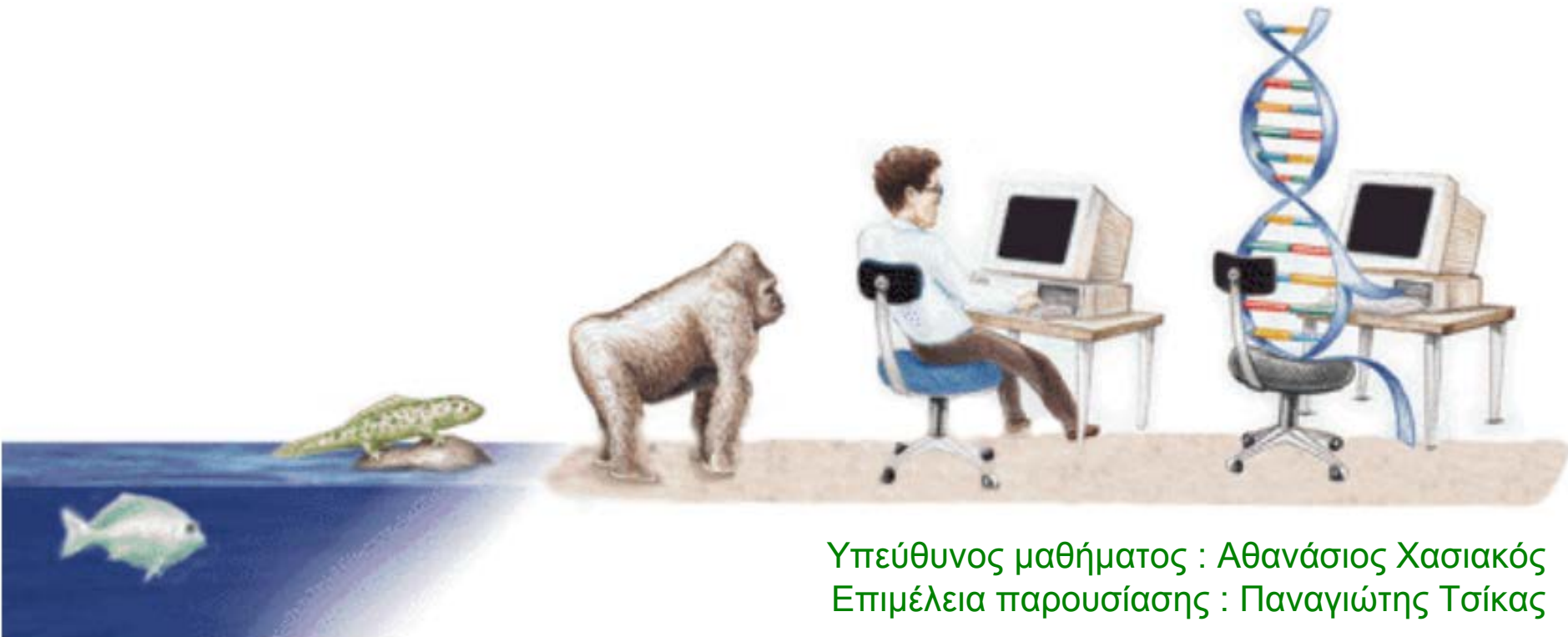


Μέθοδοι Βελτιστοποίησης

Γενετικοί Αλγόριθμοι (Genetic Algorithms - GA)

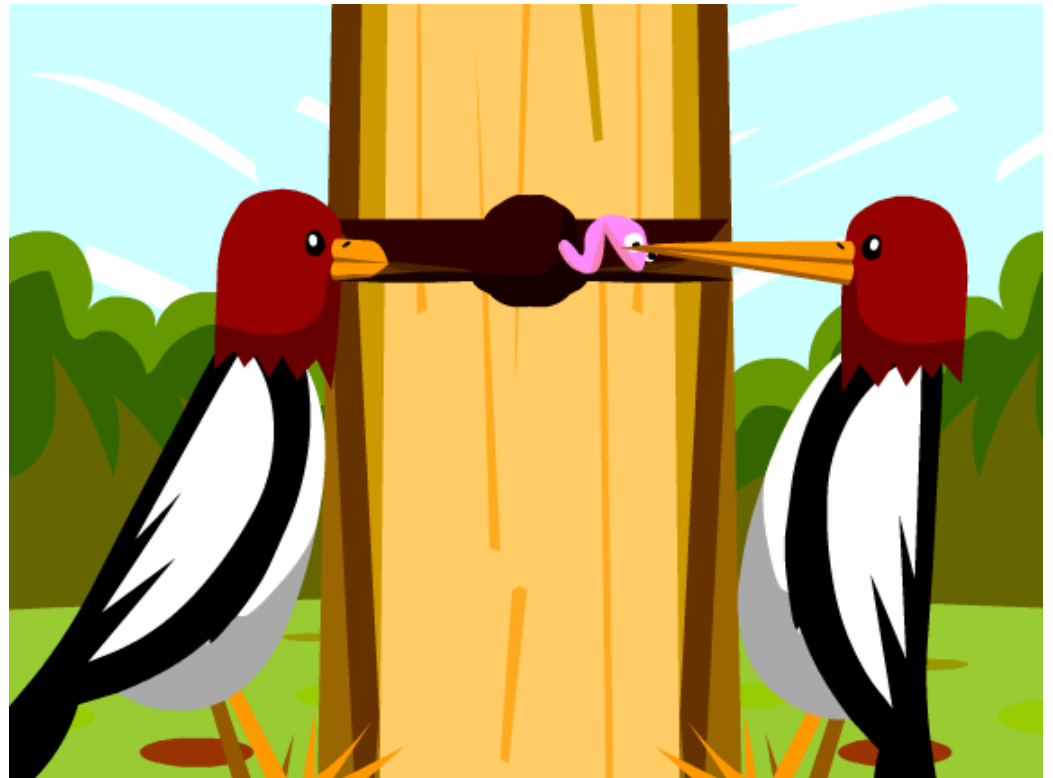


Υπεύθυνος μαθήματος : Αθανάσιος Χασιακός
Επιμέλεια παρουσίασης : Παναγιώτης Τσίκας

Εξέλιξη



οι οργανισμοί που είναι καλύτερα προσαρμοσμένοι στο περιβάλλον μεταβιβάζουν χαρακτηριστικά στους απογόνους σε αντίθεση με εκείνους που είναι λιγότερο προσαρμοσμένοι.



Γενετικοί Αλγόριθμοι

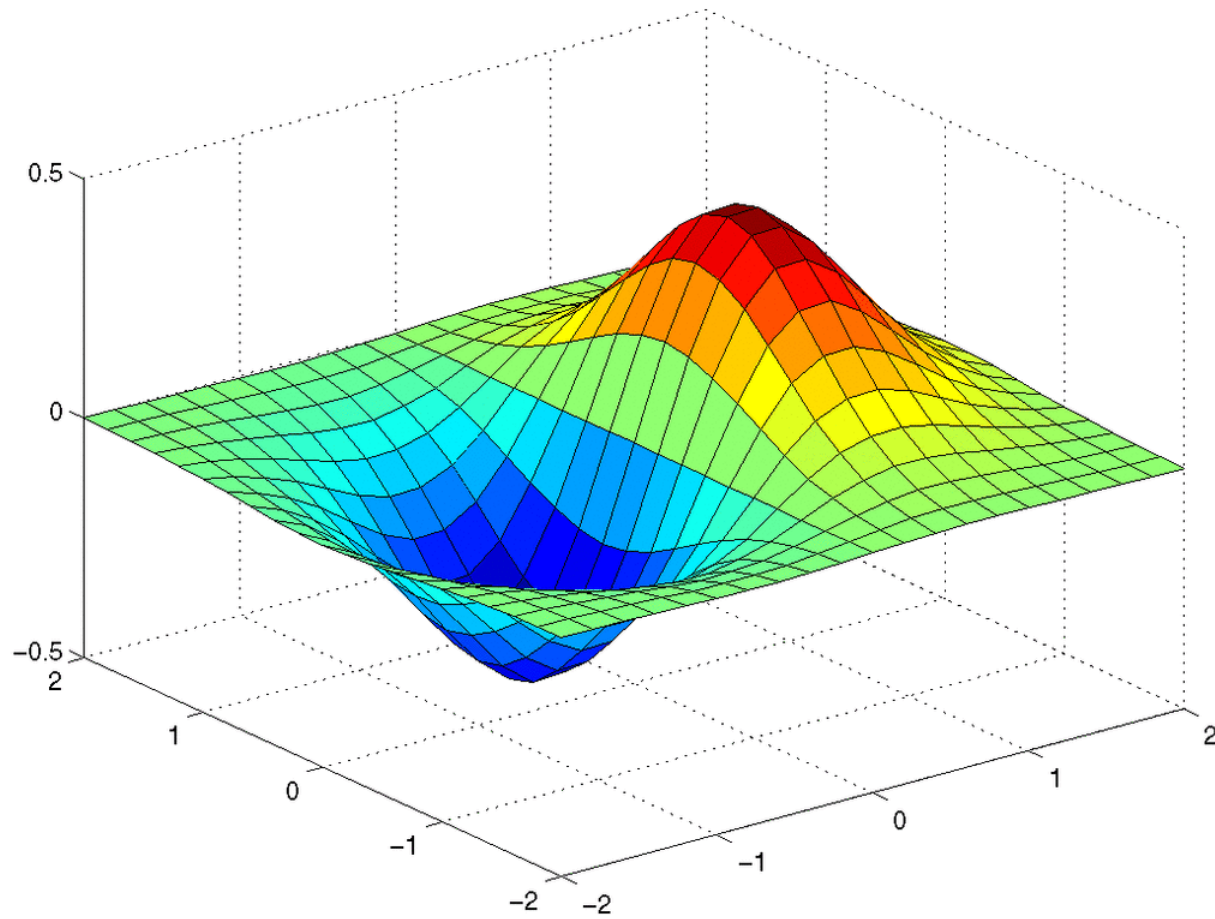
Οι **γενετικοί αλγόριθμοι (Genetic Algorithms)** είναι εμπνευσμένοι από τη διαδικασία της φυσικής επιλογής της εξέλιξης. Όπως οι οργανισμοί έτσι και οι λύσεις ενός προβλήματος, μέσα από την εφαρμογή γενετικών τελεστών, μεταβιβάζουν χαρακτηριστικά από γενιά σε γενιά, οδηγώντας σταδιακά στην εξαφάνιση κακών λύσεων και στη βελτίωση καλών λύσεων.

