	0.03	0.08	0.03
C	--	0.03	--	0.16	0.03	0.03
D	--	0.03	0.08	--	0.03	0.16
E	--	0.03	0.16	0.08	--	0.03
F	--	0.21	0.03	0.03	0.03	--

F1=0.57, F2=0.21, F3=0.61, F4=0.92

2^{ος} κύκλος

a	0.2
b	0.6

A	E	C	D	F	B	A	
	160	90	140	80	180	150	800

ρ	0.6
Q	100

Αποστάσεις

A B C D E F

A	--	150	190	200	160	60
B	150	--	150	60	160	180
C	190	150	--	140	90	190
D	200	60	140	--	110	80
E	160	160	90	110	--	110
F	60	180	190	80	110	--

Φερομνή

A B C D E F

A	--	0.03	0.03	0.03	0.16	0.08
B	--	--	0.03	0.03	0.08	0.03
C	--	0.03	--	0.16	0.03	0.03
D	--	0.03	0.08	--	0.03	0.16
E	--	0.03	0.16	0.08	--	0.03
F	--	0.21	0.03	0.03	0.03	--

Πιθανότητες

A B C D E F

A	--	0.16	0.14	0.14	0.22	0.34
B	0.00	--	0.00	0.00	1.00	0.00
C	0.00	0.26	--	0.38	0.36	0.00
D	0.00	0.59	0.00	--	0.41	0.00
E	1.00	0.00	0.00	0.00	--	0.00
F	0.00	0.27	0.18	0.30	0.25	--

Ανανέωση

A B C D E F

A	--	0.01	0.01	0.01	0.06	0.16
B	--	--	0.01	0.01	0.16	0.01
C	--	0.03	--	0.19	0.01	0.10
D	--	0.14	0.03	--	0.01	0.06
E	--	0.01	0.06	0.03	--	0.01
F	--	0.08	0.14	0.01	0.01	--

F1=0.96, F2=0.31, F3=0.56, F4=0.52

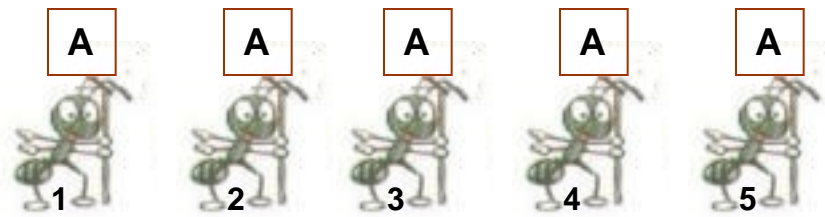
3^{ος} κύκλος

a	0.2
b	0.6

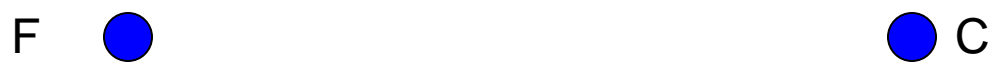
A	F	C	D	B	E	A	
	60	190	140	60	160	160	770

ρ	0.6
Q	100

Παράδειγμα TSP



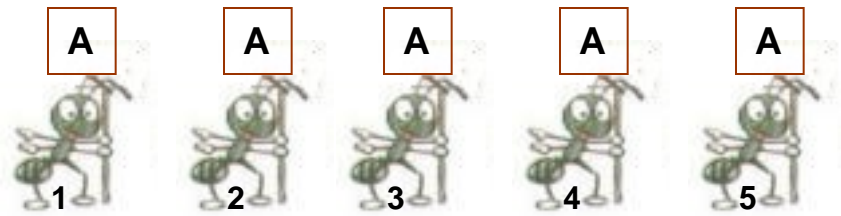
Έστω ότι χρησιμοποιούνται 5 μυρμήγκια για την εύρεση της βέλτιστης διαδρομής.



Αποστάσεις

	A	B	C	D	E	F
A	--	150	190	200	160	60
B	150	--	150	60	160	180
C	190	150	--	140	90	190
D	200	60	140	--	110	80
E	160	160	90	110	--	110
F	60	180	190	80	110	--

Παράδειγμα TSP (t=1)



Κάθε μυρμήγκι ακολουθεί το δικό του μονοπάτι.

M-1	M-2	M-3	M-4	M-5
1	1	1	1	1
5	6	4	6	5
4	2	2	5	3
6	3	6	4	4
3	4	5	2	2
2	5	3	3	6
1	1	1	1	1
840	800	830	680	690

Παράδειγμα TSP (t=1)

Αρχική ποσότητα
φερομόνης

	A	B	C	D	E	F
A	0	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
B	0	0	0.2	0.2	0.2	0.2
C	0	0.2	0	0.2	0.2	0.2
D	0	0.2	0.2	0	0.2	0.2
E	0	0.2	0.2	0.2	0	0.2
F	0	0.2	0.2	0.2	0.2	0

Η ποσότητα της φερομόνης που εναποθέτει κάθε
μυρμήγκι είναι $Q=100$ (M1, M2, M3, M4 και M5).

