

# Μέθοδοι Βελτιστοποίησης

## Μέθοδος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (Particle Swarm Optimization - PSO)

Υπεύθυνος μαθήματος : Αθανάσιος Χασιακός  
Επιμέλεια παρουσίασης : Παναγιώτης Τσίκας



# Σμήνος





# Σμήνος



# Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων

## Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων (Particle Swarm Optimization)

Ο αλγόριθμος μιμείται την κοινωνική συμπεριφορά και αυτο-οργάνωση κάποιων ειδών, όπως το πέταγμα των πουλιών σε μορφή σμήνους προς αναζήτηση τροφής σε μια περιοχή. Με βάση τον αλγόριθμο, οι λύσεις αποτελούν τα σωματίδια του σμήνους τα οποία, ανταλλάσσοντας πληροφορίες μεταξύ τους, προοδευτικά μετακινούνται προς τη θέση που αντιστοιχεί στη βέλτιστη λύση.

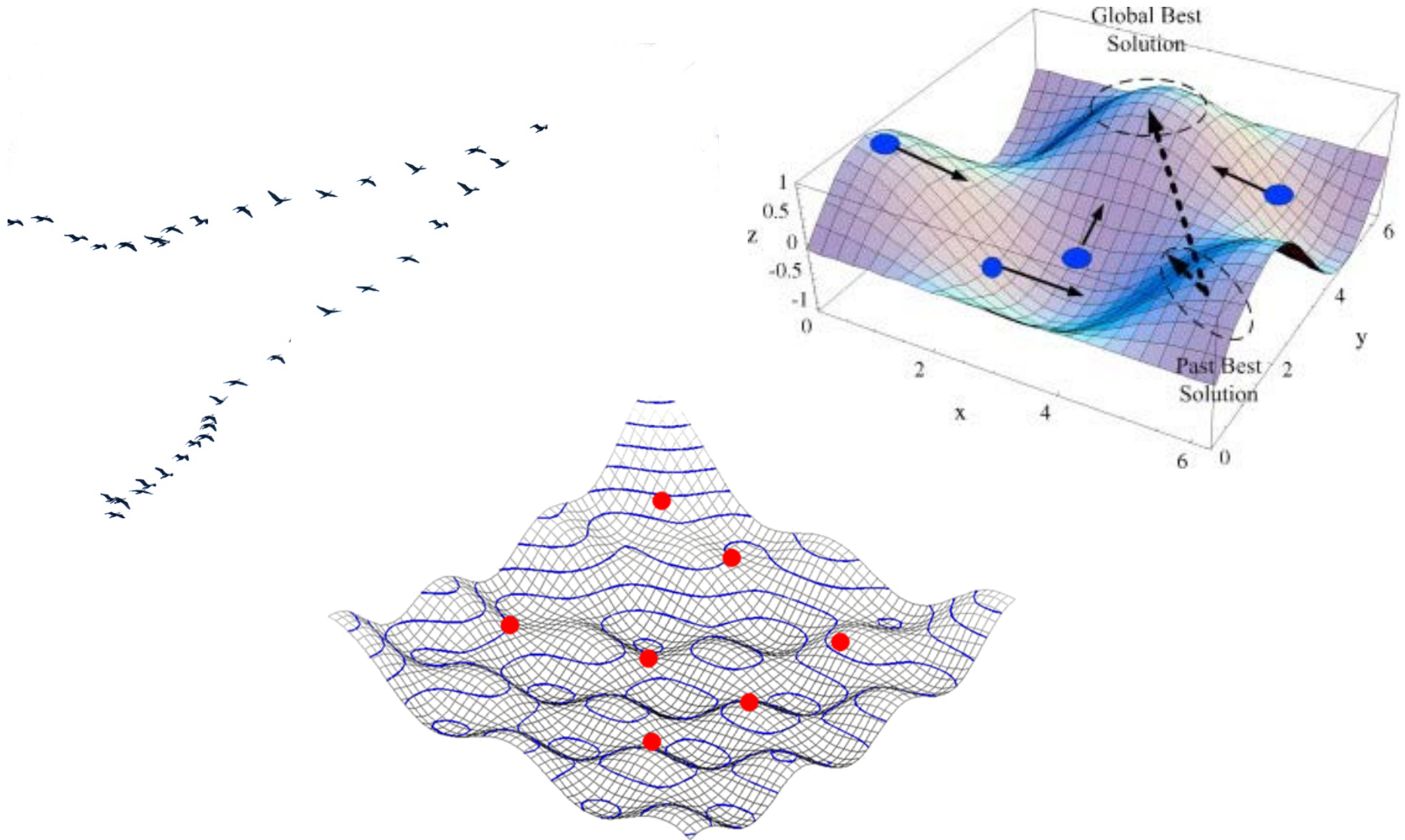
## Βασικά σημεία της βελτιστοποίησης με Σμήνος Σωματιδίων:

1. Κωδικοποίηση του προβλήματος
2. Συνάρτηση καταλληλότητας
3. Αριθμός σωματιδίων
4. Κοινωνικότητα (του σμήνους)
5. Ταχύτητα (του σμήνους)
6. Διαδικασία τερματισμού

Ο αλγόριθμος αναπτύχθηκε από τους Kennedy και Eberhart το 1995.



# Σμήνος Σωματιδίων



# Το σμήνος

$$S = \{X_1, X_2, \dots, X_N\}$$

$$X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})^T$$

$$v_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in})^T$$

$$P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{in})^T$$

$$P_g(t) = \min_t f(P_i(t))$$

**N** : ο αριθμός των σωματιδίων που αποτελούν το σμήνος

**n** : ο αριθμός των μεταβλητών του προβλήματος

**i** : ο αριθμός σωματιδίου [1, N]

**j** : ο αριθμός μεταβλητής [1,n]

**X<sub>i</sub>** : το σωματίδιο (υποψήφια λύση του προβλήματος) i

**V<sub>i</sub>** : η ταχύτητα του σωματιδίου i

**P<sub>i</sub>** : η βέλτιστη θέση του σωματιδίου i

**P<sub>g</sub>** : η βέλτιστη θέση από όλα τα σωματίδια

**t** : χρονική περίοδος (κύκλος υπολογισμών)

# Το σμήνος

$$v_{ij}(t+1) = \text{Αδράνεια} + \text{Γνώση} + \text{Κοινωνικότητα}$$

$$v_{ij}(t+1) = v_{ij}(t) + c_1 R_1 [P_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2 R_2 [P_{gj}(t) - x_{ij}(t)]$$

ή

$$v_{ij}(t+1) = R_1 v_{ij}(t) + R_2 [P_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + R_3 [P_{gj}(t) - x_{ij}(t)]$$

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + v_{ij}(t+1)$$

$x_{ij}$ : η τρέχουσα θέση του σωματιδίου  $i$  ως προς τη μεταβλητή  $j$ ,

$v_{ij}$ : η ταχύτητα του σωματιδίου  $i$  ως προς τη μεταβλητή  $j$ ,

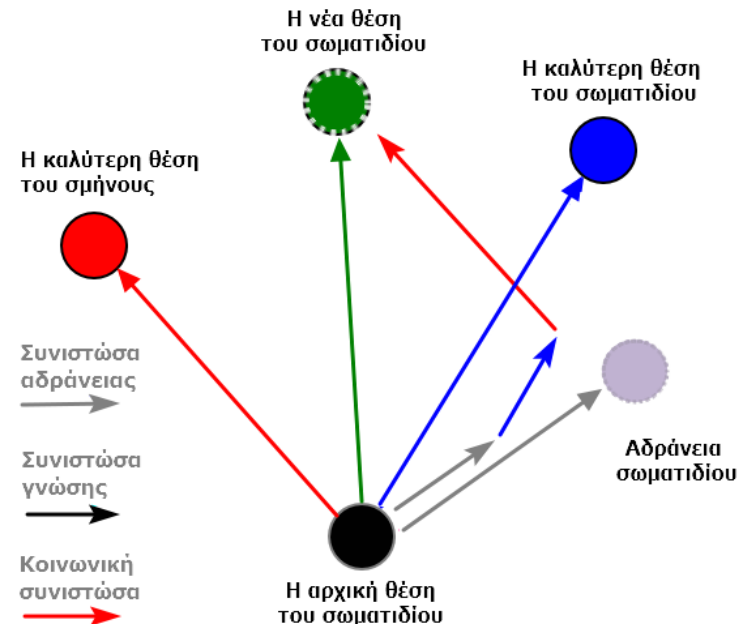
$P_{ij}$ : η καλύτερη θέση του σωματιδίου  $i$  ως προς τη μεταβλητή  $j$ ,

$P_{gj}$ : η καλύτερη θέση όλων των σωματιδίων στη γειτονιά ως προς τη μεταβλητή  $j$ ,

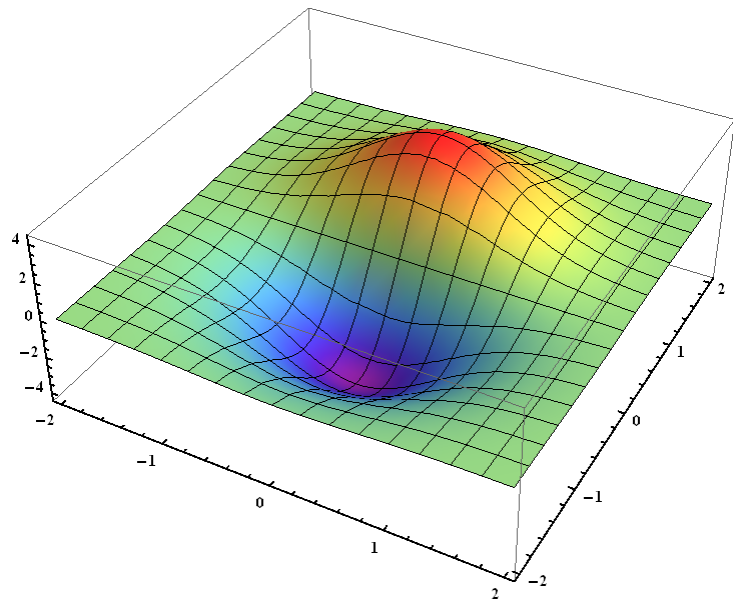
$t$ : χρονική περίοδος (κύκλος υπολογισμών),

$c_1, c_2$ : γνωστική και κοινωνική παράμετρος (τιμή 1 ή 2),

$R_1, R_2, R_3$ : τυχαίοι αριθμοί [0 ως 1].