Βασικά σημεία των γενετικών αλγορίθμων:

- 1.Κωδικοποίηση των λύσεων
- 2.Συνάρτηση καταλληλότητας
- 3.Αρχικός πληθυσμός (λύσεων)
- 4.Διαδικασία επιλογής
- 5.Γενετικοί τελεστές
- 6.Διαδικασία τερματισμού

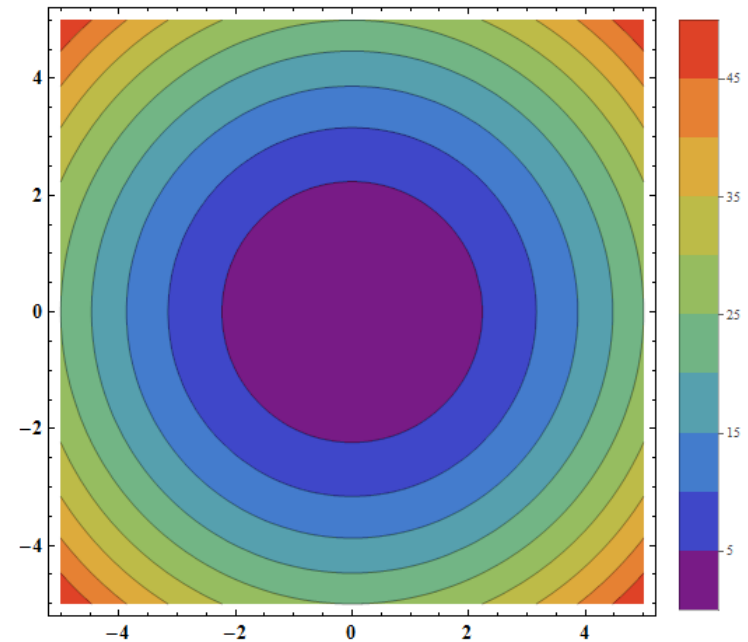
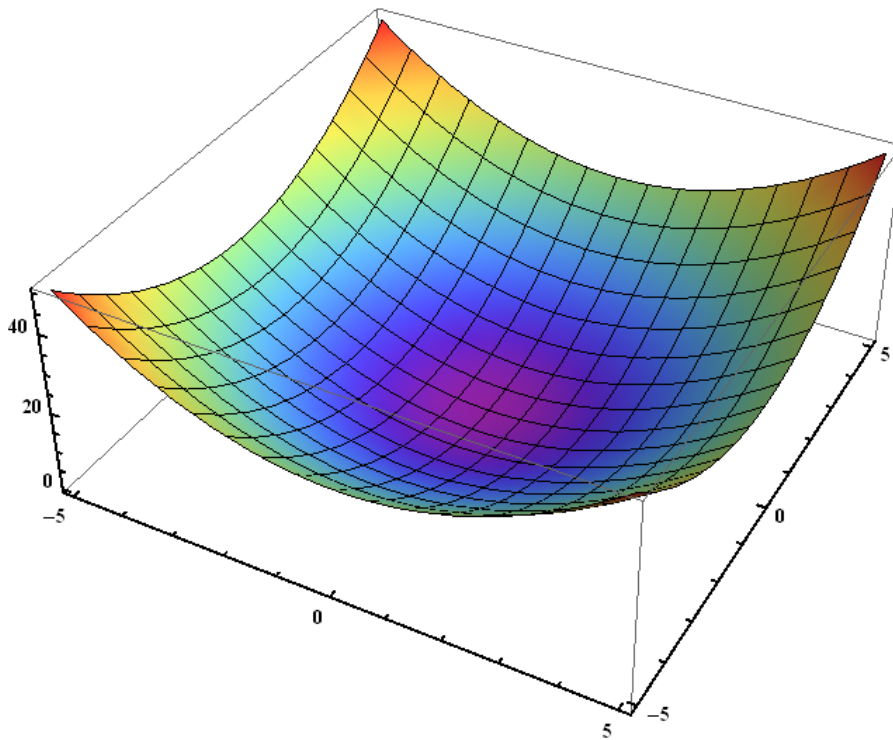
Ο πρώτος γενετικός αλγόριθμος αναπτύχθηκε από τον **John Holland** στη δεκαετία του 1960.

Γενετικοί Αλγόριθμοι



Παράδειγμα 1 | Ελαχιστοποίηση συνάρτησης

$$\min f(x, y) = x^2 + y^2 \quad -5 \leq x, y \leq 5$$



Βήμα 1: Αρχικός πληθυσμός (πρώτη επανάληψη, t=0)

$$\min f(x, y) = x^2 + y^2 \quad -5 \leq x, y \leq 5$$

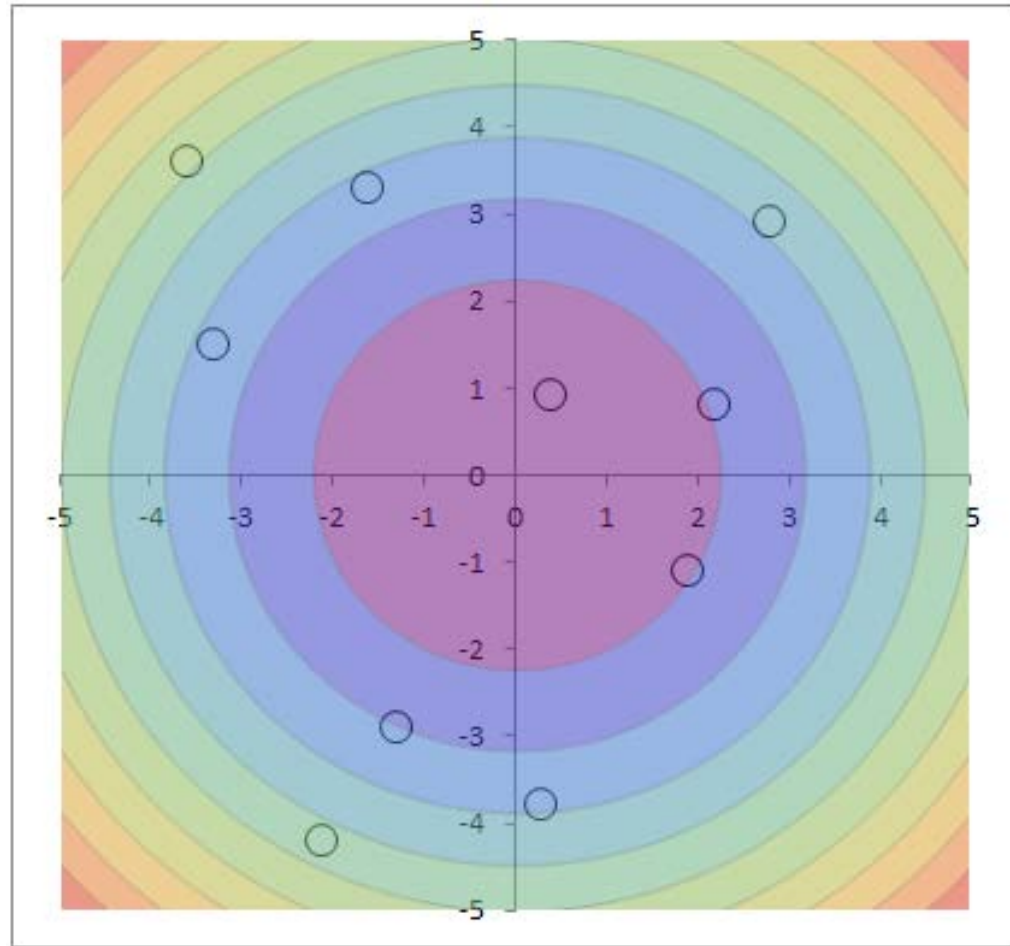
Αρχικός πληθυσμός χρωμοσωμάτων (λύσεων)

Χρωμόσωμα 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	-3,6	-1,3	1,9	0,3	-3,3	-2,1	2,8	0,4	-1,6	2,2
y	3,6	-2,9	-1,1	-3,8	1,5	-4,2	2,9	0,9	3,3	0,8
$f(x, y)$	25,9	10,1	4,8	14,5	13,1	22,1	16,3	1,0	13,5	5,5

Αρχικός πληθυσμός χρωσμάτων

Γραφική απεικόνιση
θέσης χρωσμάτων
(λύσεων) στο χώρο των
λύσεων



Βήμα 2: ταξινόμηση αρχικού πληθυσμού (t=0)

$$\min f(x, y) = x^2 + y^2 \quad -5 \leq x, y \leq 5$$

Αρχικός
πληθυσμός

Χρωμόσωμα 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	-3,6	-1,3	1,9	0,3	-3,3	-2,1	2,8	0,4	-1,6	2,2
y	3,6	-2,9	-1,1	-3,8	1,5	-4,2	2,9	0,9	3,3	0,8
$f(x, y)$	25,9	10,1	4,8	14,5	13,1	22,1	16,3	1,0	13,5	5,5