M-1	A	B	C	D	E	F
A					0.12	
B						
C		0.12				
D						0.12
E				0.12		
F			0.12			

M-2	A	B	C	D	E	F
A						0.13
B			0.13			
C				0.13		
D					0.13	
E						
F		0.13				

M-3	A	B	C	D	E	F
A				0.12		
B						0.12
C						
D		0.12				
E			0.12			
F					0.12	

M-4	A	B	C	D	E	F
A						0.15
B			0.15			
C						
D		0.15				
E				0.15		
F					0.15	

M-5	A	B	C	D	E	F
A					0.14	
B						0.14
C				0.14		
D		0.14				
E			0.14			
F						

Παράδειγμα TSP (t=1)

	A	B	C	D	E	F
A	0	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08
B	0	0	0.08	0.08	0.08	0.08
C	0	0.08	0	0.08	0.08	0.08
D	0	0.08	0.08	0	0.08	0.08
E	0	0.08	0.08	0.08	0	0.08
F	0	0.08	0.08	0.08	0.08	0

Απομένουσα ποσότητα
αρχικής φερομόνης
(για $\rho=0.6$)

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0.12	0.26	0.28
B	0	0	0.28	0	0	0.26
C	0	0.12	0	0.27	0	0
D	0	0.41	0	0	0.13	0.12
E	0	0	0.26	0.27	0	0
F	0	0.13	0.12	0	0.27	0

Εναποθετημένη
ποσότητα φερομόνης
(για $Q=100$)

	A	B	C	D	E	F
A	0	0.08	0.08	0.2	0.34	0.36
B	0	0	0.36	0.08	0.08	0.34
C	0	0.2	0	0.35	0.08	0.08
D	0	0.49	0.08	0	0.21	0.2
E	0	0.08	0.34	0.35	0	0.08
F	0	0.21	0.2	0.08	0.35	0

Τελική
ποσότητα φερομόνης

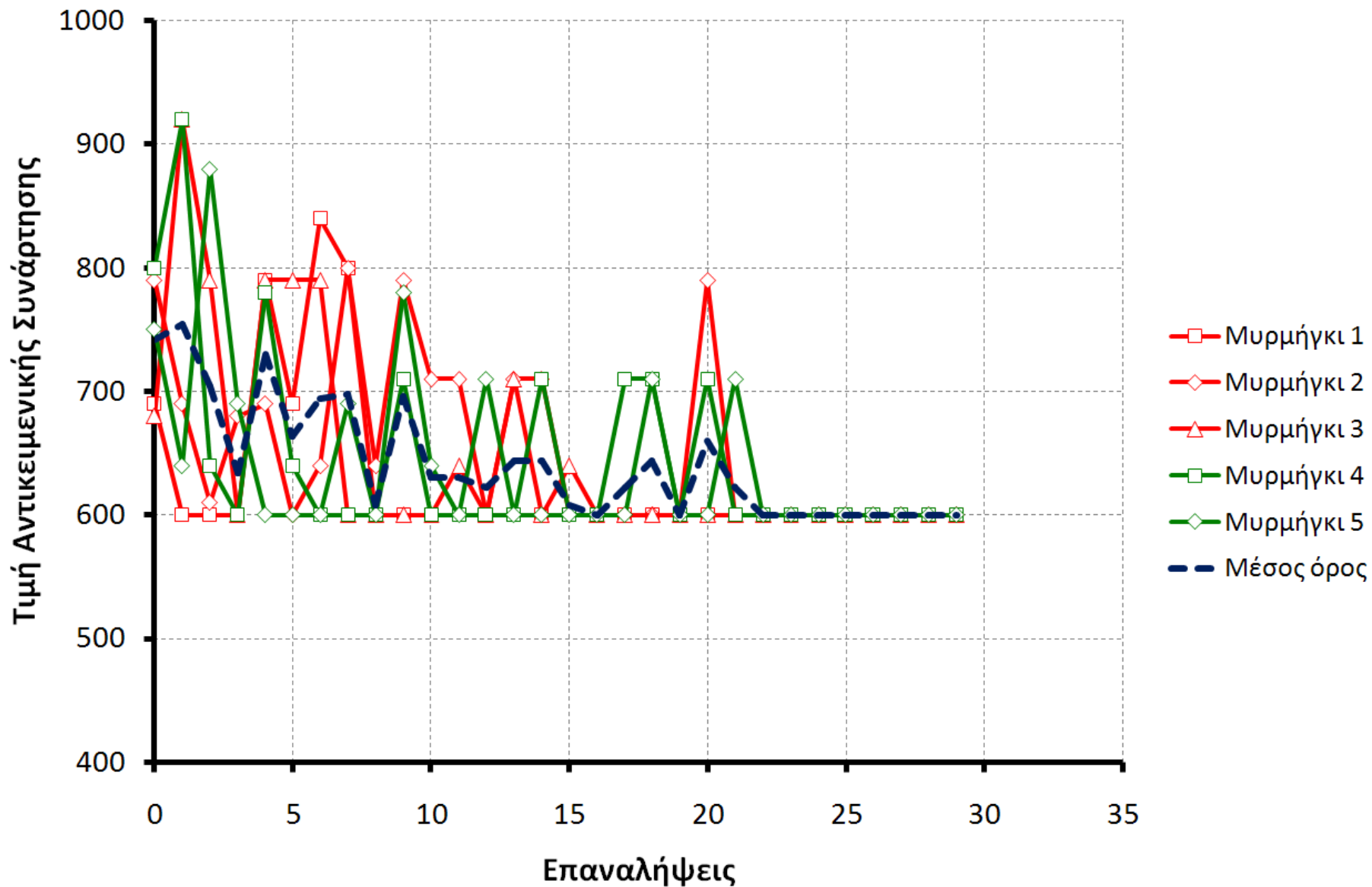
$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho)\tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t)$$