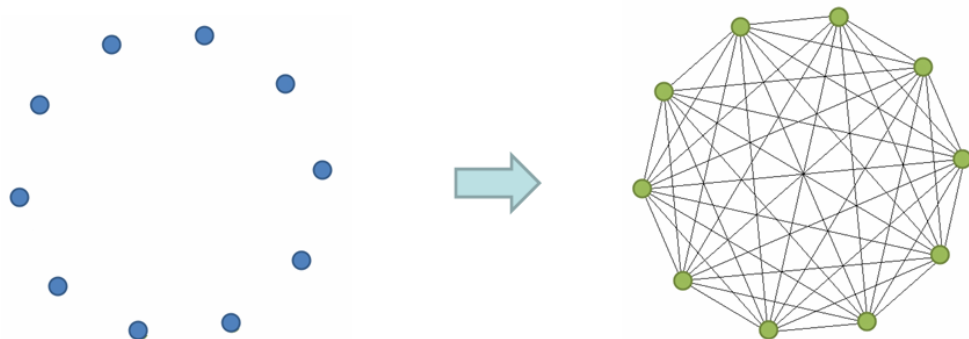
# Παράδειγμα 1: Ελαχιστοποίηση συνάρτησης



$$\min f(x, y) = 10 \cdot y \cdot e^{(-x^2 - y^2)}$$

$$-2 \leq x, y \leq 2$$

Για την επίλυση χρησιμοποιείται σμήνος αποτελούμενο από 10 σωματίδια ενώ η κοινωνικότητα (γειτνίαση) κάθε σωματιδίου λαμβάνεται προς όλα τα υπόλοιπα (δηλαδή κάθε σωματίδιο «γνωρίζει» τις (καλύτερες) θέσεις όλων των σωματιδίων).





# Ελαχιστοποίηση συνάρτησης (t=0)

$X_i$  : Αρχικές τυχαίες τιμές σωματιδίων

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

|      |      |      |      |     |     |      |      |      |      |
|------|------|------|------|-----|-----|------|------|------|------|
| -1,1 | 0,4  | 0,1  | -1,5 | 1,5 | 0,2 | -0,8 | 1,6  | -1,3 | -1   |
| 0,4  | -0,1 | -1,7 | 0,1  | 1,8 | 1,1 | 1,2  | -0,5 | -1,3 | -0,2 |

|      |       |       |      |      |      |      |       |       |       |
|------|-------|-------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| 1,02 | -0,84 | -0,94 | 0,10 | 0,07 | 3,15 | 1,50 | -0,30 | -0,44 | -0,71 |
|------|-------|-------|------|------|------|------|-------|-------|-------|

$P_i$  : Καλύτερες θέσεις σωματιδίων

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

|      |      |      |      |     |     |      |      |      |      |
|------|------|------|------|-----|-----|------|------|------|------|
| -1,1 | 0,4  | 0,1  | -1,5 | 1,5 | 0,2 | -0,8 | 1,6  | -1,3 | -1   |
| 0,4  | -0,1 | -1,7 | 0,1  | 1,8 | 1,1 | 1,2  | -0,5 | -1,3 | -0,2 |

|      |       |       |      |      |      |      |       |       |       |
|------|-------|-------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| 1,02 | -0,84 | -0,94 | 0,10 | 0,07 | 3,15 | 1,50 | -0,30 | -0,44 | -0,71 |
|------|-------|-------|------|------|------|------|-------|-------|-------|

$V_i$  : Αρχικές τυχαίες ταχύτητες σωματιδίων

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

|       |      |       |      |       |      |      |      |      |       |
|-------|------|-------|------|-------|------|------|------|------|-------|
| -0,02 | 0,23 | -0,14 | 0,08 | -0,46 | 0,46 | 0,27 | 0,05 | 0,47 | 0,40  |
| 0,28  | 0,36 | -0,13 | 0,00 | -0,37 | 0,21 | 0,08 | 0,43 | 0,01 | -0,25 |

$P_g$  : Καλύτερη τιμή όλων των σωματιδίων

|   |
|---|
| 3 |
|---|

|      |
|------|
| 0,1  |
| -1,7 |

|       |
|-------|
| -0,94 |
|-------|

# Ελαχιστοποίηση συνάρτησης (t=1)

| X1 (t=0) |       |      |       | X2 (t=0) |      |      |       |
|----------|-------|------|-------|----------|------|------|-------|
| 1        | -1.1  | 0.4  | 1.02  | 2        | 0.4  | -0.1 | -0.84 |
| 1        | -0.02 | 0.28 |       | 2        | 0.23 | 0.36 |       |
| 1        | -1.1  | 0.4  | 1.02  | 2        | 0.4  | -0.1 | -0.84 |
| 3        | 0.1   | -1.7 | -0.94 | 3        | 0.1  | -1.7 | -0.94 |

R1 = 0.70 0.79

R2 = 0.04 0.24

R3 = 0.92 0.32

R1 = 0.55 0.56

R2 = 0.13 0.98

R3 = 0.26 0.93

| new   | X1 (t=1) |       |       |       | X2 (t=1) |      |       |       |
|-------|----------|-------|-------|-------|----------|------|-------|-------|
| $x_i$ | 1        | -0.01 | -0.05 | -0.51 | 2        | 0.45 | -1.39 | -1.66 |
| $v_i$ | 1        | 1.09  | -0.45 |       | 2        | 0.05 | -1.29 |       |
| $p_i$ | 1        | -0.01 | -0.05 | -0.51 | 2        | 0.45 | -1.39 | -1.66 |

$$v_{ij}(t+1) = R_1 v_{ij}(t) + R_2 [P_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + R_3 [P_{gj}(t) - x_{ij}(t)]$$

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + v_{ij}(t+1)$$

π.χ. νέες τιμές σωματιδίου 1 (t=1)

$$v_{ij}(1) = R_1 \cdot v_{ij}(0) + R_2 \cdot [P_{ij}(0) - x_{ij}(0)] + R_3 \cdot [P_{gj}(0) - x_{ij}(0)]$$

$$v_{11}(1) = 0.70 \cdot (-0.02) + 0.04 \cdot [-1.1 - (-1.1)] + 0.92 \cdot [0.1 - (-1.1)] = 1.09$$

$$v_{12}(1) = 0.79 \cdot (0.28) + 0.24 \cdot [0.4 - (0.4)] + 0.32 \cdot [-1.7 - (0.4)] = -0.45$$

$$x_{11}(1) = x_{11}(0) + v_{11}(1) \rightarrow x_{11}(1) = -1.1 + 1.09 = -0.01$$

$$x_{12}(1) = x_{12}(0) + v_{12}(1) \rightarrow x_{12}(1) = 0.4 + (-0.45) = -0.05$$

$$f(x, y) = 10 \cdot y \cdot e^{(-x^2 - y^2)} \rightarrow f(-0.01, -0.05) = -0.51$$

επειδή η νέα θέση (-0.51) είναι καλύτερη από την προηγούμενη (1.02),  $\rightarrow P_i = -0.51$

# Ελαχιστοποίηση συνάρτησης (t=1)

**X3 (t=0)**

|   |     |      |       |
|---|-----|------|-------|
| 3 | 0.1 | -1.7 | -0.94 |
|---|-----|------|-------|

|   |       |       |
|---|-------|-------|
| 3 | -0.14 | -0.13 |
|---|-------|-------|

|   |     |      |       |
|---|-----|------|-------|
| 3 | 0.1 | -1.7 | -0.94 |
|---|-----|------|-------|

|   |     |      |       |
|---|-----|------|-------|
| 3 | 0.1 | -1.7 | -0.94 |
|---|-----|------|-------|

$$R1 = 0.22 \quad 0.21$$

$$R2 = 0.01 \quad 0.55$$

$$R3 = 0.48 \quad 0.63$$

**X4 (t=0)**

|   |      |     |       |
|---|------|-----|-------|
| 4 | -1.5 | 0.1 | 0.104 |
|---|------|-----|-------|

|   |      |      |
|---|------|------|
| 4 | 0.08 | 0.00 |
|---|------|------|

|   |      |     |       |
|---|------|-----|-------|
| 4 | -1.5 | 0.1 | 0.104 |
|---|------|-----|-------|

|   |     |      |       |
|---|-----|------|-------|
| 3 | 0.1 | -1.7 | -0.94 |
|---|-----|------|-------|

$$R1 = 0.70 \quad 0.69$$

$$R2 = 0.98 \quad 0.26$$

$$R3 = 0.21 \quad 0.17$$

**X5 (t=0)**

|   |     |     |       |
|---|-----|-----|-------|
| 5 | 1.5 | 1.8 | 0.074 |
|---|-----|-----|-------|

|   |       |       |
|---|-------|-------|
| 5 | -0.46 | -0.37 |
|---|-------|-------|

|   |     |     |       |
|---|-----|-----|-------|
| 5 | 1.5 | 1.8 | 0.074 |
|---|-----|-----|-------|

|   |     |      |       |
|---|-----|------|-------|
| 3 | 0.1 | -1.7 | -0.94 |
|---|-----|------|-------|

$$R1 = 0.88 \quad 0.39$$

$$R2 = 0.84 \quad 0.89$$

$$R3 = 0.69 \quad 0.25$$

**X6 (t=0)**

|   |     |     |       |
|---|-----|-----|-------|
| 6 | 0.2 | 1.1 | 3.152 |
|---|-----|-----|-------|

|   |      |      |
|---|------|------|
| 6 | 0.46 | 0.21 |
|---|------|------|

|   |     |     |       |
|---|-----|-----|-------|
| 6 | 0.2 | 1.1 | 3.152 |
|---|-----|-----|-------|

|   |     |      |       |
|---|-----|------|-------|
| 3 | 0.1 | -1.7 | -0.94 |
|---|-----|------|-------|

$$R1 = 0.93 \quad 0.83$$

$$R2 = 0.57 \quad 0.23$$

$$R3 = 0.84 \quad 0.46$$

**X3 (t=1)**

|   |       |       |       |
|---|-------|-------|-------|
| 3 | 0.069 | -1.73 | -0.87 |
|---|-------|-------|-------|

|   |       |       |
|---|-------|-------|
| 3 | -0.03 | -0.03 |
|---|-------|-------|

|   |     |      |       |
|---|-----|------|-------|
| 3 | 0.1 | -1.7 | -0.94 |
|---|-----|------|-------|

**X4 (t=1)**

|   |       |       |       |
|---|-------|-------|-------|
| 4 | -1.11 | -0.21 | -0.58 |
|---|-------|-------|-------|

|   |       |       |
|---|-------|-------|
| 4 | 0.392 | -0.31 |
|---|-------|-------|

|   |       |       |       |
|---|-------|-------|-------|
| 4 | -1.11 | -0.21 | -0.58 |
|---|-------|-------|-------|

**X5 (t=1)**

|   |       |       |       |
|---|-------|-------|-------|
| 5 | 0.129 | 0.781 | 4.174 |
|---|-------|-------|-------|

|   |       |       |
|---|-------|-------|
| 5 | -1.37 | -1.02 |
|---|-------|-------|

|   |     |     |       |
|---|-----|-----|-------|
| 5 | 1.5 | 1.8 | 0.074 |
|---|-----|-----|-------|

**X6 (t=1)**

|   |       |       |      |
|---|-------|-------|------|
| 6 | 0.544 | -0.01 | -0.1 |
|---|-------|-------|------|

|   |       |       |
|---|-------|-------|
| 6 | 0.344 | -1.11 |
|---|-------|-------|

|   |       |       |      |
|---|-------|-------|------|
| 6 | 0.544 | -0.01 | -0.1 |
|---|-------|-------|------|