Ταξινόμηση
χρωμοσωμάτων
(ανάλογα με την τιμή
της αντικειμενικής
συνάρτησης)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	-3.6	-2.1	2.8	0.3	-1.6	-3.3	-1.3	2.2	1.9	0.4
	3.6	-4.2	2.9	-3.8	3.3	1.5	-2.9	0.8	-1.1	0.9
$f(x, y)$	25.9	22.1	16.3	14.5	13.5	13.1	10.1	5.5	4.8	1.0

Βήμα 3: Επιλογή χρωμοσωμάτων – γονέων (t=0)

$$\min f(x, y) = x^2 + y^2 \quad -5 \leq x, y \leq 5$$

Ταξινόμηση
χρωμοσωμάτων

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-3,6	-2,1	2,8	0,3	-1,6	-3,3	-1,3	2,2	1,9	0,4
3,6	-4,2	2,9	-3,8	3,3	1,5	-2,9	0,8	-1,1	0,9
25,9	22,1	16,3	14,5	13,5	13,1	10,1	5,5	4,8	1,0

Διασταυρώσεις 2 | (20%) $0,2 \times 10 = 2$

Επιλογή γονέων με τη μέθοδο Τουρνουά

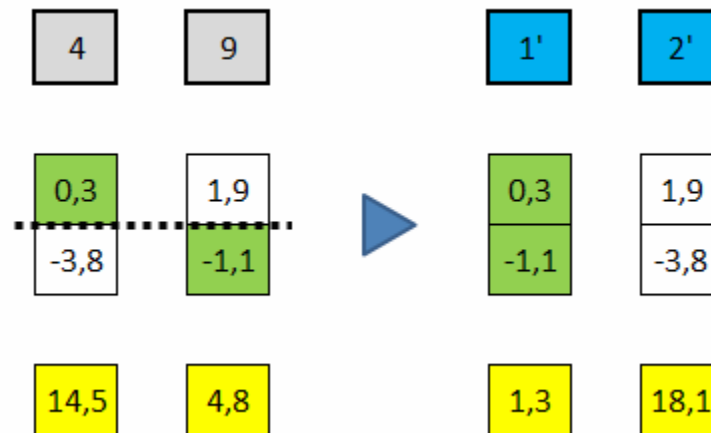
Τυχαία επιλέγω δυο χρωμοσώματα από 1 έως 10 | έστω 2 και 4 | καλύτερο το 4

Τυχαία επιλέγω δυο χρωμοσώματα από 1 έως 10 | έστω 9 και 6 | καλύτερο το 9

Διασταυρώνω τα χρωμοσώματα 4 και 9

Βήμα 4: Διασταύρωση (t=0)

$$\min f(x, y) = x^2 + y^2 \quad -5 \leq x, y \leq 5$$



Διασταυρώσεις

Τα νέα χρωμοσώματα θα αντικαταστήσουν στον αρχικό πληθυσμό τα δύο χειρότερα χρωμοσώματα (1 & 2) με την προϋπόθεση ότι δίνουν καλύτερες τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης από αυτά.

Βήμα 5: Μετάλλαξη (t=0)

$$\min f(x, y) = x^2 + y^2 \quad -5 \leq x, y \leq 5$$

1'	2'	3	4	5	6	7	8	9	10
0,3 -1,1	1,9 -3,8	2,8 2,9	0,3 -3,8	-1,6 3,3	-3,3 1,5	-1,3 -2,9	2,2 0,8	1,9 -1,1	0,4 0,9
1,3	18,1	16,3	14,5	13,5	13,1	10,1	5,5	4,8	1,0

Μετάλλαξη 1 | (5%) $0,05 \times 10 \times 2 = 1$

Τυχαία επιλέγω ένα χρωμόσωμα από 3 έως 9
(όχι τα δύο της διασταύρωσης (1', 2'), ούτε το βέλτιστο (10) | έστω 6

Τυχαία επιλέγω ένα αριθμό από 1 έως 2 | έστω 1

Μεταλλάσσω το γονίδιο γραμμή 1 στήλη 6 | από -3,3 σε 1,1 τυχαία

Βήμα 5: Μετάλλαξη (t=0)

$$\min f(x, y) = x^2 + y^2 \quad -5 \leq x, y \leq 5$$

πληθυσμός πριν τη Μετάλλαξη

1'	2'	3	4	5	6	7	8	9	10
0,3 -1,1	1,9 -3,8	2,8 2,9	0,3 -3,8	-1,6 3,3	-3,3 1,5	-1,3 -2,9	2,2 0,8	1,9 -1,1	0,4 0,9
1,3	18,1	16,3	14,5	13,5	13,1	10,1	5,5	4,8	1,0

πληθυσμός μετά τη Μετάλλαξη

1'	2'	3	4	5	6	7	8	9	10
0,3 -1,1	1,9 -3,8	2,8 2,9	0,3 -3,8	-1,6 3,3	1,1 1,5	-1,3 -2,9	2,2 0,8	1,9 -1,1	0,4 0,9
1,3	18,1	16,3	14,5	13,5	3,5	10,1	5,5	4,8	1,0

Βήμα 5: Ταξινόμηση πληθυσμού (t=0)

$$\min f(x, y) = x^2 + y^2 \quad -5 \leq x, y \leq 5$$

Ταξινόμηση χρωσμάτων

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2'	3	4	5	7	8	9	6	1'	10
1,9	2,8	0,3	-1,6	-1,3	2,2	1,9	1,1	0,3	0,4
-3,8	2,9	-3,8	3,3	-2,9	0,8	-1,1	1,5	-1,1	0,9
18,1	16,3	14,5	13,5	10,1	5,5	4,8	3,5	1,3	1,0

Ελαχιστοποίηση συνάρτησης (δεύτερη επανάληψη, t=1)

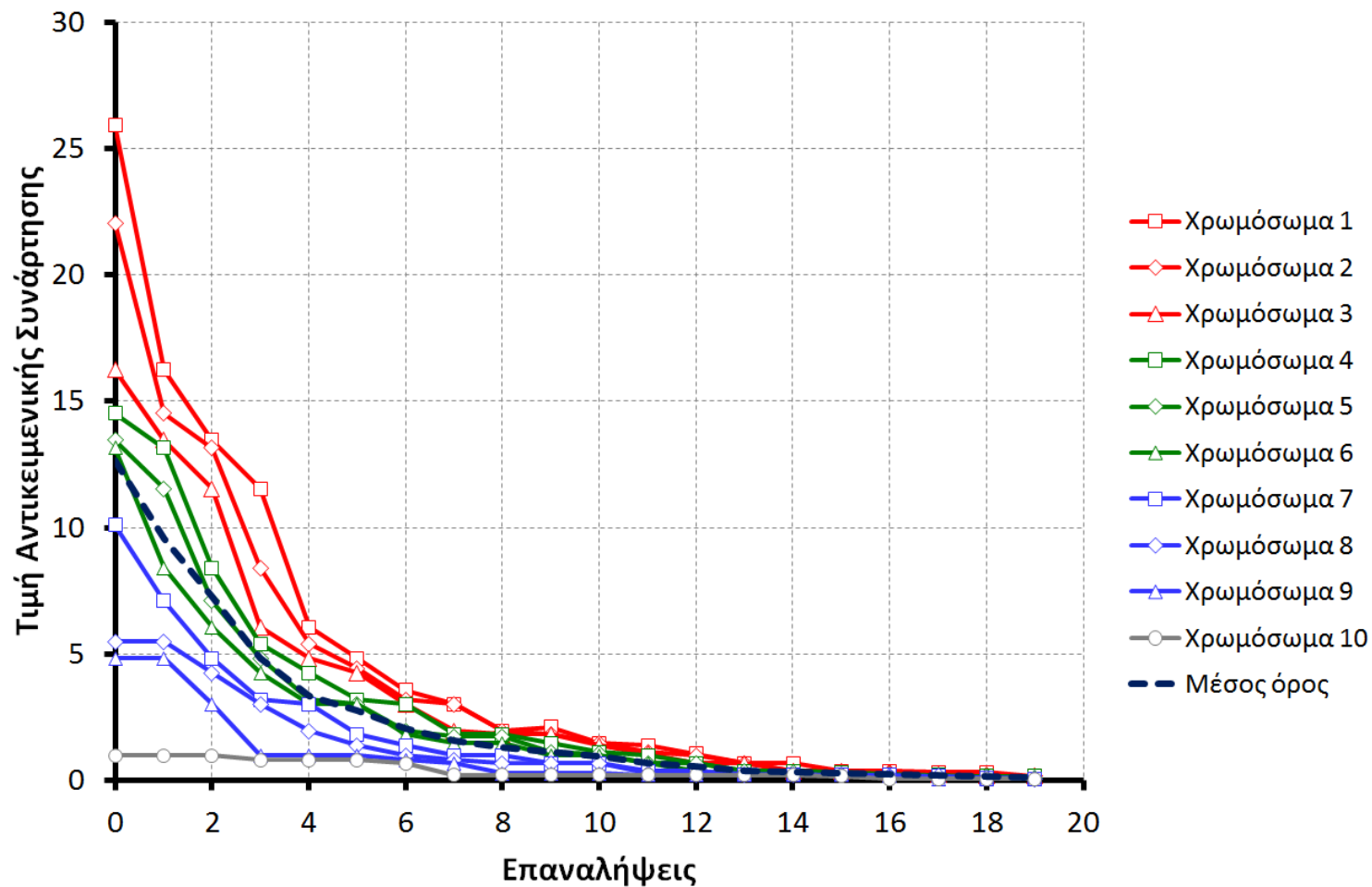
$$\min f(x, y) = x^2 + y^2 \quad -5 \leq x, y \leq 5$$

Νέος αρχικός πληθυσμός

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2'	3	4	5	7	8	9	6	1'	10
1,9	2,8	0,3	-1,6	-1,3	2,2	1,9	1,1	0,3	0,4
-3,8	2,9	-3,8	3,3	-2,9	0,8	-1,1	1,5	-1,1	0,9
18,1	16,3	14,5	13,5	10,1	5,5	4,8	3,5	1,3	1,0