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{Q}{L^k(t)} & \alpha\nu \quad (i, j) \in T^k(t) \\ 0 & \alpha\nu \quad (i, j) \notin T^k(t) \end{cases}$$

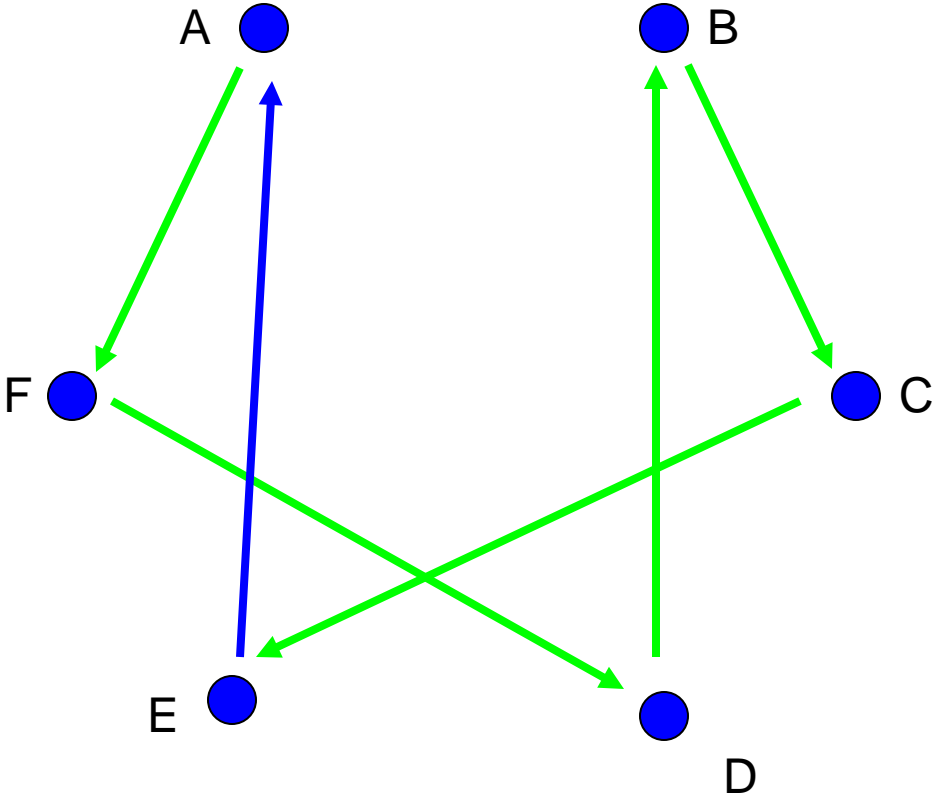
$T^k(t)$ είναι η διαδρομή

$L^k(t)$ είναι το μήκος διαδρομής

Παράδειγμα TSP - Βέλτιστη Διαδρομή



Βέλτιστη Διαδρομή



A	F	D	B	C	E	A	
	60	80	60	150	90	160	600

Φερομόνη (t=30)

	A	B	C	D	E	F
A	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,39
B	0,00	0,00	1,39	0,00	0,00	0,00
C	0,00	0,00	0,00	0,00	1,39	0,00
D	0,00	1,39	0,00	0,00	0,00	0,00
E	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
F	0,00	0,00	0,00	1,39	0,00	0,00

Το πρόβλημα της ανάθεσης εργασιών (QAP)