# Ελαχιστοποίηση συνάρτησης (t=1)

| X7 (t=0) |       |       |       | X8 (t=0) |       |       |       | X9 (t=0) |       |       |       | X10 (t=0) |       |       |       |
|----------|-------|-------|-------|----------|-------|-------|-------|----------|-------|-------|-------|-----------|-------|-------|-------|
| 7        | -0.8  | 1.2   | 1.499 | 8        | 1.6   | -0.5  | -0.3  | 9        | -1.3  | -1.3  | -0.44 | 10        | -1    | -0.2  | -0.71 |
| 7        | 0.27  | 0.08  |       | 8        | 0.05  | 0.43  |       | 9        | 0.47  | 0.01  |       | 10        | 0.40  | -0.25 |       |
| 7        | -0.8  | 1.2   | 1.499 | 8        | 1.6   | -0.5  | -0.3  | 9        | -1.3  | -1.3  | -0.44 | 10        | -1    | -0.2  | -0.71 |
| 3        | 0.1   | -1.7  | -0.94 | 3        | 0.1   | -1.7  | -0.94 | 3        | 0.1   | -1.7  | -0.94 | 3         | 0.1   | -1.7  | -0.94 |
| R1       | =     | 0.22  | 0.63  | R1       | =     | 0.17  | 0.22  | R1       | =     | 0.73  | 0.27  | R1        | =     | 0.78  | 0.48  |
| R2       | =     | 0.68  | 0.50  | R2       | =     | 0.51  | 0.18  | R2       | =     | 0.33  | 0.78  | R2        | =     | 0.06  | 0.08  |
| R3       | =     | 0.23  | 0.96  | R3       | =     | 0.51  | 0.38  | R3       | =     | 0.95  | 0.57  | R3        | =     | 0.79  | 0.10  |
| X7 (t=1) |       |       |       | X8 (t=1) |       |       |       | X9 (t=1) |       |       |       | X10 (t=1) |       |       |       |
| 7        | -0.53 | -1.53 | -1.1  | 8        | 0.844 | -0.86 | -2.01 | 9        | 0.373 | -1.53 | -1.3  | 10        | 0.181 | -0.47 | -3.65 |
| 7        | 0.266 | -2.73 |       | 8        | -0.76 | -0.36 |       | 9        | 1.673 | -0.23 |       | 10        | 1.181 | -0.27 |       |
| 7        | -0.53 | -1.53 | -1.1  | 8        | 0.844 | -0.86 | -2.01 | 9        | 0.373 | -1.53 | -1.3  | 10        | 0.181 | -0.47 | -3.65 |



# Ελαχιστοποίηση συνάρτησης (t=1)

$X_i$  : τιμές σωματιδίων

| 1     | 2     | 3     | 4     | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| -0.01 | 0.45  | 0.07  | -1.11 | 0.13 | 0.54  | -0.53 | 0.84  | 0.37  | 0.18  |
| -0.05 | -1.39 | -1.73 | -0.21 | 0.78 | -0.01 | -1.53 | -0.86 | -1.53 | -0.47 |
| -0.51 | -1.66 | -0.87 | -0.58 | 4.17 | -0.10 | -1.10 | -2.01 | -1.30 | -3.65 |

$P_i$  : Καλύτερες θέσεις σωματιδίων

| 1     | 2     | 3     | 4     | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| -0.01 | 0.45  | 0.10  | -1.11 | 1.50 | 0.54  | -0.53 | 0.84  | 0.37  | 0.18  |
| -0.05 | -1.39 | -1.70 | -0.21 | 1.80 | -0.01 | -1.53 | -0.86 | -1.53 | -0.47 |
| -0.51 | -1.66 | -0.94 | -0.58 | 0.07 | -0.10 | -1.10 | -2.01 | -1.30 | -3.65 |

$V_i$  : ταχύτητες σωματιδίων

| 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1.09  | 0.05  | -0.03 | 0.39  | -1.37 | 0.34  | 0.27  | -0.76 | 1.67  | 1.18  |
| -0.45 | -1.29 | -0.03 | -0.31 | -1.02 | -1.11 | -2.73 | -0.36 | -0.23 | -0.27 |

$P_g$  : Καλύτερη τιμή όλων των σωματιδίων

Όταν υπολογιστούν όλες οι νέες θέσεις των σωματιδίων, η καλύτερη θέση του σμήνους είναι -3.65, ενώ η προηγούμενη ήταν -0.94,   
→  $P_g = -3.65$

| 10    |
|-------|
| 0.18  |
| -0.47 |
| -3.65 |

# Ελαχιστοποίηση συνάρτησης (t=2)

| X1 (t=1) |       |       |       | X2 (t=1) |      |       |       |
|----------|-------|-------|-------|----------|------|-------|-------|
| 1        | -0.01 | -0.05 | -0.51 | 2        | 0.45 | -1.39 | -1.66 |
| 1        | 1.09  | -0.45 |       | 2        | 0.05 | -1.29 |       |
| 1        | -0.01 | -0.05 | -0.51 | 2        | 0.45 | -1.39 | -1.66 |
| 5        | 0.18  | -0.47 | -3.65 | 5        | 0.18 | -0.47 | -3.65 |

$$R1 = 0.71 \quad 0.99$$

$$R2 = 0.39 \quad 0.48$$

$$R3 = 0.07 \quad 0.29$$

$$R1 = 0.99 \quad 0.94$$

$$R2 = 0.91 \quad 0.27$$

$$R3 = 0.94 \quad 0.35$$

| new   | X1 (t=2) |      |       |       | X2 (t=2) |       |       |       |
|-------|----------|------|-------|-------|----------|-------|-------|-------|
| $x_i$ | 1        | 0.78 | -0.62 | -2.31 | 2        | 0.25  | -2.27 | -0.12 |
| $v_i$ | 1        | 0.79 | -0.57 |       | 2        | -0.20 | -0.89 |       |
| $p_i$ | 1        | 0.78 | -0.62 | -2.31 | 2        | 0.45  | -1.39 | -1.66 |

$$v_{ij}(t+1) = R_1 v_{ij}(t) + R_2 [P_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + R_3 [P_{gj}(t) - x_{ij}(t)]$$

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + v_{ij}(t+1)$$

π.χ. νέες τιμές σωματιδίου 1 (t=2)

$$v_{ij}(2) = R_1 \cdot v_{ij}(1) + R_2 \cdot [P_{ij}(1) - x_{ij}(1)] + R_3 \cdot [P_{gj}(1) - x_{ij}(1)]$$

$$v_{11}(2) = 0.71 \cdot (1.09) + 0.39 \cdot [-0.01 - (-0.01)] + 0.07 \cdot [-0.01 - (-0.01)] = 0.79$$

$$v_{12}(2) = 0.99 \cdot (-0.45) + 0.48 \cdot [-0.05 - (-0.05)] + 0.29 \cdot [-0.47 - (-0.05)] = -0.57$$

$$x_{11}(2) = x_{11}(1) + v_{11}(2) \rightarrow x_{11}(2) = -0.01 + 0.79 = 0.78$$

$$x_{12}(2) = x_{12}(1) + v_{12}(2) \rightarrow x_{12}(2) = -0.05 + (-0.57) = -0.62$$

$$f(x, y) = 10 \cdot y \cdot e^{(-x^2 - y^2)} \rightarrow f(0.78, -0.62) = -2.31$$

επειδή η νέα θέση (-2.31) είναι καλύτερη από την προηγούμενη (-0.51),  $\rightarrow$   $P_i = -2.31$

# Ελαχιστοποίηση συνάρτησης (t=2)

| X3 (t=1)       |       |       |       | X4 (t=1)       |       |       |       | X5 (t=1)       |       |       |       | X6 (t=1)       |      |       |       |
|----------------|-------|-------|-------|----------------|-------|-------|-------|----------------|-------|-------|-------|----------------|------|-------|-------|
| 3              | 0.07  | -1.73 | -0.87 | 4              | -1.11 | -0.21 | -0.58 | 5              | 0.13  | 0.78  | 4.174 | 6              | 0.54 | -0.01 | -0.1  |
| 3              | -0.03 | -0.03 |       | 4              | 0.39  | -0.31 |       | 5              | -1.37 | -1.02 |       | 6              | 0.34 | -1.11 |       |
| 3              | 0.10  | -1.70 | -0.94 | 4              | -1.11 | -0.21 | -0.58 | 5              | 1.50  | 1.80  | 0.074 | 6              | 0.54 | -0.01 | -0.1  |
| 5              | 0.18  | -0.47 | -3.65 | 5              | 0.18  | -0.47 | -3.65 | 5              | 0.18  | -0.47 | -3.65 | 5              | 0.18 | -0.47 | -3.65 |
| R1 = 0.62 0.43 |       |       |       | R1 = 0.92 0.16 |       |       |       | R1 = 0.44 0.76 |       |       |       | R1 = 0.75 0.90 |      |       |       |
| R2 = 0.6 0.62  |       |       |       | R2 = 0.40 0.71 |       |       |       | R2 = 0.89 0.23 |       |       |       | R2 = 0.82 0.22 |      |       |       |
| R3 = 0.59 0.53 |       |       |       | R3 = 0.06 0.71 |       |       |       | R3 = 0.63 0.27 |       |       |       | R3 = 0.68 0.81 |      |       |       |
| X3 (t=2)       |       |       |       | X4 (t=2)       |       |       |       | X5 (t=2)       |       |       |       | X6 (t=2)       |      |       |       |
| 3              | 0.13  | -1.06 | -3.4  | 4              | -0.67 | -0.44 | -2.32 | 5              | 0.78  | -0.10 | -0.53 | 6              | 0.55 | -1.39 | -1.49 |
| 3              | 0.07  | 0.67  |       | 4              | 0.44  | -0.24 |       | 5              | 0.65  | -0.88 |       | 6              | 0.01 | -1.37 |       |
| 3              | 0.13  | -1.06 | -3.4  | 4              | -0.67 | -0.44 | -2.32 | 5              | 0.78  | -0.10 | -0.53 | 6              | 0.55 | -1.39 | -1.49 |

# Ελαχιστοποίηση συνάρτησης (t=2)

X7 (t=1)

|   |       |       |      |
|---|-------|-------|------|
| 7 | -0.53 | -1.53 | -1.1 |
|---|-------|-------|------|

|   |      |       |  |
|---|------|-------|--|
| 7 | 0.27 | -2.73 |  |
|---|------|-------|--|

|   |       |       |      |
|---|-------|-------|------|
| 7 | -0.53 | -1.53 | -1.1 |
|---|-------|-------|------|

|   |      |       |       |
|---|------|-------|-------|
| 5 | 0.18 | -0.47 | -3.65 |
|---|------|-------|-------|

R1 = 0.96 0.06

R2 = 0.00 0.83

R3 = 0.10 0.52

X8 (t=1)

|   |      |       |       |
|---|------|-------|-------|
| 8 | 0.84 | -0.86 | -2.01 |
|---|------|-------|-------|

|   |       |       |  |
|---|-------|-------|--|
| 8 | -0.76 | -0.36 |  |
|---|-------|-------|--|

|   |      |       |       |
|---|------|-------|-------|
| 8 | 0.84 | -0.86 | -2.01 |
|---|------|-------|-------|

|   |      |       |       |
|---|------|-------|-------|
| 5 | 0.18 | -0.47 | -3.65 |
|---|------|-------|-------|

R1 = 0.92 0.66

R2 = 0.05 0.76

R3 = 0.20 0.22

X9 (t=1)

|   |      |       |      |
|---|------|-------|------|
| 9 | 0.37 | -1.53 | -1.3 |
|---|------|-------|------|

|   |      |       |  |
|---|------|-------|--|
| 9 | 1.67 | -0.23 |  |
|---|------|-------|--|

|   |      |       |      |
|---|------|-------|------|
| 9 | 0.37 | -1.53 | -1.3 |
|---|------|-------|------|

|   |      |       |       |
|---|------|-------|-------|
| 5 | 0.18 | -0.47 | -3.65 |
|---|------|-------|-------|