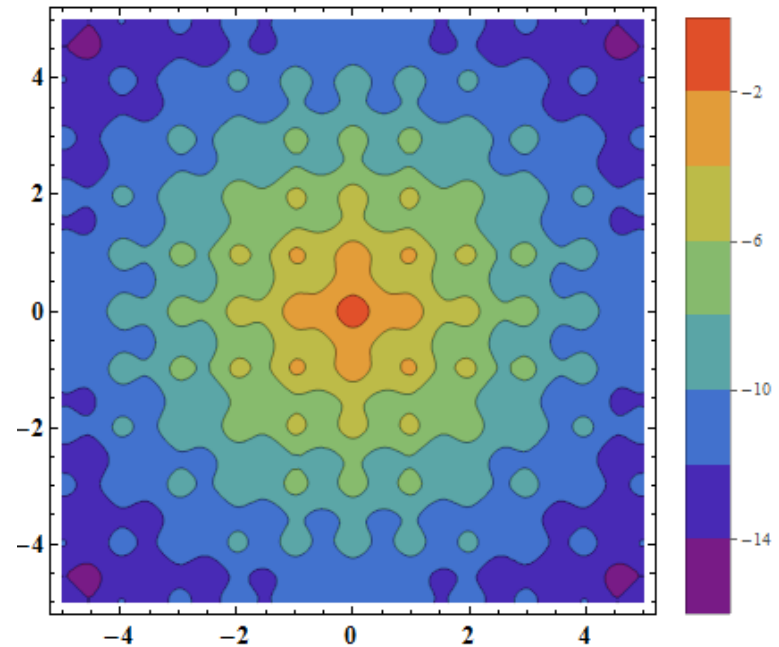
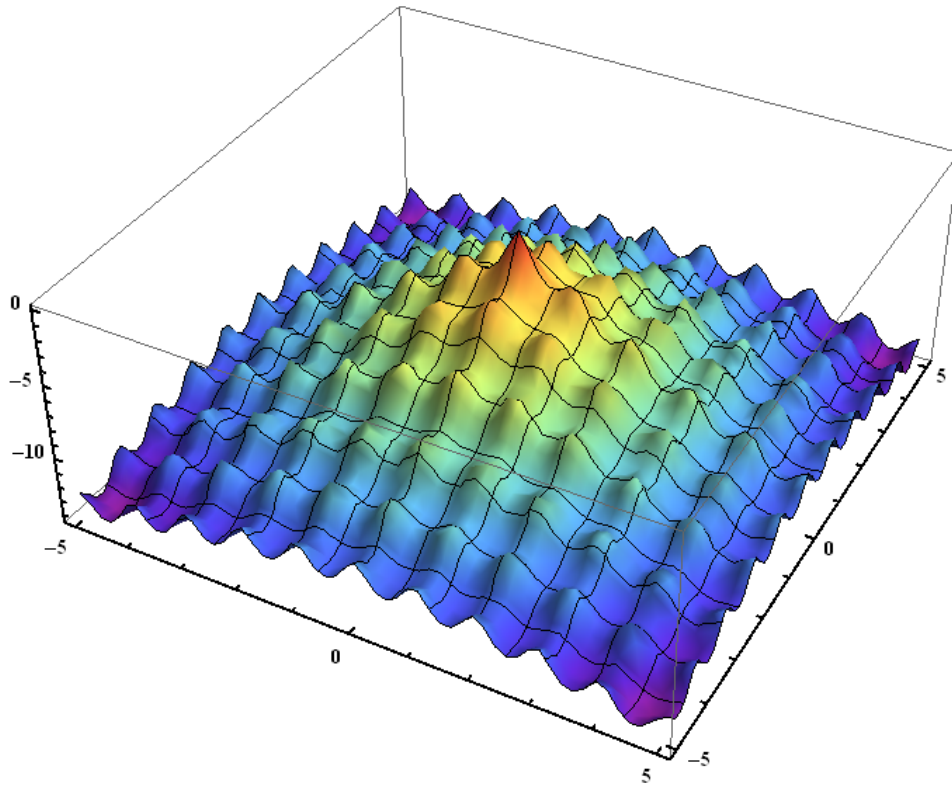
Ελαχιστοποίηση συνάρτησης

$$\min f(x, y) = x^2 + y^2 \quad -5 \leq x, y \leq 5$$



Παράδειγμα 2 | Μεγιστοποίηση συνάρτησης

$$f(x, y) = 20 \cdot e^{\left(-0.2\sqrt{0.5(x^2 + y^2)}\right)} + e^{0.5(\cos(2\pi \cdot x) + \cos(2\pi \cdot y))} - e - 20$$
$$-5 \leq x, y \leq 5$$



Βήμα 1: Αρχικός πληθυσμός (t=0)

Αρχικός πληθυσμός χρωσμάτων | ταξινομημένος ο αρχικός πληθυσμός

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	-1,2	0,8	-0,3	1,1	-3,0	1,1	2,0	0,0	-2,2	-2,2
y	2,4	0,5	-3,2	-2,6	0,6	-2,4	1,9	-3,0	2,0	1,7
$f(x,y)$	-8,3	-4,5	-9,0	-8,3	-8,6	-7,9	-6,7	-6,9	-7,7	-8,2
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	-0,3	-3,0	-1,2	1,1	-2,2	1,1	-2,2	0,0	2,0	0,8
	-3,2	0,6	2,4	-2,6	1,7	-2,4	2,0	-3,0	1,9	0,5
	-9,0	-8,6	-8,3	-8,3	-8,2	-7,9	-7,7	-6,9	-6,7	-4,5

Βήμα 2: επιλογή γονέων, διασταύρωση, μετάλλαξη (t=0)

Πληθυσμός χρωμοσωμάτων για t=0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-0,3	-3,0	-1,2	1,1	-2,2	1,1	-2,2	0,0	2,0	0,8
-3,2	0,6	2,4	-2,6	1,7	-2,4	2,0	-3,0	1,9	0,5
-9,0	-8,6	-8,3	-8,3	-8,2	-7,9	-7,7	-6,9	-6,7	-4,5

Διασταύρωση

6	7	1'	2'
1,1	-2,2	1,1	-2,2
-2,4	2,0	2,0	-2,4
-7,9	-7,7	-5,8	-9,3

Μετάλλαξη

5	5'
-2,2	-2,2
1,7	1,4
-8,2	8,0

Μεγιστοποίηση συνάρτησης

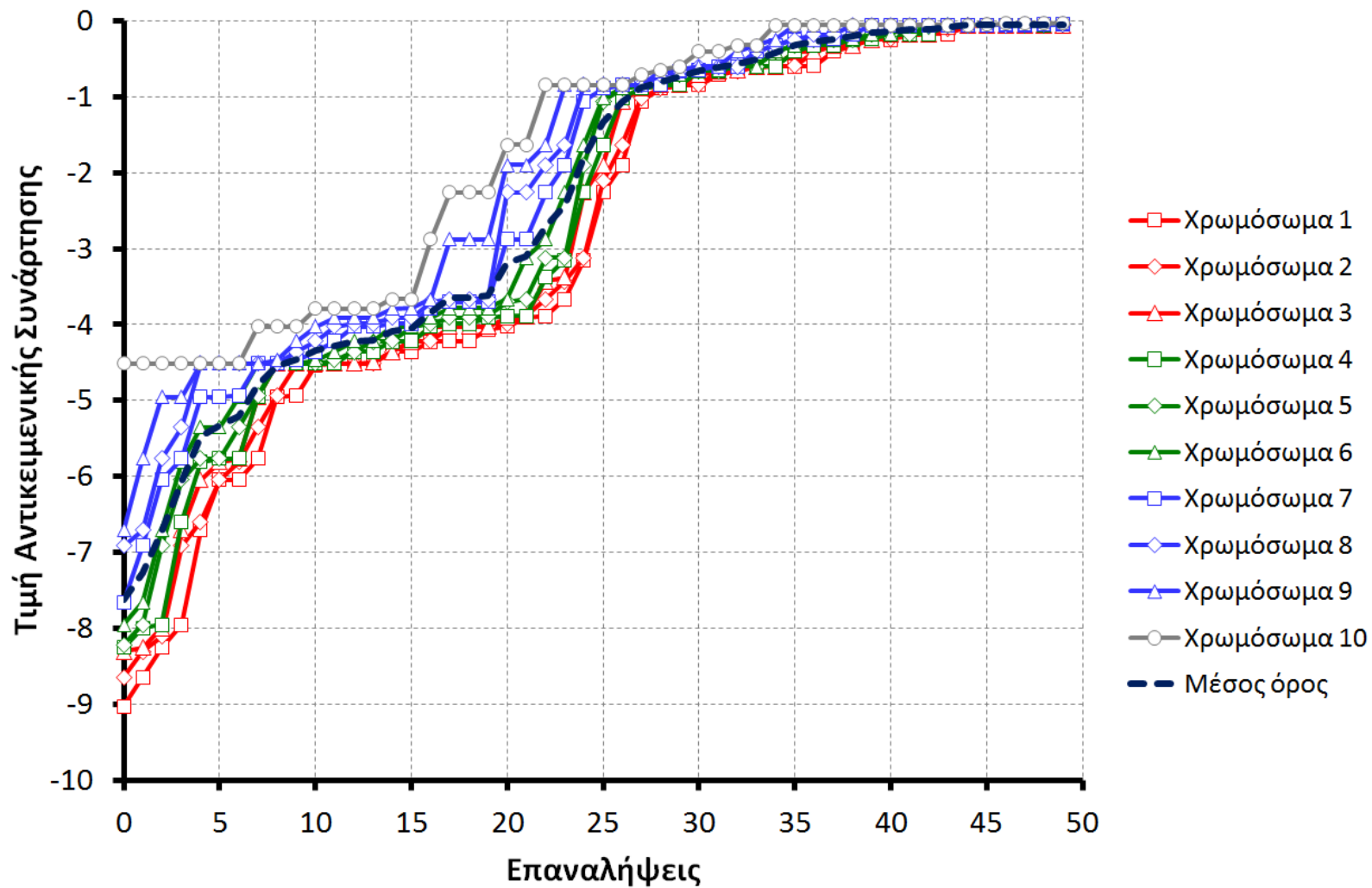
Ταξινόμηση
χρωμοσωμάτων
(t=0)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-1,2	-2,2	-2,2	1,1	0,0	2,0	0,8	1,1	1,1	0,8
2,4	1,4	1,4	-2,4	-3,0	1,9	2,0	2,0	0,5	0,5
-8,3	-8,1	-8,0	-7,9	-6,9	-6,7	-6,0	-5,8	-5,0	-4,5