	1	2	3	4	5	6
A	0,5	0,5	1,0	2,5	3,5	1,5
B	5,0	4,0	5,0	3,5	4,0	3,0
C	0,5	0,5	5,0	8,0	1,0	5,0
D	1,0	7,5	8,5	5,5	7,0	6,5
E	5,5	8,0	3,0	5,5	5,0	2,0
F	2,0	7,0	2,0	1,5	2,0	4,5

	1	2	3	4	5	6
A	0,5	0,5	1,0	2,5	3,5	1,5
B	5,0	4,0	5,0	3,5	4,0	3,0
C	0,5	0,5	5,0	8,0	1,0	5,0
D	1,0	7,5	8,5	5,5	7,0	6,5
E	5,5	8,0	3,0	5,5	5,0	2,0
F	2,0	7,0	2,0	1,5	2,0	4,5

μια τυχαία λύση

A	B	C	D	E	F	
1	2	3	4	5	6	
0.5	4.0	5.0	5.5	5.0	4.5	24.5

Κατά το πρόβλημα, υπάρχει ένας αριθμός εργασιών (αριθμοί 1, 2, 3, 4, 5 και 6) και ίδιος αριθμός εργαζομένων (γράμματα A, B, C, D, E και F). Κάθε εργαζόμενος μπορεί να εκτελέσει οποιαδήποτε εργασία αλλά σε διαφορετικό χρόνο (διαφορετική παραγωγικότητα) ή με διαφορετικό κόστος.

Σκοπός του προβλήματος είναι η ανάθεση μιας μόνο εργασίας σε κάθε εργαζόμενο με τρόπο ώστε να γίνεται η καλύτερη αξιοποίηση των εργαζομένων για την πραγματοποίηση όλων των εργασιών (να αναλίσκεται ο ελάχιστος αθροιστικά χρόνος - ή το ελάχιστο κόστος - εργασιών).

Το πρόβλημα της ανάθεσης εργασιών (QAP) {t=0}

Πρώτη επανάληψη, t=0

Αρχικός πληθυσμός: 10 μυρμήγκια

Αρχική ποσότητα φερόμενης στις διαδρομές: 0.20

Τιμές συντελεστών: $\alpha=0.6$, $\beta=0.20$, $q=1$, $Q=1$

c_{ij} =χρόνος (κόστος) της εργασίας i από τον εργαζόμενο j ,

Ανανέωση φερομόνης: γίνεται σε όλα τα μονοπάτια

Εναπόθεση φερομόνης: γίνεται από τα 5 μυρμήγκια κάθε κύκλου με την καλύτερη επίδοση

Τερματισμός: μετά από 30 κύκλους (επαναλήψεις)

Ανάθεση Εργασιών

	1	2	3	4	5	6
A	0,5	0,5	1,0	2,5	3,5	1,5
B	5,0	4,0	5,0	3,5	4,0	3,0
C	0,5	0,5	5,0	8,0	1,0	5,0
D	1,0	7,5	8,5	5,5	7,0	6,5
E	5,5	8,0	3,0	5,5	5,0	2,0
F	2,0	7,0	2,0	1,5	2,0	4,5

Φερομόνη

	1	2	3	4	5	6
A	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
B	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
C	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
D	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
E	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
F	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [n_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{l \in J_i^k} [\tau_{il}(t)]^\alpha \cdot [n_{il}(t)]^\beta} & \text{if } j \notin J_i^k \\ 0 & \text{if } j \in J_i^k \end{cases}$$

$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho) \cdot \tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^m \Delta \tau_{ij}^k(t)$$

$$n_{ij}(t) = \frac{q}{c_{ij}}$$

$$\Delta \tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{Q}{L^k(t)} & \text{if } ij \in L \\ 0 & \text{if } ij \notin L \end{cases}$$

Το πρόβλημα της ανάθεσης εργασιών (QAP) {t=0}

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^a \cdot [n_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{l \in J_i^k} [\tau_{il}(t)]^a \cdot [n_{il}(t)]^\beta} & \text{if } j \notin J_i^k \\ 0 & \text{if } j \in J_i^k \end{cases}$$

$$n_{ij}(t) = \frac{q}{c_{ij}}$$

Ανάθεση Εργασιών

	1	2	3	4	5	6
A	0,5	0,5	1,0	2,5	3,5	1,5
B	5,0	4,0	5,0	3,5	4,0	3,0
C	0,5	0,5	5,0	8,0	1,0	5,0
D	1,0	7,5	8,5	5,5	7,0	6,5
E	5,5	8,0	3,0	5,5	5,0	2,0
F	2,0	7,0	2,0	1,5	2,0	4,5

Φερομόνη

	1	2	3	4	5	6
A	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
B	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
C	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
D	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
E	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
F	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20