R1 = 0.06 1.00

R2 = 0.17 0.30

R3 = 0.49 0.33

X10 (t=1)

|    |      |       |       |
|----|------|-------|-------|
| 10 | 0.18 | -0.47 | -3.65 |
|----|------|-------|-------|

|    |      |       |  |
|----|------|-------|--|
| 10 | 1.18 | -0.27 |  |
|----|------|-------|--|

|    |      |       |       |
|----|------|-------|-------|
| 10 | 0.18 | -0.47 | -3.65 |
|----|------|-------|-------|

|   |      |       |       |
|---|------|-------|-------|
| 5 | 0.18 | -0.47 | -3.65 |
|---|------|-------|-------|

R1 = 0.98 0.01

R2 = 0.05 0.17

R3 = 0.47 0.85

X7 (t=2)

|   |       |       |       |
|---|-------|-------|-------|
| 7 | -0.21 | -1.14 | -2.96 |
|---|-------|-------|-------|

|   |      |      |  |
|---|------|------|--|
| 7 | 0.33 | 0.39 |  |
|---|------|------|--|

|   |       |       |       |
|---|-------|-------|-------|
| 7 | -0.21 | -1.14 | -2.96 |
|---|-------|-------|-------|

X8 (t=2)

|   |      |       |       |
|---|------|-------|-------|
| 8 | 0.02 | -1.01 | -3.63 |
|---|------|-------|-------|

|   |       |       |  |
|---|-------|-------|--|
| 8 | -0.83 | -0.15 |  |
|---|-------|-------|--|

|   |      |       |       |
|---|------|-------|-------|
| 8 | 0.02 | -1.01 | -3.63 |
|---|------|-------|-------|

X9 (t=2)

|   |      |       |      |
|---|------|-------|------|
| 9 | 0.38 | -1.40 | -1.7 |
|---|------|-------|------|

|   |      |      |  |
|---|------|------|--|
| 9 | 0.01 | 0.12 |  |
|---|------|------|--|

|   |      |       |      |
|---|------|-------|------|
| 9 | 0.38 | -1.40 | -1.7 |
|---|------|-------|------|

X10 (t=2)

|    |      |       |       |
|----|------|-------|-------|
| 10 | 1.34 | -0.47 | -0.63 |
|----|------|-------|-------|

|    |      |      |  |
|----|------|------|--|
| 10 | 1.16 | 0.00 |  |
|----|------|------|--|

|    |      |       |       |
|----|------|-------|-------|
| 10 | 0.18 | -0.47 | -3.65 |
|----|------|-------|-------|

# Ελαχιστοποίηση συνάρτησης (t=2)

$X_i$  : τιμές σωματιδίων

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.78  | 0.25  | 0.13  | -0.67 | 0.78  | 0.55  | -0.21 | 0.02  | 0.38  | 1.34  |
| -0.62 | -2.27 | -1.06 | -0.44 | -0.10 | -1.39 | -1.14 | -1.01 | -1.40 | -0.47 |

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| -2.31 | -0.12 | -3.40 | -2.32 | -0.53 | -1.49 | -2.96 | -3.63 | -1.70 | -0.63 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|

$P_i$  : Καλύτερες θέσεις σωματιδίων

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.78  | 0.45  | 0.13  | -0.67 | 0.78  | 0.55  | -0.21 | 0.02  | 0.38  | 0.18  |
| -0.62 | -1.39 | -1.06 | -0.44 | -0.10 | -1.39 | -1.14 | -1.01 | -1.40 | -0.47 |

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| -2.31 | -1.66 | -3.40 | -2.32 | -0.53 | -1.49 | -2.96 | -3.63 | -1.70 | -3.65 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|

$V_i$  : ταχύτητες σωματιδίων

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

|       |       |      |       |       |       |      |       |      |      |
|-------|-------|------|-------|-------|-------|------|-------|------|------|
| 0.79  | -0.2  | 0.07 | 0.44  | 0.65  | 0.01  | 0.33 | -0.83 | 0.01 | 1.16 |
| -0.57 | -0.89 | 0.67 | -0.24 | -0.88 | -1.37 | 0.39 | -0.15 | 0.12 | -0   |

$P_g$  : Καλύτερη τιμή όλων των σωματιδίων

| 10 |
|----|
|----|

|       |
|-------|
| 0.18  |
| -0.47 |

|       |
|-------|
| -3.65 |
|-------|

Όταν υπολογιστούν όλες οι νέες θέσεις των σωματιδίων, η καλύτερη θέση του σμήνους παραμένει ως είχε,

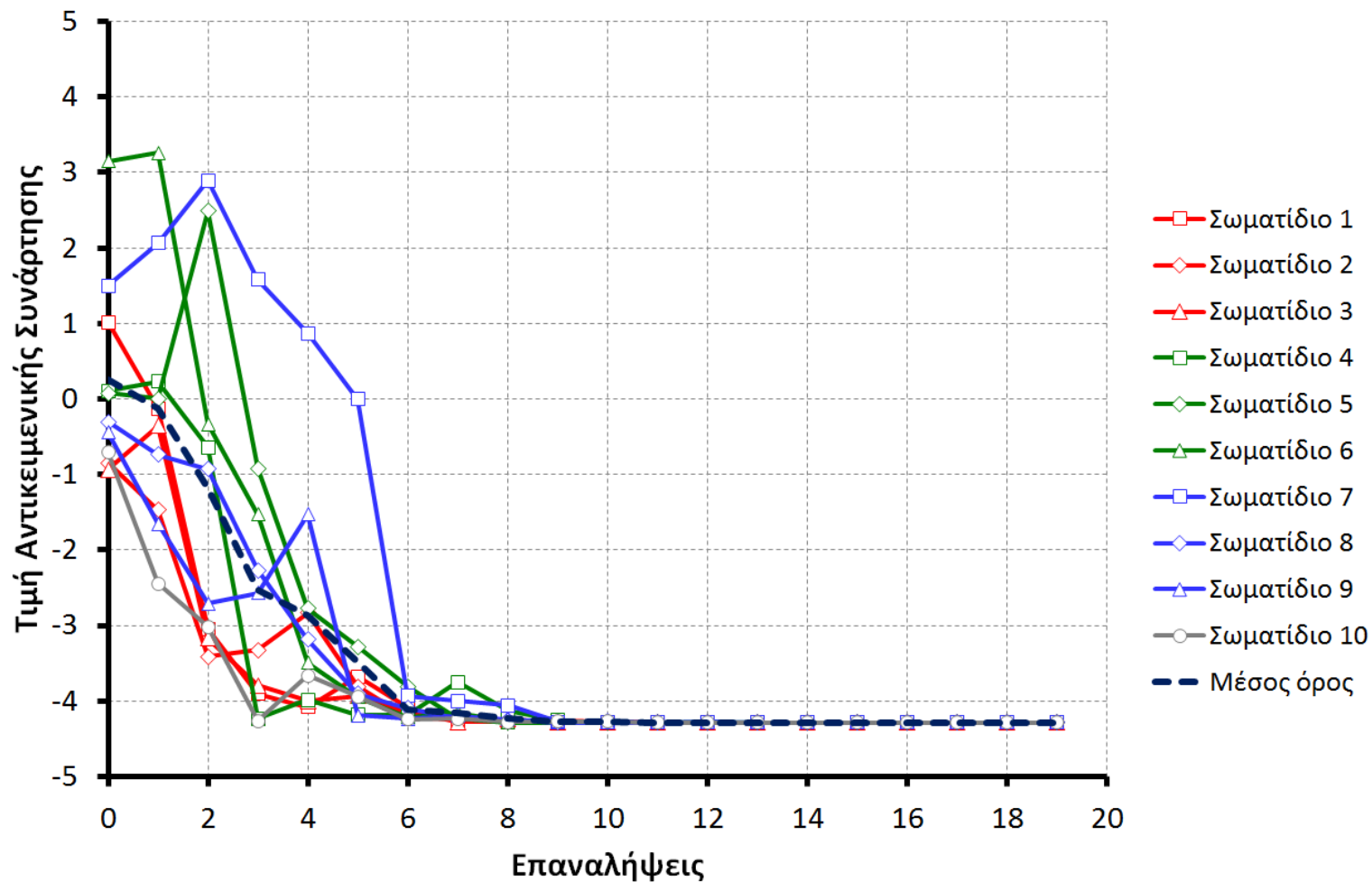
→  $P_g = -3.65$



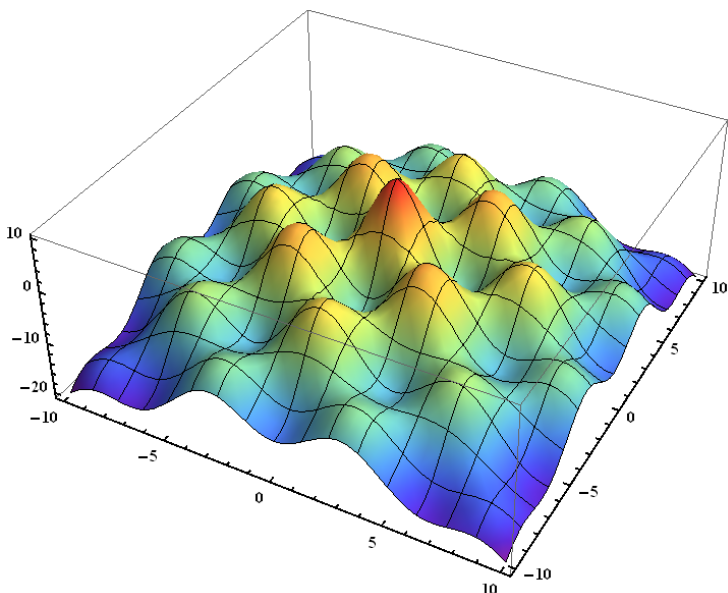
# Ελαχιστοποίηση συνάρτησης

$$f(x,y)=10 \cdot y \cdot e^{(-x^2-y^2)} \quad -2 \leq x,y \leq 2$$

$$\min f(0, -0.71) = -4.29$$

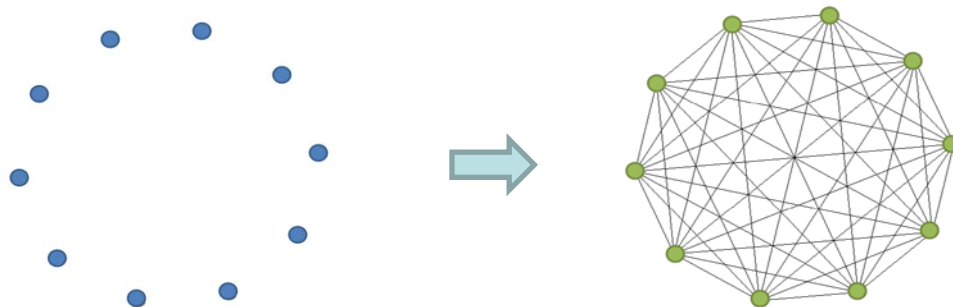


# Παράδειγμα 2: Μεγιστοποίηση συνάρτησης



$$\max f(x, y) = -\frac{1}{9} \cdot (x^2 + y^2) + 10 \cdot \cos(x) \cdot \cos(y) \cdot e^{-\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{10}}$$
$$-5 \leq x, y \leq 5$$

Για την επίλυση χρησιμοποιείται σμήνος αποτελούμενο από 10 σωματίδια ενώ η κοινωνικότητα (γειτνίαση) κάθε σωματιδίου λαμβάνεται προς όλα τα υπόλοιπα (όλα τα σωματίδια γνωρίζουν σε κάθε κύκλο ποιο σωματίδιο είναι στην καλύτερη θέση).