Ταξινόμηση
χρωμοσωμάτων
(t=10)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-0,5	0,8	0,8	0,8	0,8	-0,7	-0,7	-0,5	1,1	0,8
1,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0	0,5	1,0	-0,3
-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,5	-4,4	-4,2	-4,0	-3,8

Μεγιστοποίηση συνάρτησης



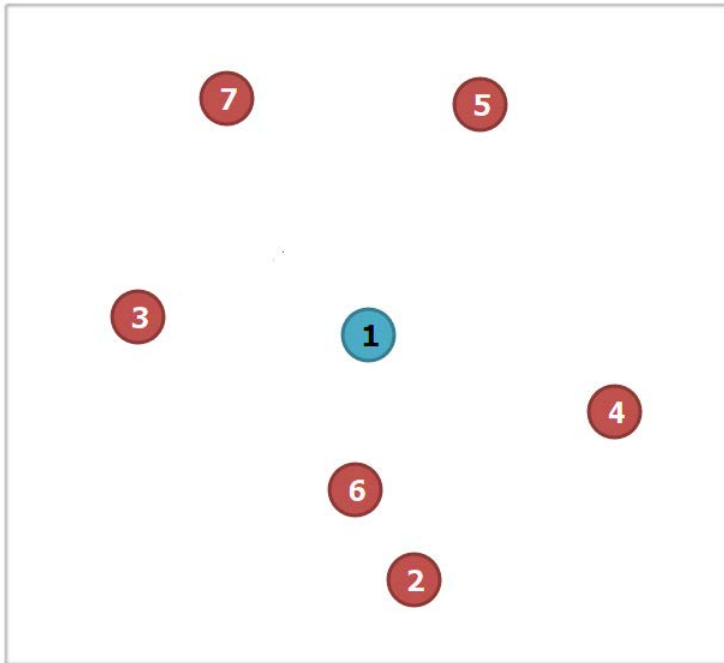
Παράδειγμα 3 | Το Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή



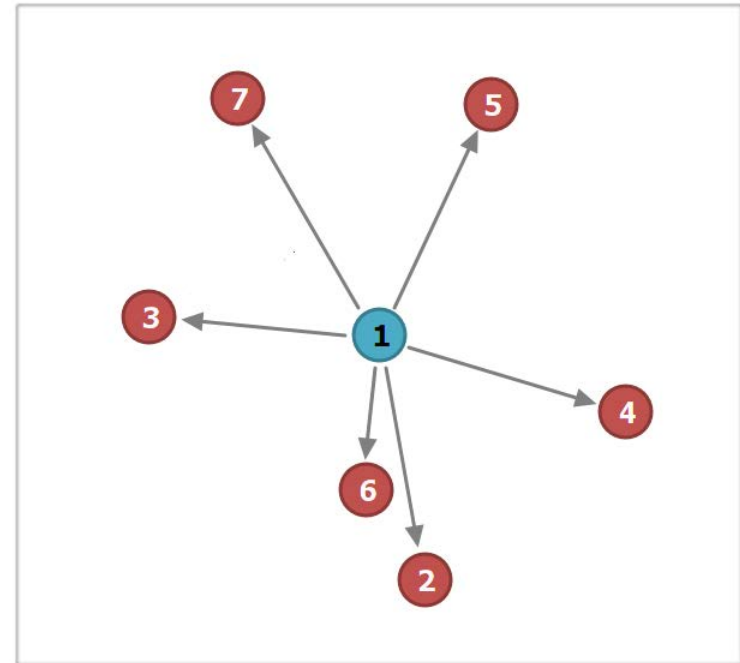
Ο πλανόδιος πωλητής πρέπει να περάσει από όλες τις πόλεις του προβλήματος διανύοντας τη μικρότερη δυνατή απόσταση (ή με το μικρότερο δυνατό κόστος) ξεκινώντας και καταλήγοντας στο ίδιο σημείο.