Για κάθε ένα μυρμήγκι, φτιάχνονται η διαδρομές (με της πιθανότητες μετάβασης)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	5	1	6	6	3	5	5	4	2	6
B	3	5	5	2	2	6	6	1	1	3
C	2	6	2	4	5	2	1	5	4	2
D	1	4	4	5	4	4	3	2	5	1
E	4	2	3	1	1	3	2	3	3	4
F	6	3	1	3	6	1	4	6	6	5

Εδώ εμφανίζονται οι διαδρομές (λύσεις) που ακολούθησαν τα μυρμήγκια κατά την πρώτη επανάληψη (t=0)

20,0	25,0	16,5	28,0	21,5	17,5	25,0	23,5	28,0	15,5
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Το πρόβλημα της ανάθεσης εργασιών (QAP) {t=0}

Η ανανέωση της φερομένης πραγματοποιείται σε δυο στάδια:

- i. γίνεται εξάτμιση της φερομένης που υπάρχει σε όλα τα μονοπάτια του δικτύου (γράφου),
- ii. στα 5 καλύτερα μονοπάτια τα οποία έχουν επιλεγεί από τα μυρμήγκια, προστίθεται επιπλέον φερομένη.

Φερομόνη (αρχική)

	1	2	3	4	5	6
A	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
B	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
C	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
D	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
E	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
F	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20

Φερομόνη (απομένουσα)

	1	2	3	4	5	6
A	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
B	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
C	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
D	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
E	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
F	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08

10	3	6	1	5
6	6	5	5	3
3	5	6	3	2
2	2	2	2	5
1	4	4	1	4
4	3	3	4	1
5	1	1	6	6
15,5	16,5	17,5	20,0	21,5

Το πρόβλημα της ανάθεσης εργασιών (QAP) {t=0}

Η ανανέωση της φερομένης πραγματοποιείται σε δυο στάδια:

- i. γίνεται εξάτμιση της φερομένης που υπάρχει σε όλα τα μονοπάτια του δικτύου (γράφου),
- ii. στα 5 καλύτερα μονοπάτια τα οποία έχουν επιλεγεί από τα μυρμήγκια, προστίθεται επιπλέον φερομένη.

10	3	6	1	5
----	---	---	---	---

6	6	5	5	3
3	5	6	3	2
2	2	2	2	5
1	4	4	1	4
4	3	3	4	1
5	1	1	6	6

15,5	16,5	17,5	20,0	21,5
------	------	------	------	------

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho) \cdot \tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k(t)$$

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{Q}{L^k(t)} & \text{if } ij \in L \\ 0 & \text{if } ij \notin L \end{cases}$$

M1

	1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	0	0,06
B	0	0	0,06	0	0	0
C	0	0,06	0	0	0	0
D	0,06	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0,06	0	0
F	0	0	0	0	0,06	0

M2

	1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	0	0,06
B	0	0	0	0	0,06	0
C	0	0,06	0	0	0	0
D	0	0	0	0,06	0	0
E	0	0	0,06	0	0	0
F	0,06	0	0	0	0	0

M3

	1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	0,06	0
B	0	0	0	0	0	0,06
C	0	0,06	0	0	0	0
D	0	0	0	0,06	0	0
E	0	0	0,06	0	0	0
F	0,06	0	0	0	0	0

M4

	1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	0,06	0
B	0	0	0,06	0	0	0
C	0	0,06	0	0	0	0
D	0,06	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0,06	0	0
F	0	0	0	0	0	0,06

M5

	1	2	3	4	5	6
A	0	0	0,06	0	0	0
B	0	0,06	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0,06	0
D	0	0	0	0,06	0	0
E	0,06	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0,06

M1+M2+M3+M4+M5

	1	2	3	4	5	6
A	0	0	0,06	0	0,12	0,12
B	0	0,06	0,12	0	0,1	0,1
C	0	0,24	0	0	0,1	0
D	0,12	0	0	0,18	0	0
E	0,06	0	0,12	0,12	0	0
F	0,12	0	0	0	0,06	0,12

Το πρόβλημα της ανάθεσης εργασιών (QAP) {t=0}

Τελική ποσότητα φερομόνης
στο τέλος του πρώτου κύκλου

Φερομόνη (αρχική)

	1	2	3	4	5	6
A	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
B	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
C	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
D	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
E	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
F	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20

Φερομόνη (απομένουσα)

	1	2	3	4	5	6
A	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
B	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
C	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
D	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
E	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
F	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08

Φερομόνη (προστιθέμενη)

	1	2	3	4	5	6
A	0	0	0,06	0	0,12	0,12
B	0	0,06	0,12	0	0,06	0,06
C	0	0,24	0	0	0,06	0
D	0,12	0	0	0,18	0	0
E	0,06	0	0,12	0,12	0	0
F	0,12	0	0	0	0,06	0,12

Φερομόνη (τελική)