# Μεγιστοποίηση συνάρτησης ( $t=0$ )

$X_i$  : Αρχικές τυχαίες τιμές σωματιδίων

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

|      |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 8,91 | -8,67 | -5,65 | 3,2   | -3,32 | -5,13 | 8,15  | -6,47 | -4,54 | -5,76 |
| 7,97 | 5,26  | -8,32 | -3,66 | -5,62 | -7,05 | -7,08 | 4,72  | -2,05 | 1,1   |

|       |       |       |     |      |      |       |      |      |      |
|-------|-------|-------|-----|------|------|-------|------|------|------|
| -15,6 | -12,8 | -12,6 | 2,7 | -8,8 | -7,2 | -13,6 | -7,1 | -2,3 | -1,6 |
|-------|-------|-------|-----|------|------|-------|------|------|------|

$P_i$  : Καλύτερες θέσεις σωματιδίων

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

|      |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 8,91 | -8,67 | -5,65 | 3,2   | -3,32 | -5,13 | 8,15  | -6,47 | -4,54 | -5,76 |
| 7,97 | 5,26  | -8,32 | -3,66 | -5,62 | -7,05 | -7,08 | 4,72  | -2,05 | 1,1   |

|       |       |       |     |      |      |       |      |      |      |
|-------|-------|-------|-----|------|------|-------|------|------|------|
| -15,6 | -12,8 | -12,6 | 2,7 | -8,8 | -7,2 | -13,6 | -7,1 | -2,3 | -1,6 |
|-------|-------|-------|-----|------|------|-------|------|------|------|

$V_i$  : Αρχικές τυχαίες ταχύτητες σωματιδίων

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

|      |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 3,12 | -4,77 | -4,46 | 2,14  | -2,39 | -1,44 | 6,44  | -1,23 | -2,04 | -3,46 |
| 1,04 | 2,52  | -4,08 | -2,45 | -2,02 | -3,24 | -1,06 | 0,94  | -1,64 | 0,10  |

$P_g$  : Καλύτερη τιμή όλων των σωματιδίων

|   |
|---|
| 4 |
|---|

|       |
|-------|
| 3,2   |
| -3,66 |

|     |
|-----|
| 2,7 |
|-----|

# Μεγιστοποίηση συνάρτησης (t=10)

$X_i$  : τιμές σωματιδίων

| 1    | 2     | 3     | 4     | 5    | 6     | 7    | 8     | 9     | 10    |
|------|-------|-------|-------|------|-------|------|-------|-------|-------|
| 0,84 | -1,26 | -1,66 | 0,41  | 0,58 | -1,06 | -0,8 | -0,06 | -0,98 | -2,53 |
| 0,18 | 1,82  | -1,22 | -0,44 | 0,2  | -1,31 | 0,89 | 4,95  | -4,01 | 1,27  |
| 6,0  | -1,1  | -0,7  | 7,8   | 7,7  | 0,8   | 3,7  | -1,3  | -4,3  | -2,7  |

$P_i$  : Καλύτερες θέσεις σωματιδίων

| 1    | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0,25 | -2,69 | -2,74 | -3,04 | -0,45 | -2,32 | -2,63 | -3,44 | -3,3  | -3,66 |
| 0,04 | 2,24  | -2,94 | -2,48 | 0,37  | -2,99 | 2,97  | 3,17  | -2,96 | -3,36 |
| 9,4  | 2,6   | 4,2   | 3,6   | 7,9   | 3,0   | 4,0   | 3,6   | 4,0   | 2,4   |

$V_i$  : ταχύτητες σωματιδίων

| 1    | 2    | 3     | 4    | 5     | 6    | 7     | 8     | 9     | 10    |
|------|------|-------|------|-------|------|-------|-------|-------|-------|
| 0,59 | 0,93 | -0,96 | 2,63 | 1,05  | 0,51 | 0,53  | 3,27  | 1,03  | 0,72  |
| 0,14 | 0,12 | 1,31  | 1,28 | -0,58 | 0,26 | -2,55 | -0,53 | -5,70 | -0,49 |

$P_g$  : Καλύτερη τιμή όλων των σωματιδίων

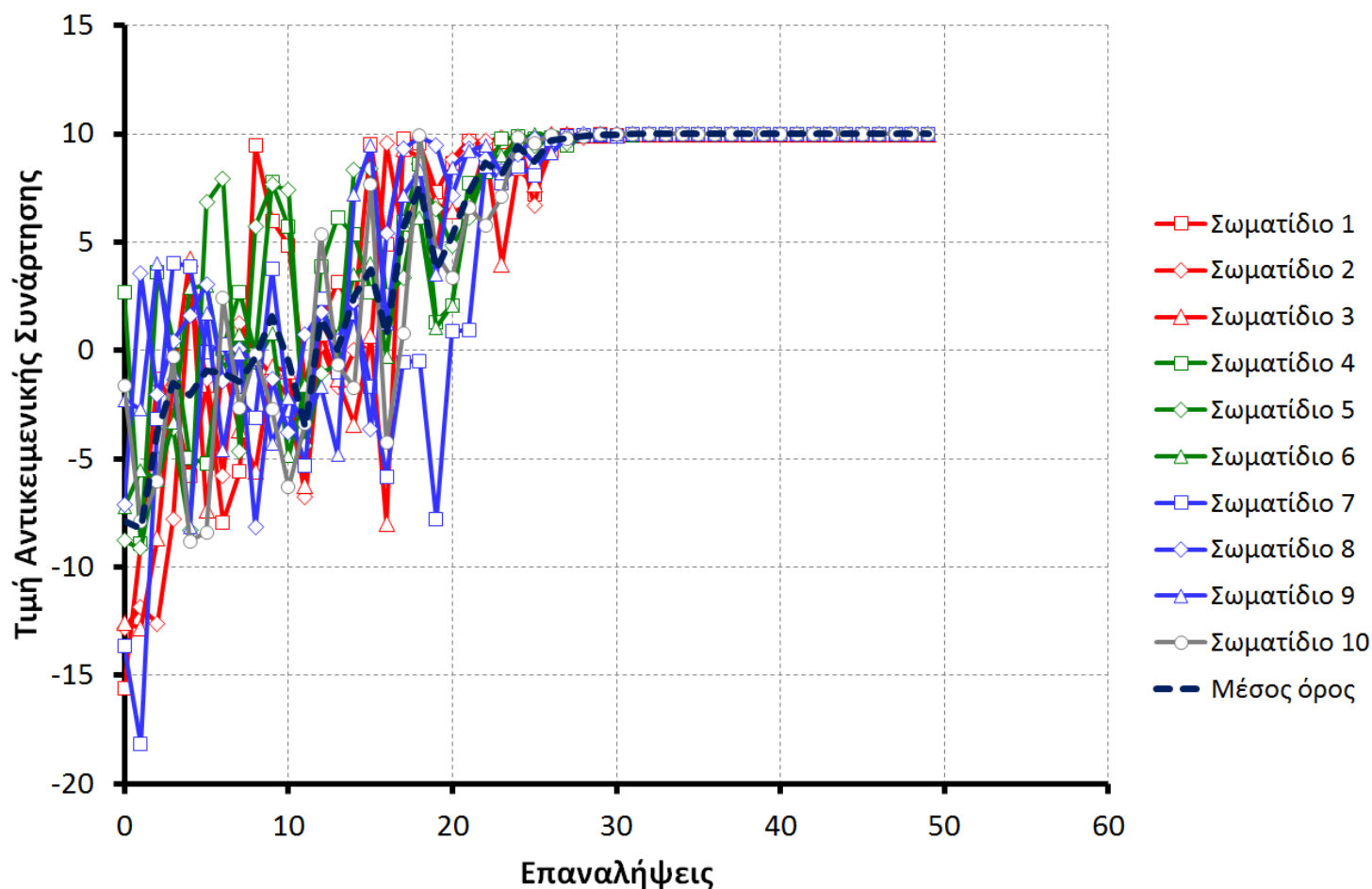
|   |
|---|
| 1 |
|---|

|      |
|------|
| 0,25 |
| 0,04 |

|      |
|------|
| 9,44 |
|------|

# Μεγιστοποίηση συνάρτησης

$$f(x, y) = -\frac{1}{9} \cdot (x^2 + y^2) + 10 \cdot \cos(x) \cdot \cos(y) \cdot e^{-\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{10}} \quad -5 \leq x, y \leq 5$$
$$\max f(0,0) = 10$$



# Παράδειγμα 3: Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή

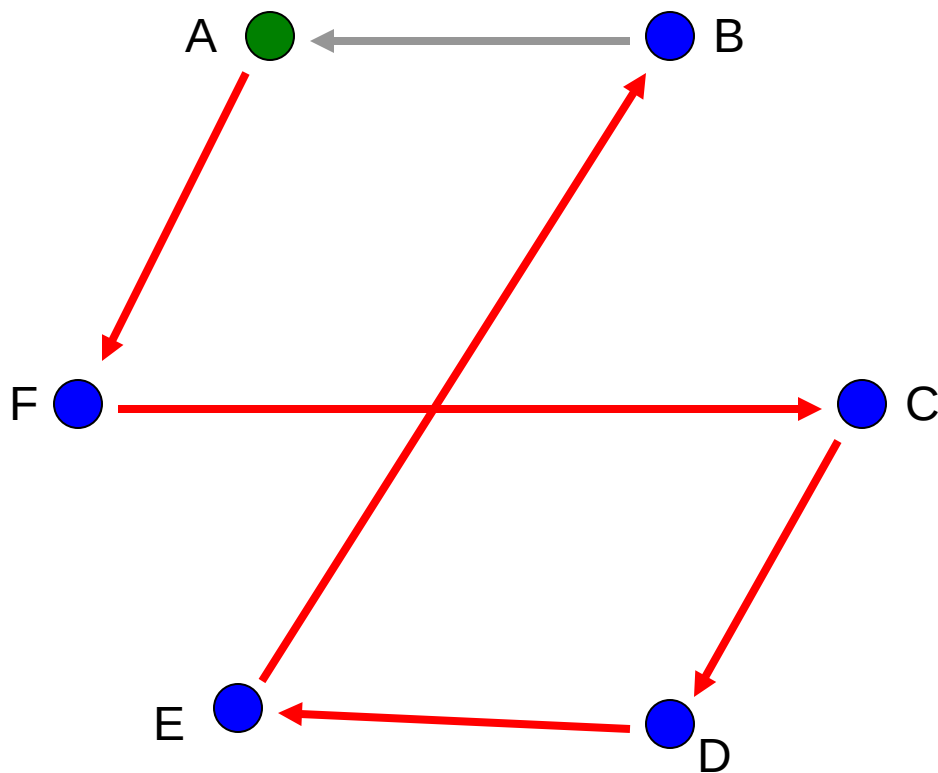


Ο πλανόδιος πωλητής πρέπει να περάσει από όλες τις πόλεις του προβλήματος διανύοντας τη μικρότερη δυνατή απόσταση (ή με το μικρότερο δυνατό κόστος) ξεκινώντας και καταλήγοντας στο ίδιο σημείο.