Παράδειγμα TSP

Δίκτυο
μεταξύ των πόλεων

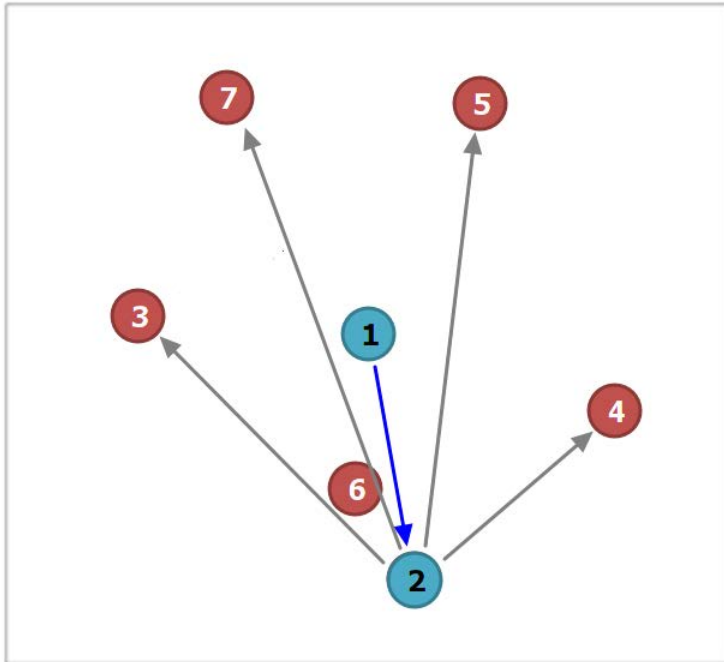


Πιθανή 1η
μετακίνηση

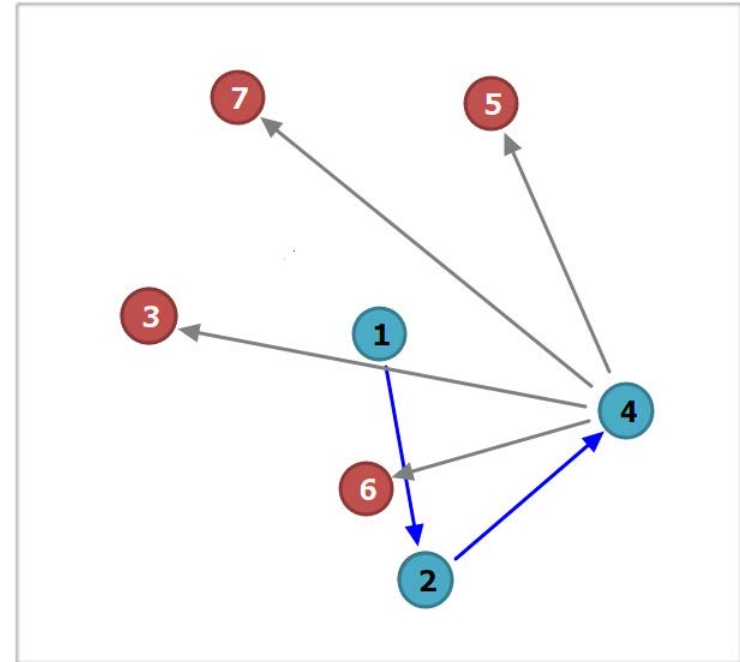


Παράδειγμα TSP

Πιθανή 2η
μετακίνηση

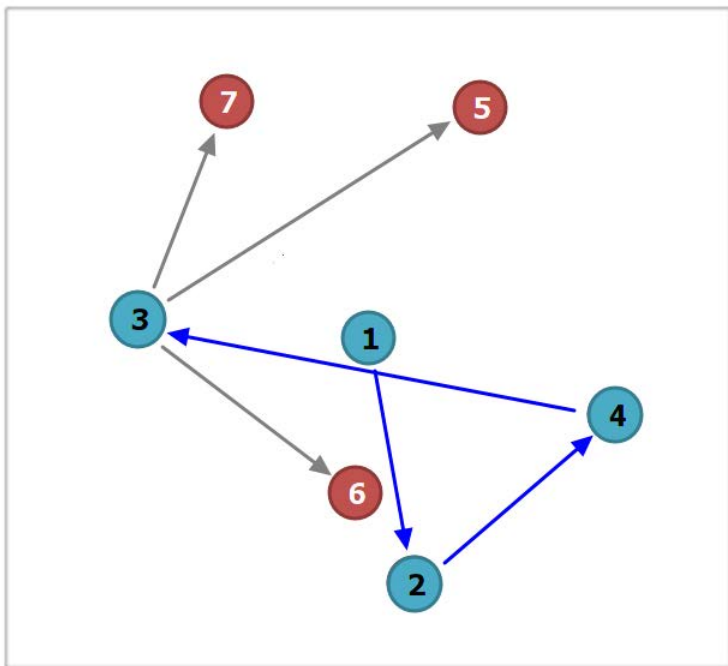


Πιθανή 3η
μετακίνηση

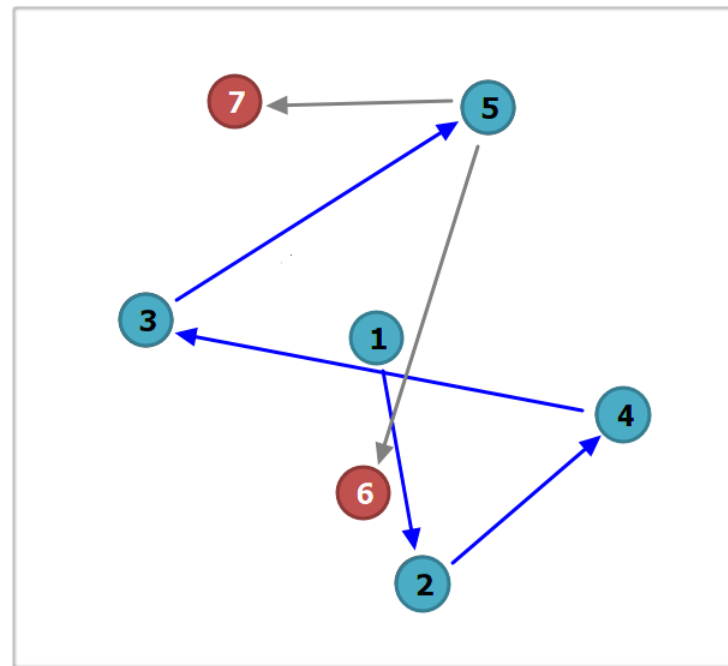


Παράδειγμα TSP

Πιθανή 4η
μετακίνηση

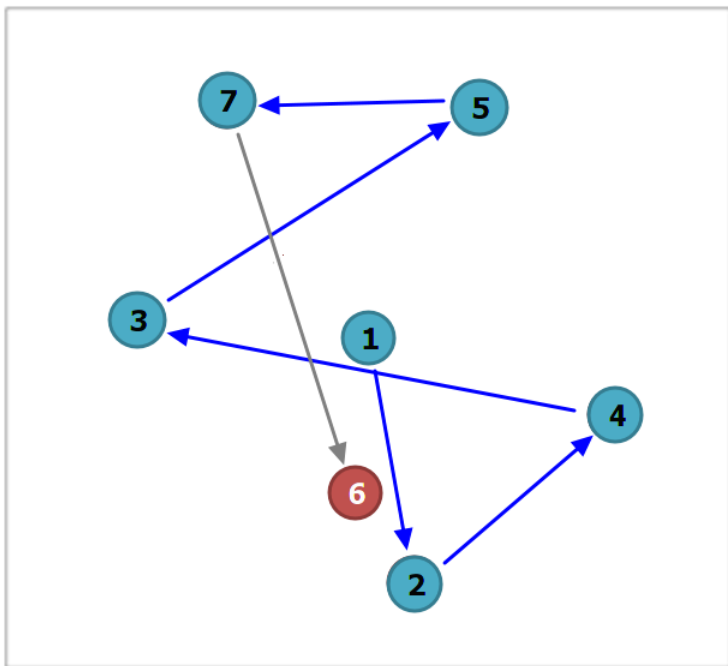


Πιθανή 5η
μετακίνηση

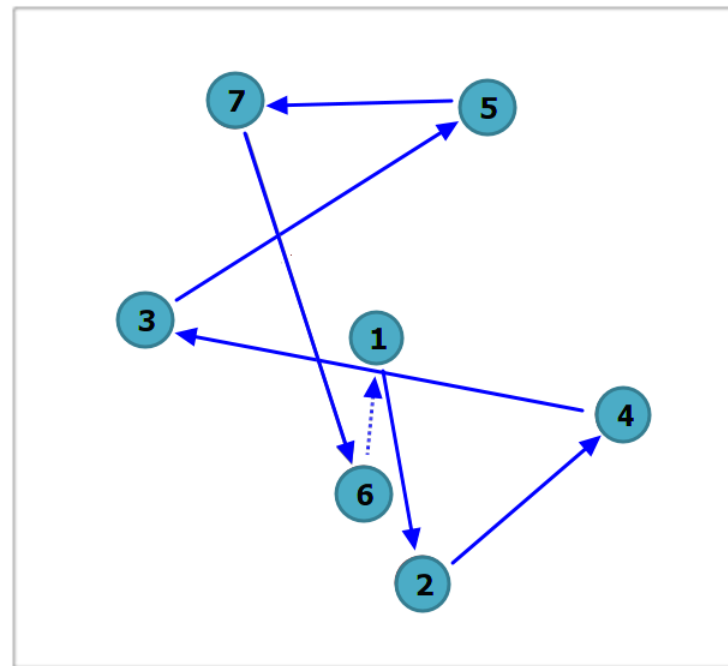


Παράδειγμα TSP

6η
μετακίνηση

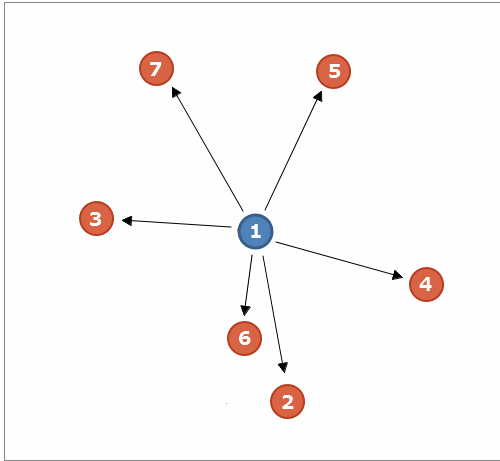


τελευταία
μετακίνηση

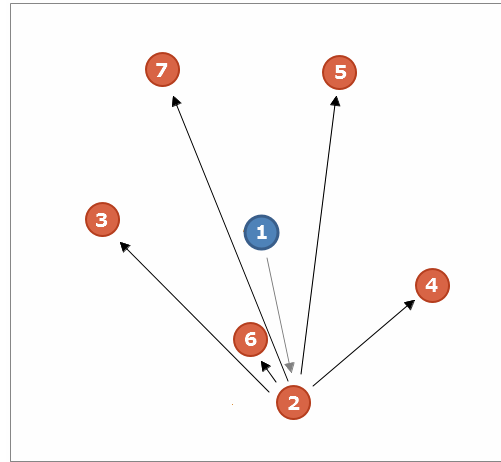


Επιλογή μιας τυχαίας διαδρομής

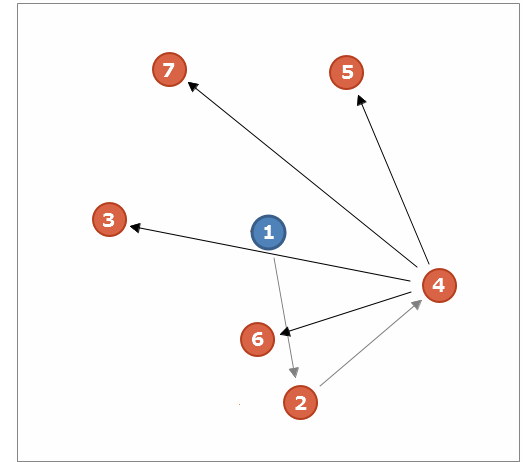
Επιλογή 1ης πόλης



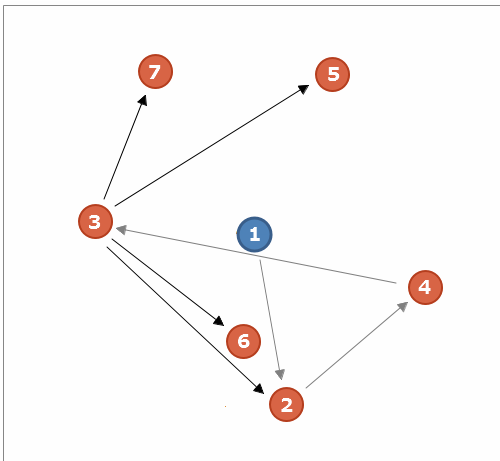
Επιλογή 2ης πόλης



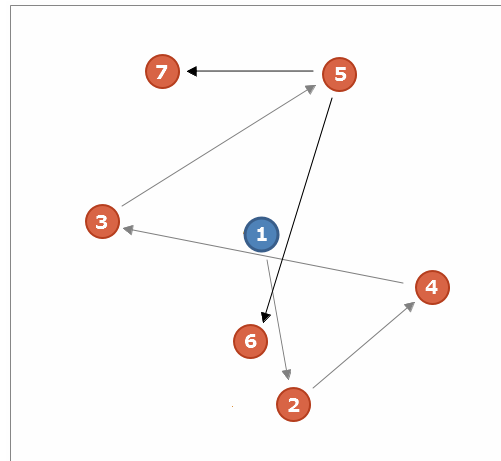
Επιλογή 3ης πόλης



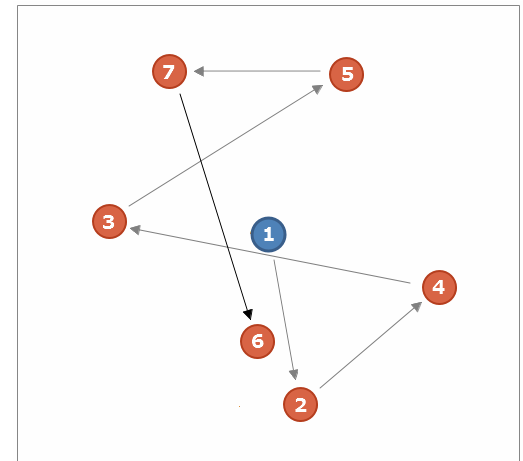
Επιλογή 4ης πόλης