	1	2	3	4	5	6
A	0,08	0,08	0,14	0,08	0,20	0,20
B	0,08	0,14	0,20	0,08	0,14	0,14
C	0,08	0,32	0,08	0,08	0,14	0,08
D	0,20	0,08	0,08	0,26	0,08	0,08
E	0,14	0,08	0,20	0,20	0,08	0,08
F	0,20	0,08	0,08	0,08	0,14	0,20

$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho) \cdot \tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^m \Delta \tau_{ij}^k(t)$$

$$\Delta \tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{Q}{L^k(t)} & \text{if } ij \in L \\ 0 & \text{if } ij \notin L \end{cases}$$

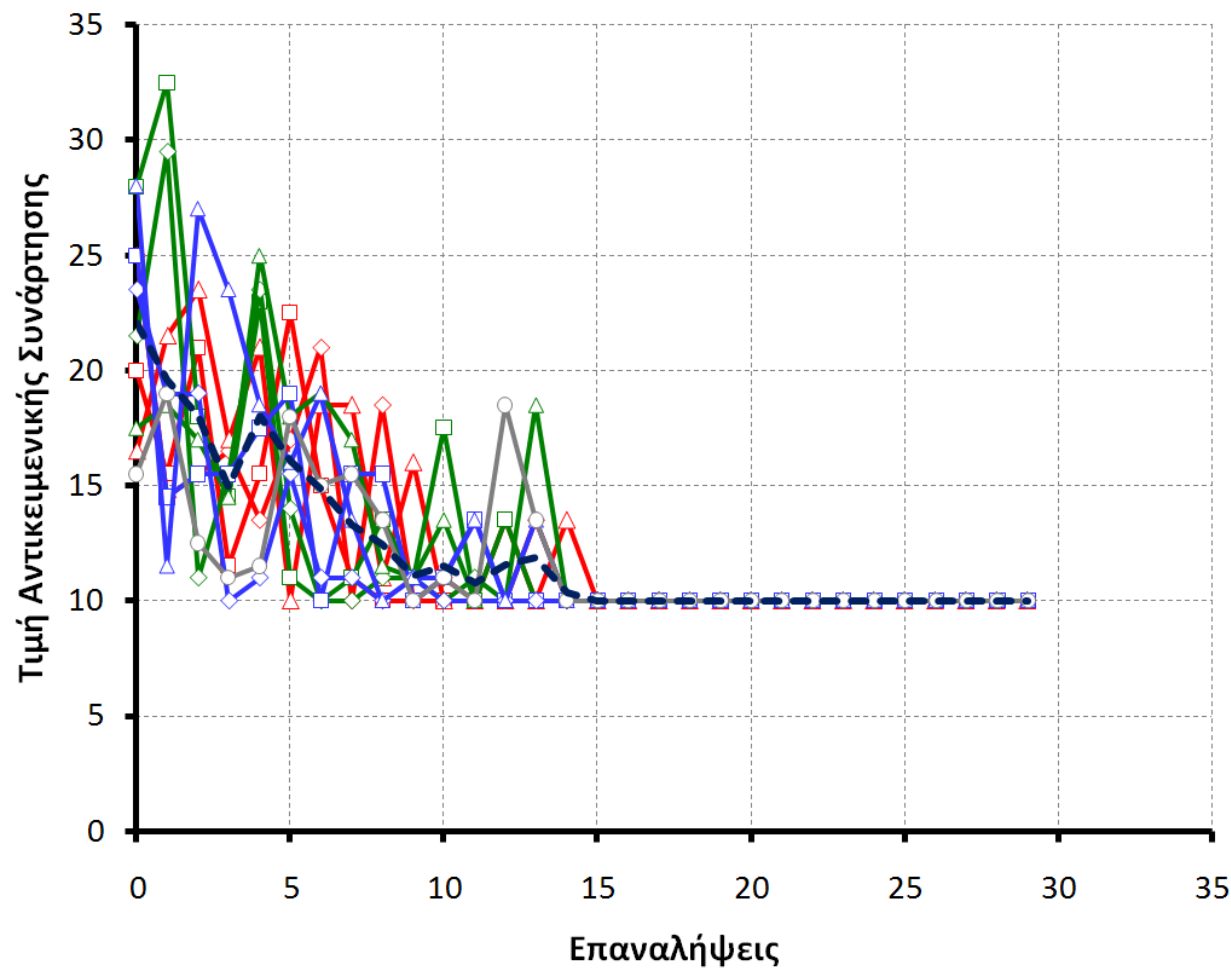
Βέλτιστη Διαδρομή

Ανάθεση Εργασιών

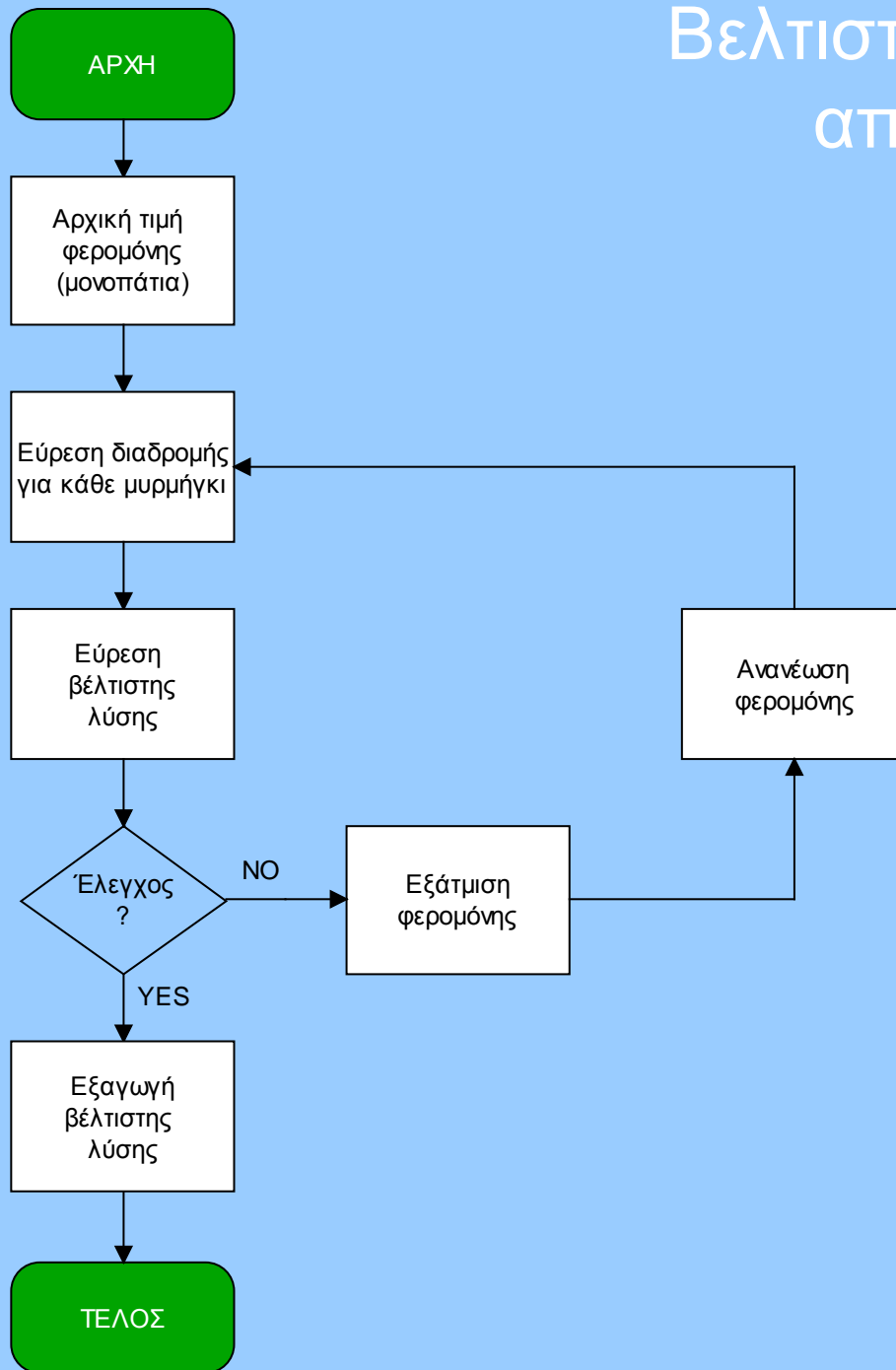
	1	2	3	4	5	6
A	0,5	0,5	1,0	2,5	3,5	1,5
B	5,0	4,0	5,0	3,5	4,0	3,0
C	0,5	0,5	5,0	8,0	1,0	5,0
D	1,0	7,5	8,5	5,5	7,0	6,5
E	5,5	8,0	3,0	5,5	5,0	2,0
F	2,0	7,0	2,0	1,5	2,0	4,5

Φερομόνη

	1	2	3	4	5	6
0	0	0,83	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0,83
0	0	0	0	0	0,83	0
0,83	0	0	0	0	0	0
0	0	0,83	0	0	0	0
0	0	0	0,83	0	0	0