# Παράδειγμα TSP

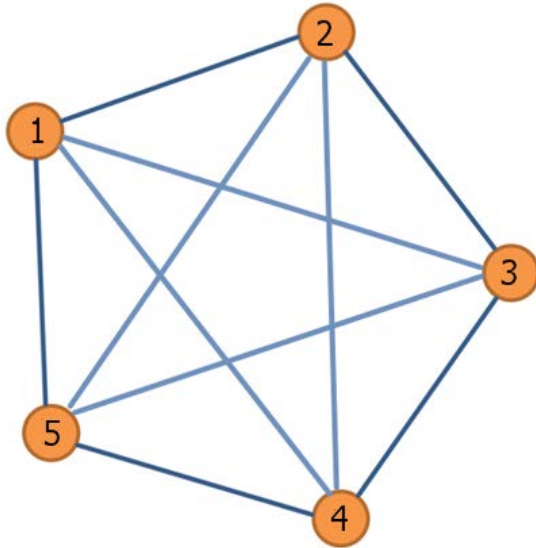
Μια αρχική (τυχαία) διαδρομή



|   | A   | B   | C   | D   | E   | F   |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| A | 0   | 150 | 190 | 200 | 160 | 60  |
| B | 150 | 0   | 150 | 60  | 160 | 180 |
| C | 190 | 150 | 0   | 140 | 90  | 190 |
| D | 200 | 60  | 140 | 0   | 110 | 80  |
| E | 160 | 160 | 90  | 110 | 0   | 110 |
| F | 60  | 180 | 190 | 80  | 110 | 0   |

|    |     |     |     |     |     |     |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 60 | 190 | 140 | 110 | 160 | 150 | 810 |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|

# Σμήνος σωματιδίων



Για την επίλυση χρησιμοποιείται σμήνος αποτελούμενο από 5 σωματίδια ενώ η κοινωνικότητα (γειτνίαση) κάθε σωματιδίου λαμβάνεται προς όλα τα υπόλοιπα (όλα τα σωματίδια σε κάθε κύκλο γνωρίζουν ποιο σωματίδιο είναι στην καλύτερη θέση).

| 1   | 2   | 3   | 4   | 5   |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 6   | 3   | 2   | 4   | 3   |
| 3   | 5   | 3   | 2   | 6   |
| 4   | 4   | 5   | 3   | 2   |
| 5   | 6   | 6   | 6   | 4   |
| 2   | 2   | 4   | 5   | 5   |
| 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
| 810 | 800 | 780 | 870 | 890 |

1 : Πόλη A, 2 : Πόλη B, 3 : Πόλη C,  
4 : Πόλη D, 5 : Πόλη E, 6 : Πόλη F

# Αρχικός πληθυσμός (t=0)

A) Σωματίδια σμήνους  
(λύσεις)

| 1   | 2   | 3   | 4   | 5   |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 6   | 3   | 2   | 4   | 3   |
| 3   | 5   | 3   | 2   | 6   |
| 4   | 4   | 5   | 3   | 2   |
| 5   | 6   | 6   | 6   | 4   |
| 2   | 2   | 4   | 5   | 5   |
| 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
| 810 | 800 | 780 | 870 | 890 |

B) Καλύτερες λύσεις  
σωματιδίων

| 1   | 2   | 3   | 4   | 5   |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 6   | 3   | 2   | 4   | 3   |
| 3   | 5   | 3   | 2   | 6   |
| 4   | 4   | 5   | 3   | 2   |
| 5   | 6   | 6   | 6   | 4   |
| 2   | 2   | 4   | 5   | 5   |
| 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
| 810 | 800 | 780 | 870 | 890 |

Γ) Καλύτερο  
σωματίδιο

| 3   |
|-----|
| 2   |
| 3   |
| 5   |
| 6   |
| 4   |
| 1   |
| 780 |

Δ) Ταχύτητα σωματιδίων

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 2 | 3 | 2 | 3 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 6 |

Για το συγκεκριμένο πρόβλημα, ως ταχύτητα των σωματιδίων επιλέγεται η αμοιβαία αλλαγή των πόλεων (αρχικά επιλέγεται να γίνει μια αλλαγή σε κάθε σωματίδιο)

# Πρώτη επανάληψη (t=1)

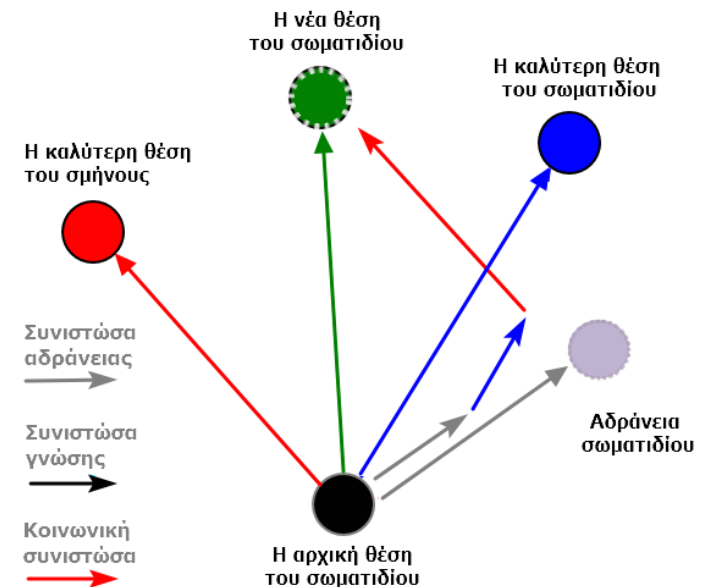
- A) Σωματίδιο σμήνους
- B) Καλύτερη λύση σωματιδίου
- Γ) Καλύτερο σωματίδιο σμήνους
- Δ) Ταχύτητα σωματιδίου

| $X_i$ | $P_i$ | $P_g$ | $V_i$ |
|-------|-------|-------|-------|
| 6     | 6     | 2     | 3 5   |
| 3     | 3     | 3     |       |
| 4     | 4     | 5     |       |
| 5     | 5     | 6     |       |
| 2     | 2     | 4     |       |
| 1     | 1     | 1     |       |
| 810   | 810   | 780   |       |

$$v_i(t+1) = \text{Αδράνεια} + \text{Γνώση} + \text{Κοινωνικότητα}$$

$$v_i(t+1) = R_1 v_i(t) + R_2 [P_i(t) - x_i(t)] + R_3 [P_g(t) - x_i(t)]$$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1)$$



# Πρώτη επανάληψη (t=1, σωματίδιο 1)

| Xi  | Pi  | Pg  | Vi  |
|-----|-----|-----|-----|
| 6   | 6   | 2   | 3 5 |
| 3   | 3   | 3   |     |
| 4   | 4   | 5   |     |
| 5   | 5   | 6   |     |
| 2   | 2   | 4   |     |
| 1   | 1   | 1   |     |
| 810 | 810 | 780 |     |

$$v_i(t+1) = R_1 v_i(t) + R_2 [P_i(t) - x_i(t)] + R_3 [P_g(t) - x_i(t)]$$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1)$$

## A) Υπολογισμός ταχύτητας $v_1(1)$

$v_1(0) = \{(3, 5)\}$  (τυχαία, αμοιβαία αλλαγή πόλεων 3 και 5)

$P_1(0) = \{6, 3, 4, 5, 2, 1\}$

$P_g(0) = \{2, 3, 5, 6, 4, 1\}$

$R_1 = 0.5$

$R_2 = 0.4$

$R_3 = 0.8$

$x_1(0) = \{6, 3, 4, 5, 2, 1\} \rightarrow 810$

| Xi | Pg | 6--2 | 4--5 | 4--6 |
|----|----|------|------|------|
| 6  | 2  | 2    | 2    | 2    |
| 3  | 3  | 3    | 3    | 3    |
| 4  | 5  | 4    | 5    | 5    |
| 5  | 6  | 5    | 4    | 6    |
| 2  | 4  | 6    | 6    | 4    |
| 1  | 1  | 1    | 1    | 1    |

✓  $V_1(0) = \{(3, 5)\}$

✓  $P_i(0) - x_i(0) = \{0\}$

✓  $P_g(0) - x_i(0) = \{(6, 2), (4, 5), (4, 6)\}$

Η διαφορές εκφράζουν το πλήθος των αμοιβαίων αλλαγών πόλεων που πρέπει να γίνουν στο Xi έστω να γίνει Pi ή Pg

# Πρώτη επανάληψη (t=1, σωματίδιο 1)

| $X_i$ | $P_i$ | $P_g$ | $V_i$ |
|-------|-------|-------|-------|
| 6     | 6     | 2     | 3 5   |
| 3     | 3     | 3     |       |
| 4     | 4     | 5     |       |
| 5     | 5     | 6     |       |
| 2     | 2     | 4     |       |
| 1     | 1     | 1     |       |
| 810   | 810   | 780   |       |

$$v_i(t+1) = R_1 v_i(t) + R_2 [P_i(t) - x_i(t)] + R_3 [P_g(t) - x_i(t)]$$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1)$$

## A) Υπολογισμός ταχύτητας $v_1(1)$

$$v_1(0) = \{(3, 5)\}$$

$$P_1(0) = \{6, 3, 4, 5, 2, 1\}$$

$$P_g(0) = \{2, 3, 5, 6, 4, 1\}$$

$$R_1 = 0.5$$

$$R_2 = 0.4$$

$$R_3 = 0.8$$

$$x_1(0) = \{6, 3, 4, 5, 2, 1\} \rightarrow 810$$

$$\checkmark V_1(1) = 0.5\{(3,5)\} + 0.4\{0\} + 0.8\{(6,2), (4,5), (4,6)\}$$

$$\checkmark V_1(1) = 0.5\{1 \text{ αλλαγές}\} + 0.4\{0 \text{ αλλαγές}\} + 0.8\{3 \text{ αλλαγές}\}$$

$$\checkmark V_1(1) = (1 \text{ αλλαγή}) + (0 \text{ αλλαγές}) + (2 \text{ αλλαγές})$$

$$\checkmark V_1(1) = (3,5) + (0) + \{(6,2), (4,5)\}$$

$$\checkmark V_1(1) = \{(3,5), (6,2), (4,5)\}$$

(τελικές αλλαγές που θα γίνουν)



# Πρώτη επανάληψη (t=1, σωματίδιο 1)

| $X_i$ | $P_i$ | $P_g$ | $V_i$ |
|-------|-------|-------|-------|
| 6     | 6     | 2     | 3 5   |
| 3     | 3     | 3     |       |
| 4     | 4     | 5     |       |
| 5     | 5     | 6     |       |
| 2     | 2     | 4     |       |
| 1     | 1     | 1     |       |
| 810   | 810   | 780   |       |

| $X$ | 3--5 | 6--2 | 4--5 |
|-----|------|------|------|
| 6   | 6    | 2    | 2    |
| 3   | 5    | 5    | 4    |
| 4   | 4    | 4    | 5    |
| 5   | 3    | 3    | 3    |
| 2   | 2    | 6    | 6    |
| 1   | 1    | 1    | 1    |
| 810 |      |      | 660  |

$$v_i(t+1) = R_1 v_i(t) + R_2 [P_i(t) - x_i(t)] + R_3 [P_g(t) - x_i(t)]$$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1)$$