Επιλογή 5ης πόλης

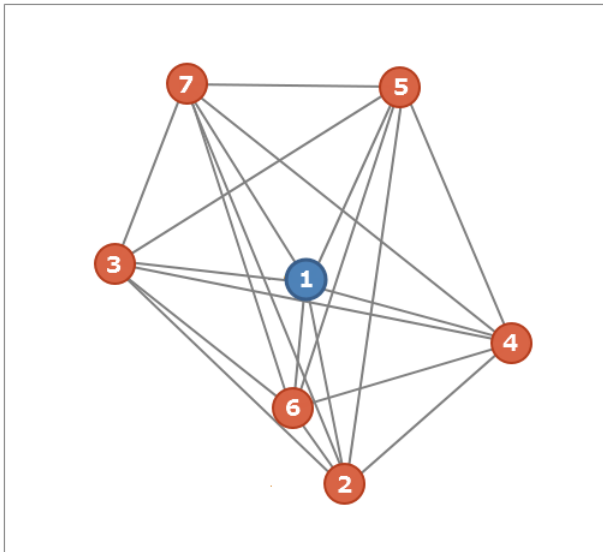


Επιλογή 6ης πόλης



Παράδειγμα TSP

Δίκτυο μεταξύ των πόλεων



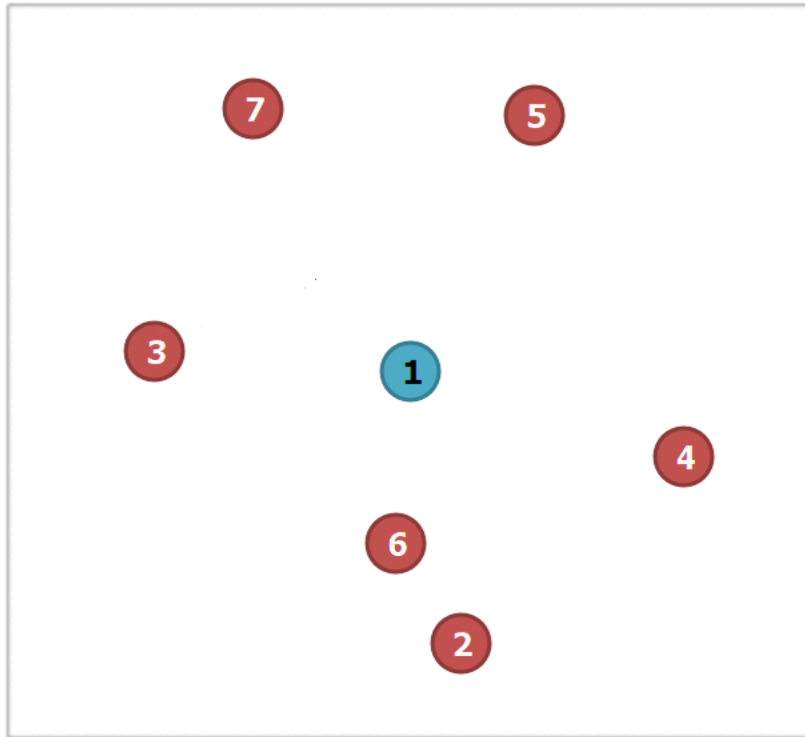
Υπολογισμός αποστάσεων μεταξύ των πόλεων

	Σημεία	
	x	y
1	0	0
2	13,56	-79,88
3	-69,73	6,42
4	76,5	-23,6
5	36,41	73,53
6	-5,19	-49,77
7	-44,04	76,3

	Πίνακας Αποστάσεων						
	1	2	3	4	5	6	7
1		81,02	70,02	80,06	82,05	50,04	88,10
2	81,02		119,94	84,43	155,10	35,47	166,46
3	70,02	119,94		149,28	125,58	85,57	74,45
4	80,06	84,43	149,28		105,08	85,78	156,56
5	82,05	155,10	125,58	105,08		130,13	80,50
6	50,04	35,47	85,57	85,78	130,13		131,92
7	88,10	166,46	74,45	156,56	80,50	131,92	

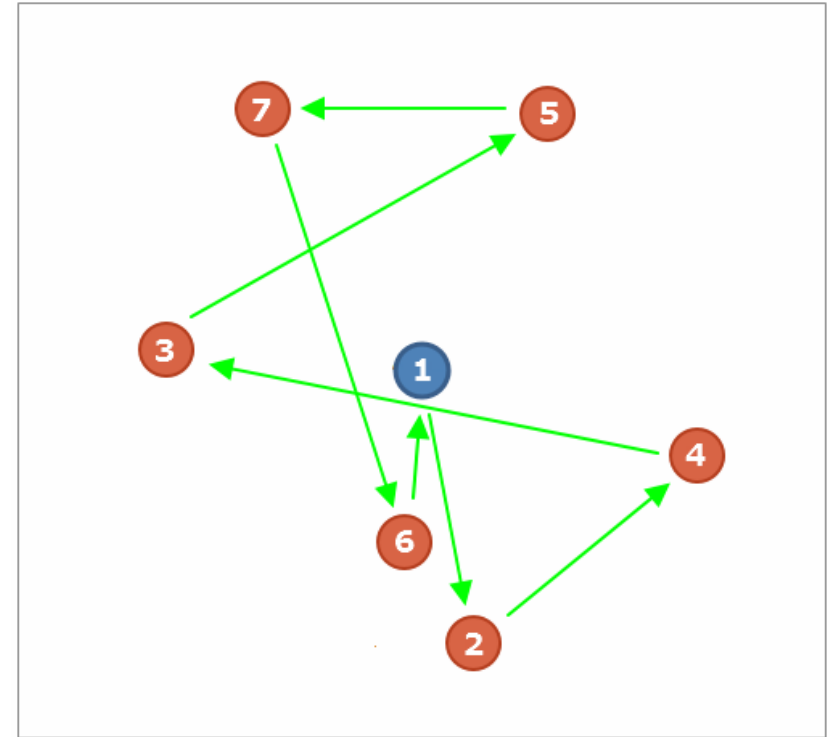
Επιλογή τυχαίας διαδρομής

τυχαία διαδρομή A (λύση 1)



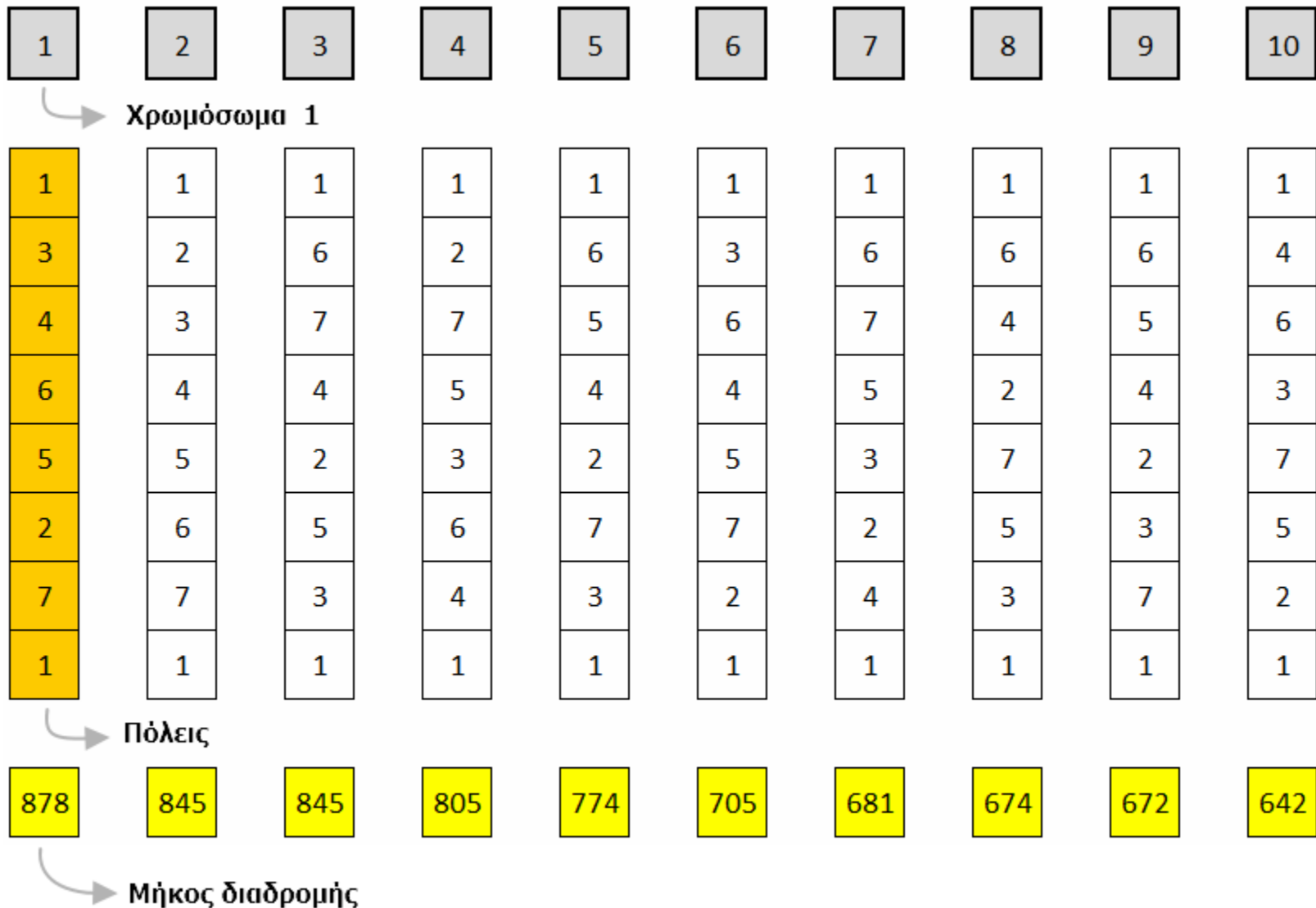
πιθανή διαδρομή είναι
1-2-4-3-5-7-6-1 (με μήκος 703)