Βελτιστοποίηση με τη μέθοδο αποικίες μυρμηγκιών

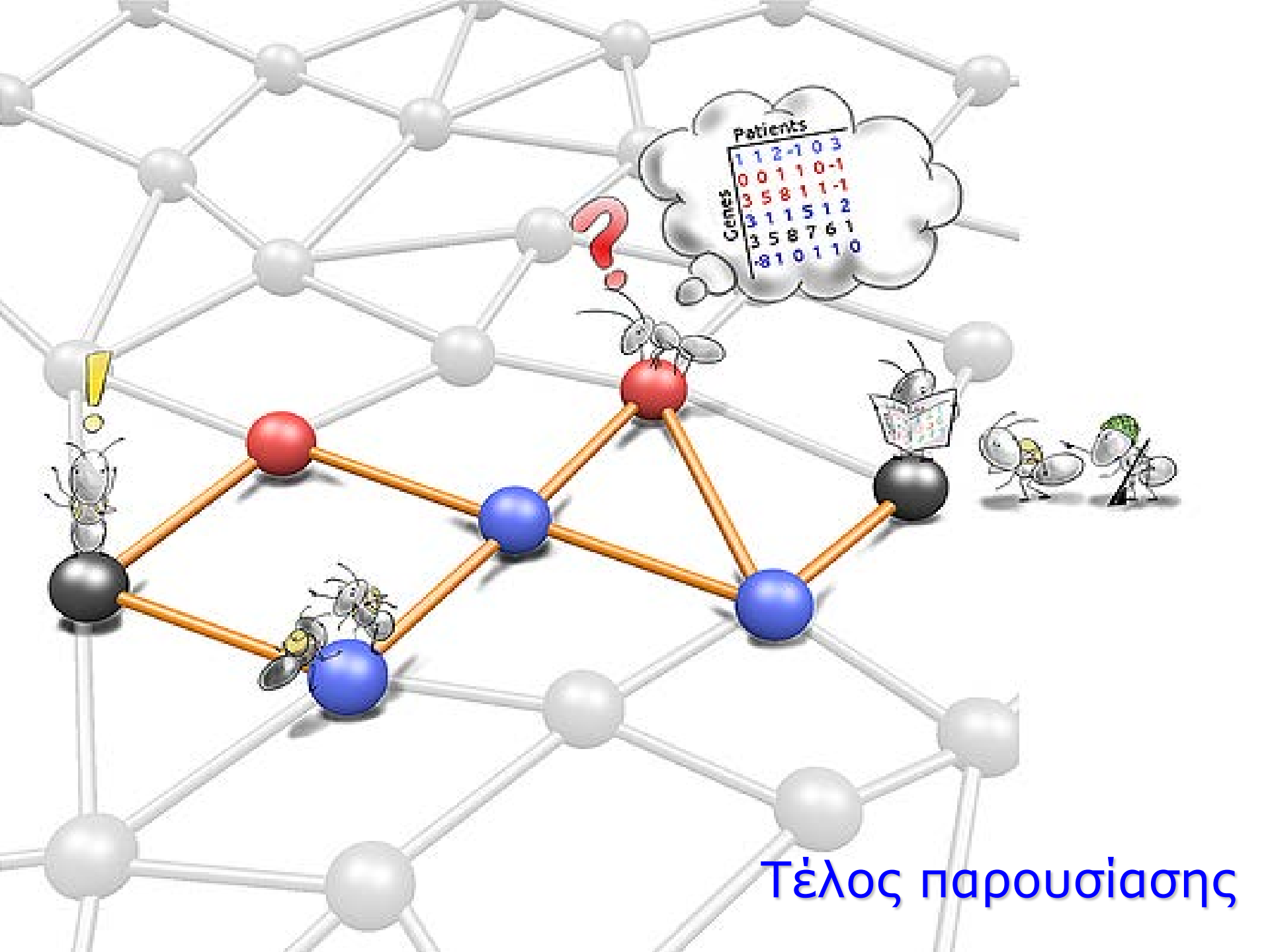


Βελτιώσεις

Στο βασικό αλγόριθμο ACO (**Ant Colony Optimization**) έχουν προταθεί διάφορες βελτιώσεις. Οι παραλλαγές διαφέρουν στον τρόπο ενημέρωσης της ποσότητας της φερομόνης και στον τρόπο επιλογής του μονοπατιού σε κάθε κόμβο.

Παραλλαγές του αλγορίθμου: Ant Colony System (ACS)

1. Ο αλγόριθμος **Ant Colony System (ACS)** διαφοροποιείται στον κανόνα μετάβασης αλλά και στον τρόπο ανανέωσης της φερομόνης.
2. Ο αλγόριθμος **Min–Max Ant System (MMAS)** διαφοροποιείται (όπως και ο ACS) στην ανανέωση της φερομονης. Συγκεκριμένα σε κάθε επανάληψη εναποτίθεται φερομόνη μόνο από ένα μυρμήγκι κι επιπλέον χρησιμοποιούνται όρια στα επίπεδα της φερομόνης.



Patients

1	1	2	-1	0	3
0	0	1	1	0	-1
3	5	8	1	1	-1
3	1	1	5	1	2
3	5	8	7	6	1
-8	1	0	1	1	0

Genes

Τέλος παρουσίασης