## A) Υπολογισμός ταχύτητας $v_1(1)$

$$v_1(0) = \{(3, 5)\}$$

$$P_1(0) = \{6, 3, 4, 5, 2, 1\}$$

$$P_g(0) = \{2, 3, 5, 6, 4, 1\}$$

$$R_1 = 0.5$$

$$R_2 = 0.4$$

$$R_3 = 0.8$$

$$x_1(0) = \{6, 3, 4, 5, 2, 1\} \rightarrow 810$$

$$\checkmark V_1(1) = \{(3,5), (6,2), (4,5)\} \leftarrow \text{αλλαγές πόλεων}$$

$$\checkmark X_1(0) = \{6, 3, 4, 5, 2, 1\}$$

$$\checkmark X_1(1) = \{6, 3, 4, 5, 2, 1\} + \{(3,5), (6,2), (4,5)\}$$

$$\checkmark X_1(1) = \{2, 4, 5, 3, 6, 1\} \rightarrow D = 660 \text{ (απόσταση)}$$

# Πρώτη επανάληψη (t=1, σωματίδιο 1)

| $X_i$ | $P_i$ | $P_g$ | $V_i$ |
|-------|-------|-------|-------|
| 6     | 6     | 2     | 3 5   |
| 3     | 3     | 3     |       |
| 4     | 4     | 5     |       |
| 5     | 5     | 6     |       |
| 2     | 2     | 4     |       |
| 1     | 1     | 1     |       |
| 810   | 810   | 780   | t=0   |

| $X_i$ | $P_i$ | $V_i$ |
|-------|-------|-------|
| 2     | 2     | 3 5   |
| 4     | 4     | 6 2   |
| 5     | 5     | 4 5   |
| 3     | 3     |       |
| 6     | 6     |       |
| 1     | 1     |       |
| 660   | 660   | t=1   |

$$v_i(t+1) = R_1 v_i(t) + R_2 [P_i(t) - x_i(t)] + R_3 [P_g(t) - x_i(t)]$$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1)$$

A) Υπολογισμός ταχύτητας  $v_1(1)$

$$v_1(0) = \{(3, 5)\}$$

$$P_1(0) = \{6, 3, 4, 5, 2, 1\}$$

$$P_g(0) = \{2, 3, 5, 6, 4, 1\}$$

$$R_1 = 0.5$$

$$R_2 = 0.4$$

$$R_3 = 0.8$$

$$x_1(0) = \{6, 3, 4, 5, 2, 1\} \rightarrow 810$$

$$V_1(1) = 0.5\{(3,5)\} + 0.4\{0\} + 0.8\{(6,2), (4,5), (4,6)\} =$$

$$V_1(1) = \{(3,5), (6,2), (4,5)\}$$

$$X_1(1) = \{2, 4, 5, 3, 6, 1\} \rightarrow D = 660$$

# Πρώτη επανάληψη (t=1, σωματίδιο 2)

| $X_i$ | $P_i$ | $P_g$ | $V_i$ |
|-------|-------|-------|-------|
| 3     | 3     | 2     | 2 5   |
| 5     | 5     | 3     |       |
| 4     | 4     | 5     |       |
| 6     | 6     | 6     |       |
| 2     | 2     | 4     |       |
| 1     | 1     | 1     |       |
| 800   | 800   | 780   | t=0   |

$$v_i(t+1) = R_1 v_i(t) + R_2 [P_i(t) - x_i(t)] + R_3 [P_g(t) - x_i(t)]$$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1)$$

## A) Υπολογισμός ταχύτητας $v_2(1)$

$$v_2(0) = \{(2, 5)\}$$

$$P_2(0) = \{3, 5, 4, 6, 2, 1\}$$

$$P_g(0) = \{2, 3, 5, 6, 4, 1\}$$

$$R_1 = 0.7$$

$$R_2 = 0.3$$

$$R_3 = 0.5$$

$$x_2(0) = \{3, 5, 4, 6, 2, 1\} \rightarrow 800$$

$$V_2(1) = 0.7\{(2,5)\} + 0.3\{0\} + 0.5\{(3,2), (5,3), (4,5)\} =$$

$$V_2(1) = \{(2,5), (3,2), (5,3)\}$$

$$X_2(1) = \{2, 5, 4, 6, 3, 1\} \rightarrow D = 880$$

| $X_i$ | $P_i$ | $V_i$ |
|-------|-------|-------|
| 2     | 3     | 2 5   |
| 5     | 5     | 3 2   |
| 4     | 4     | 5 3   |
| 6     | 6     |       |
| 3     | 2     |       |
| 1     | 1     |       |
| 880   | 800   | t=1   |

# Πρώτη επανάληψη (t=1, σωματίδιο 3)

| $x_i$ | $P_i$ | $P_g$ | $V_i$      |
|-------|-------|-------|------------|
| 2     | 2     | 2     | 3 5        |
| 3     | 3     | 3     |            |
| 5     | 5     | 5     |            |
| 6     | 6     | 6     |            |
| 4     | 4     | 4     |            |
| 1     | 1     | 1     |            |
| 780   | 780   | 780   | <b>t=0</b> |

$$v_i(t+1) = R_1 v_i(t) + R_2 [P_i(t) - x_i(t)] + R_3 [P_g(t) - x_i(t)]$$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1)$$

## A) Υπολογισμός ταχύτητας, $v_3(1)$

$$v_3(0) = \{(3, 5)\}$$

$$P_3(0) = \{2, 3, 5, 6, 4, 1\}$$

$$P_g(0) = \{2, 3, 5, 6, 4, 1\}$$

$$R_1 = 0.6$$

$$R_2 = 0.9$$

$$R_3 = 0.7$$

$$x_3(0) = \{2, 3, 5, 6, 4, 1\} \rightarrow 780$$

$$V_3(1) = 0.6\{(3,5)\} + 0.3\{0\} + 0.9\{0\} =$$

$$V_3(1) = \{(3,5)\}$$

$$X_3(1) = \{2, 5, 3, 6, 4, 1\} \rightarrow D = 870$$

| $x_i$ | $P_i$ | $V_i$      |
|-------|-------|------------|
| 2     | 2     | 3 5        |
| 5     | 5     |            |
| 3     | 3     |            |
| 6     | 6     |            |
| 4     | 4     |            |
| 1     | 1     |            |
| 870   | 780   | <b>t=1</b> |

# Πρώτη επανάληψη (t=1, σωματίδιο 4)

| $X_i$ | $P_i$ | $P_g$ | $V_i$ |
|-------|-------|-------|-------|
| 4     | 4     | 2     | 2 5   |
| 2     | 2     | 3     |       |
| 3     | 3     | 5     |       |
| 6     | 6     | 6     |       |
| 5     | 5     | 4     |       |
| 1     | 1     | 1     |       |
| 870   | 870   | 780   | t=0   |

$$v_i(t+1) = R_1 v_i(t) + R_2 [P_i(t) - x_i(t)] + R_3 [P_g(t) - x_i(t)]$$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1)$$

## A) Υπολογισμός ταχύτητας, $v_4(1)$

$$v_4(0) = \{(2, 5)\}$$

$$P_4(0) = \{4, 2, 3, 6, 5, 1\}$$

$$P_g(0) = \{2, 3, 5, 6, 4, 1\}$$

$$R_1 = 0.7$$

$$R_2 = 0.9$$

$$R_3 = 0.1$$

$$x_4(0) = \{4, 2, 3, 6, 5, 1\} \rightarrow 870$$

$$V_4(1) = 0.7\{(2,5)\} + 0.9\{0\} + 0.1\{(4,2), (4,3), (4,5)\} =$$

$$V_4(1) = \{(2,5)\}$$

$$X_4(1) = \{4, 5, 3, 6, 2, 1\} \rightarrow D = 920$$

| $X_i$ | $P_i$ | $V_i$ |
|-------|-------|-------|
| 4     | 4     | 2 5   |
| 5     | 2     |       |
| 3     | 3     |       |
| 6     | 6     |       |
| 2     | 5     |       |
| 1     | 1     |       |
| 920   | 870   | t=1   |

# Πρώτη επανάληψη (t=1, σωματίδιο 5)

| $X_i$ | $P_i$ | $P_g$ | $V_i$ |
|-------|-------|-------|-------|
| 3     | 3     | 2     | 3   6 |
| 6     | 6     | 3     |       |
| 2     | 2     | 5     |       |
| 4     | 4     | 6     |       |
| 5     | 5     | 4     |       |
| 1     | 1     | 1     |       |
| 890   | 890   | 780   | t=0   |

| $X_i$ | $P_i$ | $V_i$ |
|-------|-------|-------|
| 6     | 6     | 3   6 |
| 3     | 3     |       |
| 2     | 2     |       |
| 4     | 4     |       |
| 5     | 5     |       |
| 1     | 1     |       |
| 730   | 730   | t=1   |

$$v_i(t+1) = R_1 v_i(t) + R_2 [P_i(t) - x_i(t)] + R_3 [P_g(t) - x_i(t)]$$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1)$$

A) Υπολογισμός ταχύτητας,  $v_5(1)$

$$v_5(0) = \{(3, 6)\} \quad (2 \text{ έως } 6)$$

$$P_5(0) = \{3, 6, 2, 4, 5, 1\}$$

$$P_g(0) = \{2, 3, 5, 6, 4, 1\}$$

$$R_1 = 0.6$$

$$R_2 = 0.8$$

$$R_3 = 0.1$$

$$x_5(0) = \{3, 6, 2, 4, 5, 1\} \rightarrow 890$$

$$V_5(1) = 0.6\{(3, 6)\} + 0.8\{0\} + 0.1\{(3, 2), (6, 3), (4, 5), (6, 4)\} =$$

$$V_5(1) = \{(3, 6)\}$$

$$X_5(1) = \{6, 3, 2, 4, 5, 1\} \rightarrow D = 730$$

# Σμήνος (t=1)

## A) Σωματίδια σμήνους (λύσεις)

| 1   | 2   | 3   | 4   | 5   |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 2   | 2   | 2   | 4   | 6   |
| 4   | 5   | 5   | 5   | 3   |
| 5   | 4   | 3   | 3   | 2   |
| 3   | 6   | 6   | 6   | 4   |
| 6   | 3   | 4   | 2   | 5   |
| 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
| 660 | 880 | 870 | 870 | 920 |

## B) Καλύτερες λύσεις σωματιδίων

| 1   | 2   | 3   | 4   | 5   |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 2   | 3   | 2   | 4   | 6   |
| 4   | 5   | 5   | 2   | 3   |
| 5   | 4   | 3   | 3   | 2   |
| 3   | 6   | 6   | 6   | 3   |
| 6   | 2   | 4   | 5   | 4   |
| 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
| 660 | 800 | 780 | 870 | 730 |

## Δ) Καλύτερο σωματίδιο

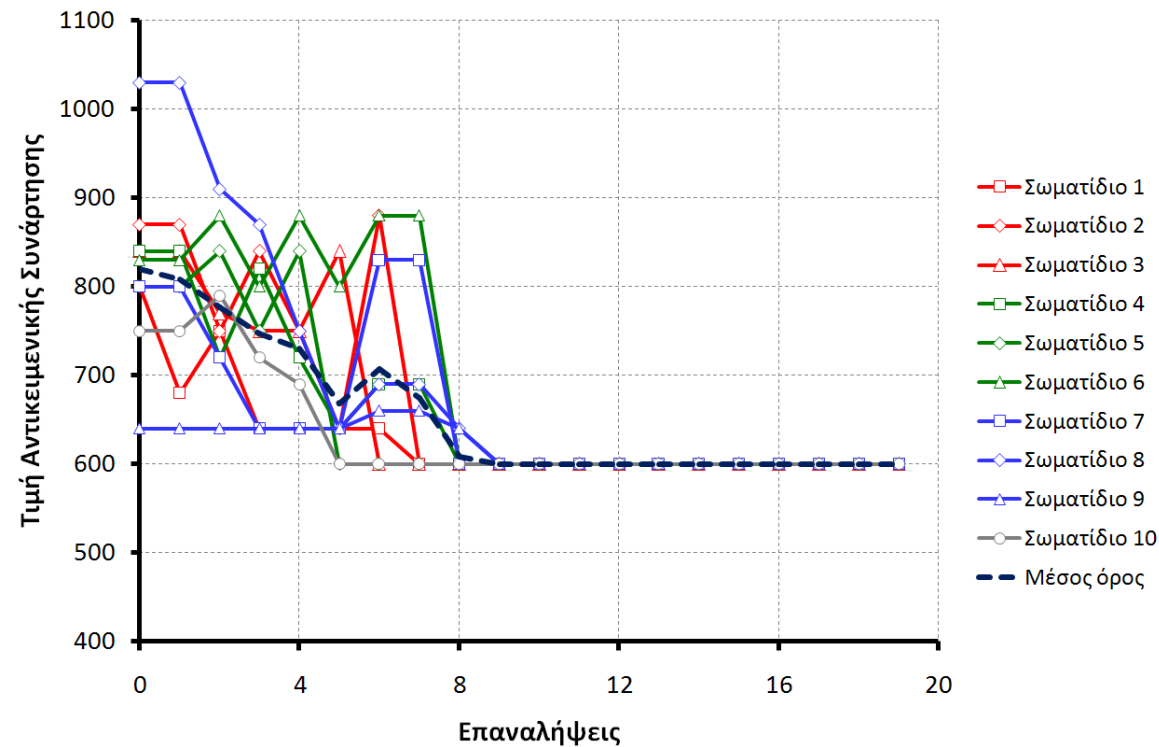
| 1   |
|-----|
| 2   |
| 4   |
| 5   |
| 3   |
| 6   |
| 1   |
| 660 |

## Γ) Ταχύτητα σωματιδίων

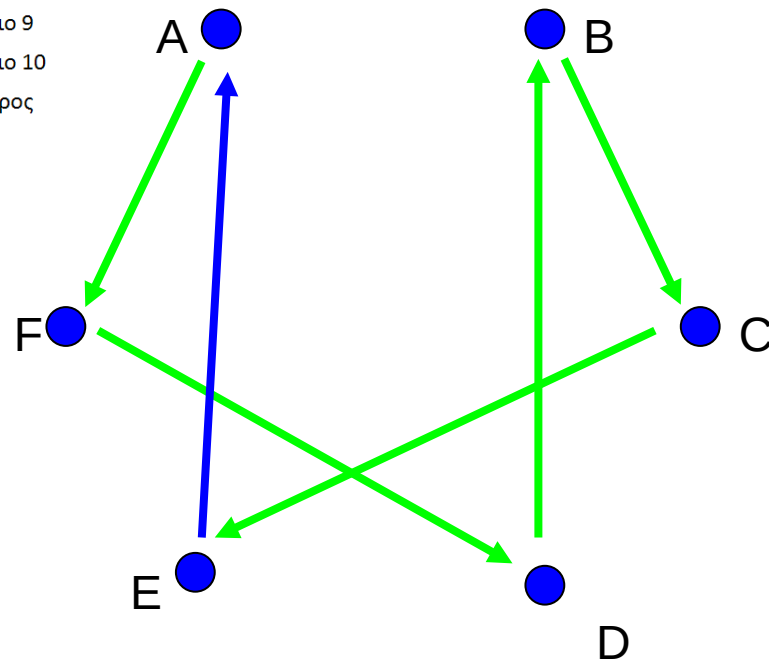
| 1   | 2   | 3   | 4   | 5   |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 3 5 | 2 5 | 3 5 | 2 5 | 3 6 |
| 6 2 | 3 2 |     |     |     |
| 4 5 | 5 3 |     |     |     |



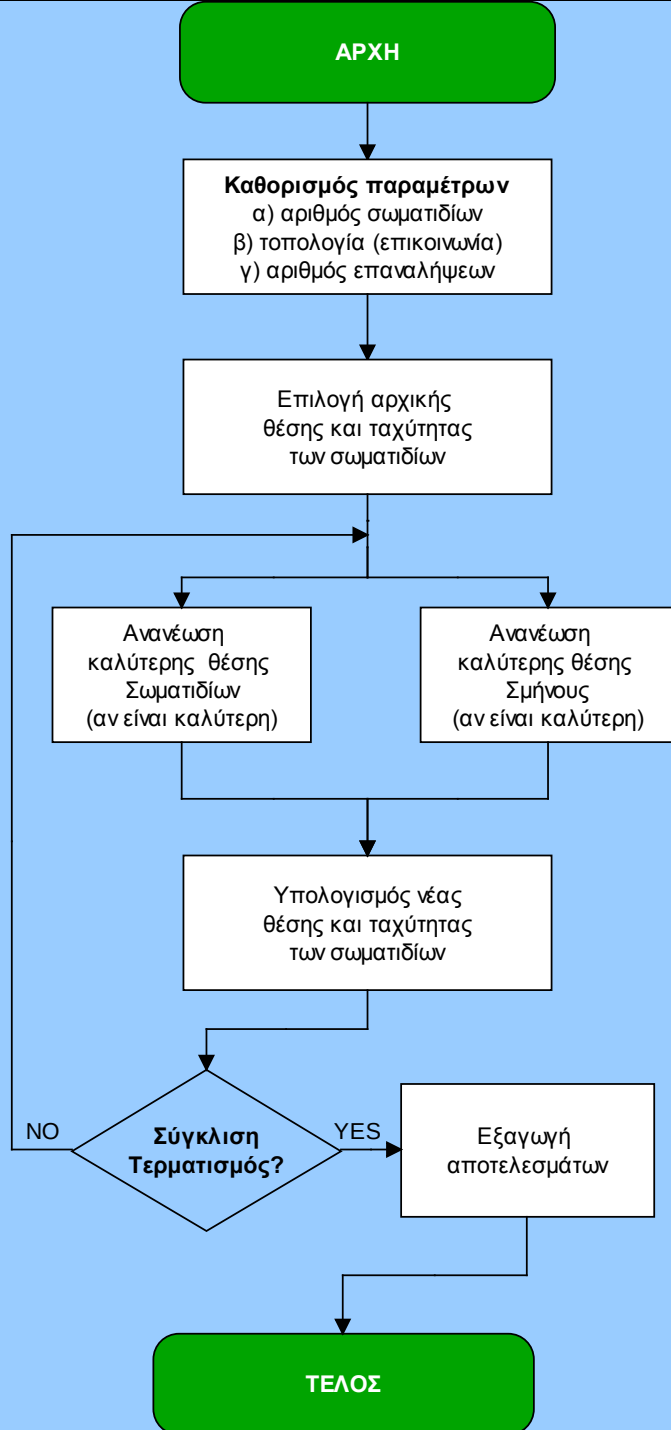
# Βέλτιστη Διαδρομή (με 10 σωματίδια)



| A  | F  | D  | B   | C  | E   | A |     |
|----|----|----|-----|----|-----|---|-----|
| 60 | 80 | 60 | 150 | 90 | 160 |   | 600 |



# Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης με Σμήνος Σωματιδίων



# Βελτιώσεις (PSO)

## α) Όριο ταχύτητας

$$|v_{ij}(t + 1)| \leq v_{max}$$

## β) Ταχύτητα

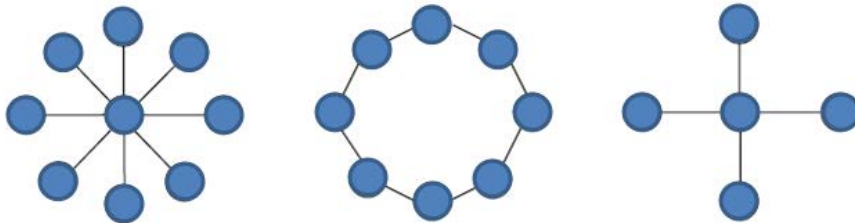
$$v_{ij}(t + 1) = w v_{ij}(t) + c_1 R_1 (P_{ij}(t) - X_{ij}(t)) + c_2 R_2 (P_{gj}(t) - X_{ij}(t))$$

## Αδράνεια

$$w(t) = w_{up} - (w_{up} - w_{low}) \frac{t}{T_{max}}$$

$w_{up}$ =πάνω όριο αδράνειας,  $w_{low}$ =κάτω όριο αδράνειας,  
 $T_{max}$ =μέγιστος αριθμός επαναλήψεων

## γ) Γειτνίαση (Τοπολογία)



# Νοημοσύνη Σμήνους (Swarm Intelligence)

Ο όρος **Νοημοσύνη Σμήνους** (Swarm Intelligence) περιγράφει τις μεθόδους επίλυσης προβλημάτων οι οποίες, χρησιμοποιώντας μια συλλογική συμπεριφορά των μελών της ομάδας, επιλύουν προβλήματα επιδεικνύοντας μια μορφή νοημοσύνης.

Ενδεικτική είναι η συλλογική συμπεριφορά, η οποία επιτυγχάνεται μέσα από την αλληλεπίδραση και επικοινωνία των μελών, στους αλγόριθμους **Αποικίας Μυρμηγκιών** και **Σμήνους Σωματιδίων** οδηγώντας στην επίτευξη ενός στόχου.

Οι αλγόριθμοι **Αποικίας Μυρμηγκιών** και **Σμήνους Σωματιδίων** αποτελούν επαναληπτικές στοχαστικές διαδικασίες οι οποίες χρησιμοποιούν έναν πληθυσμό ατόμων που αναζητούν συλλογικά τη βέλτιστη λύση.

Ο αλγόριθμος **Αποικίας Μυρμηγκιών** είναι γενικά πιο αποτελεσματικός σε διακριτά πρόβλημα βελτιστοποίησης όπως η βελτιστοποίηση διαδρομών και χρονοπρογραμματισμού έργων.

Ο αλγόριθμος **Σμήνους Σωματιδίων** είναι γενικά πιο αποτελεσματικός σε συνεχή προβλήματα βελτιστοποίησης όπως η βελτιστοποίηση μαθηματικών συναρτήσεων.

A large flock of birds, possibly swans or geese, is captured in flight against a dramatic sky. The sky is a deep blue, filled with large, billowing white clouds and some darker, greyish clouds. The birds are silhouetted against the lighter parts of the sky, appearing as dark shapes with their wings spread. They are scattered across the upper right and center of the frame, moving in various directions. The overall mood is one of freedom and movement.

Τέλος παρουσίασης