τυχαία διαδρομή A (λύση 1)



πιθανή διαδρομή είναι
1-2-4-3-5-7-6-1 (με μήκος 703)

Βήμα 1: Αρχικός πληθυσμός (t=0)



Βήμα 2: Διαδικασία διασταύρωση

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Χρωμόσωμα 1									
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	2	6	2	6	3	6	6	6	4
4	3	7	7	5	6	7	4	5	6
6	4	4	5	4	4	5	2	4	3
5	5	2	3	2	5	3	7	2	7
2	6	5	6	7	7	2	5	3	5
7	7	3	4	3	2	4	3	7	2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Πόλεις									
878	845	845	805	774	705	681	674	672	642
Μήκος διαδρομής									

Επιλογή Μέθοδος Τουρνουά (20%)

A. τυχαία χρωμοσώματα 4 και 7 → 7

B. τυχαία χρωμοσώματα 5 και 10 → 10

Σημείο διασταύρωσης 1
επιλέγω τυχαία τον αριθμό 2

Στο τελευταίο στάδιο της διαδικασίας (δεξιά),
επειδή με τη διασταύρωση (μπορεί να)
προκύπτουν δύο ίδια σημεία στο ίδιο
χρωμόσωμα (4 ή 6), κάνουμε αντιμετάθεση
αυτών μεταξύ των χρωμοσωμάτων

7	10	1'	2'	1''	2''	1'''	2'''
1	1	1	1	1	1	1	1
6	4	6	4	6	4	4	6
7	6	6	7	6	7	6	7
5	3	3	5	3	5	3	5
3	7	7	3	7	3	7	3
2	5	5	2	5	2	5	2
4	2	2	4	2	4	2	4
1	1	1	1	1	1	1	1
672	642	--	--	--	--	642	672

Διασταύρωση

1"	2"	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	6	6	2	6	3	6	6	6	4
6	7	7	7	5	6	7	4	5	6
3	5	4	5	4	4	5	2	4	3
7	3	2	3	2	5	3	7	2	7
5	2	5	6	7	7	2	5	3	5
2	4	3	4	3	2	4	3	7	2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
642	672	845	805	774	705	681	674	672	642

Διασταυρώσεις

Τα νέα χρωμοσώματα θα αντικαταστήσουν στον αρχικό πληθυσμό τα δύο χειρότερα χρωμοσώματα (1 & 2) με την προϋπόθεση ότι δίνουν καλύτερες τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης από αυτά.

Βήμα 3: Μετάλλαξη - αντιμετάθεση

1"	2"	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	6	3	2	6	2	6	3	6	4
6	7	4	3	7	7	5	6	7	6
3	5	6	4	4	5	4	4	5	3
7	3	5	5	2	3	2	5	3	7
5	2	2	6	5	6	7	7	2	5
2	4	7	7	3	4	3	2	4	2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
642	672	845	805	774	705	681	674	672	642

Τυχαία επιλέγω ένα χρωμόσωμα από 3 έως 9 | έστω 9
Τυχαία επιλέγω δυο αριθμούς από 2 έως 7 | έστω 3 και 6

αντιμετάθεση

Μετάλλαξη - αντιμετάθεση

1"	2"	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	6	3	2	6	2	6	3	3	4
6	7	4	3	7	7	5	6	7	6
3	5	6	4	4	5	4	4	5	3
7	3	5	5	2	3	2	5	6	7
5	2	2	6	5	6	7	7	2	5
2	4	7	7	3	4	3	2	4	2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
642	672	845	805	774	705	681	674	555	642

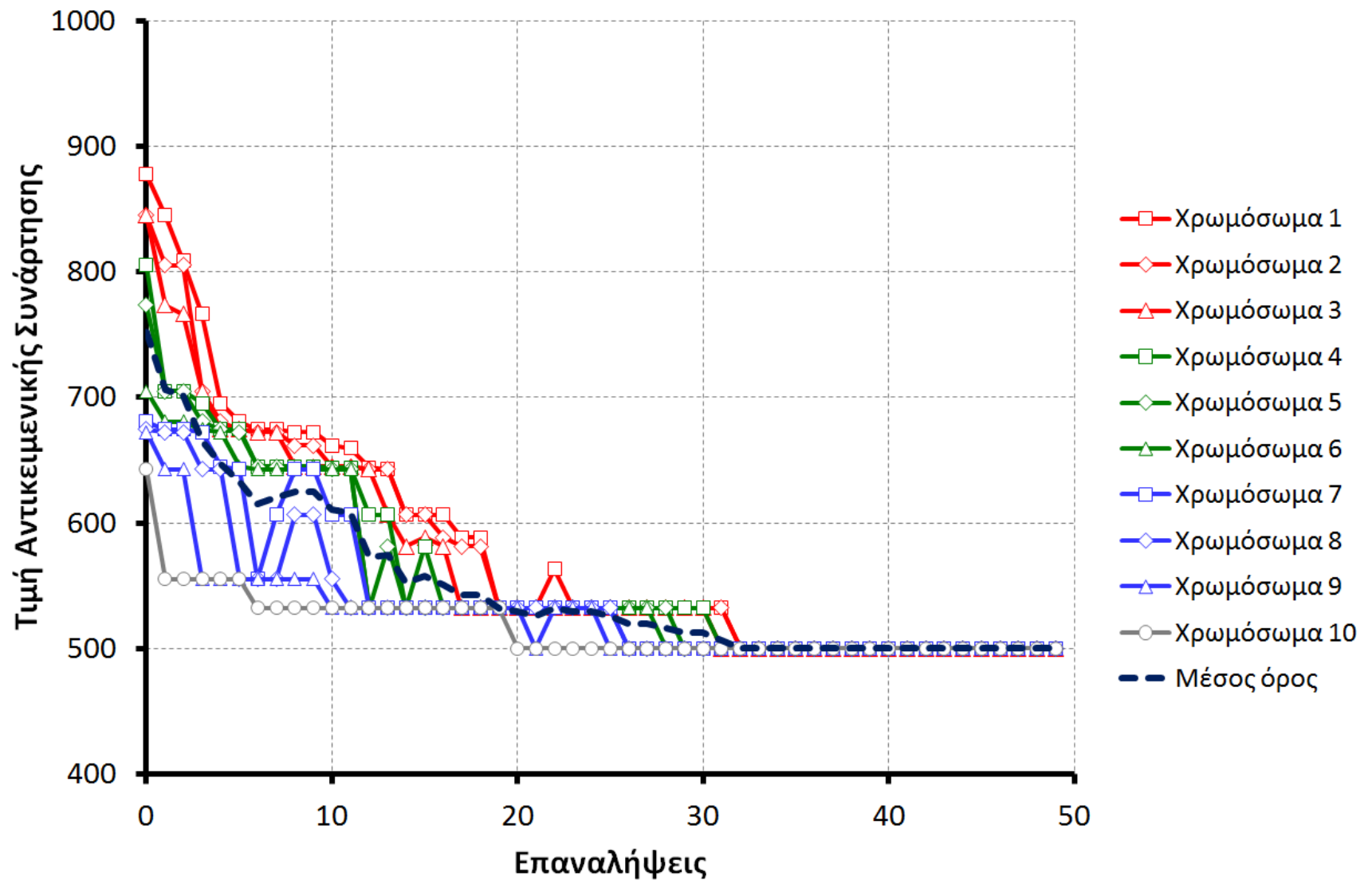
Βήμα 4: Ταξινόμηση πληθυσμού (τέλος 1^{ης} επανάληψης)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	2	6	2	2	6	3	6	3	3
4	3	7	7	7	5	6	7	6	7
6	4	4	5	5	4	4	5	3	5
5	5	2	3	3	2	5	3	6	6
2	6	5	6	6	7	7	2	5	2
7	7	3	4	4	3	2	4	2	4
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
845	805	774	705	705	681	674	672	642	555

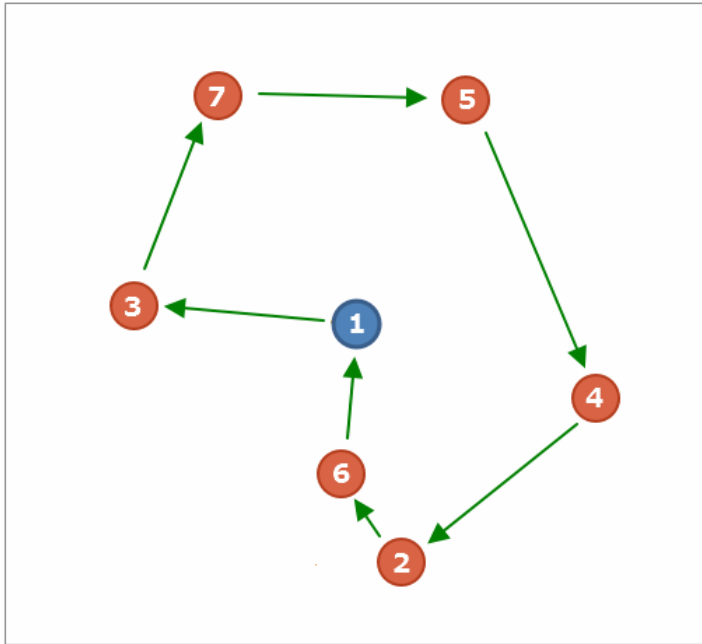
Αρχικός πληθυσμός 2^{ης} επανάληψης

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	2	6	2	2	6	3	6	3	3
4	3	7	7	7	5	6	7	6	7
6	4	4	5	5	4	4	5	3	5
5	5	2	3	3	2	5	3	6	6
2	6	5	6	6	7	7	2	5	2
7	7	3	4	4	3	2	4	2	4
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
845	805	774	705	705	681	674	672	642	555

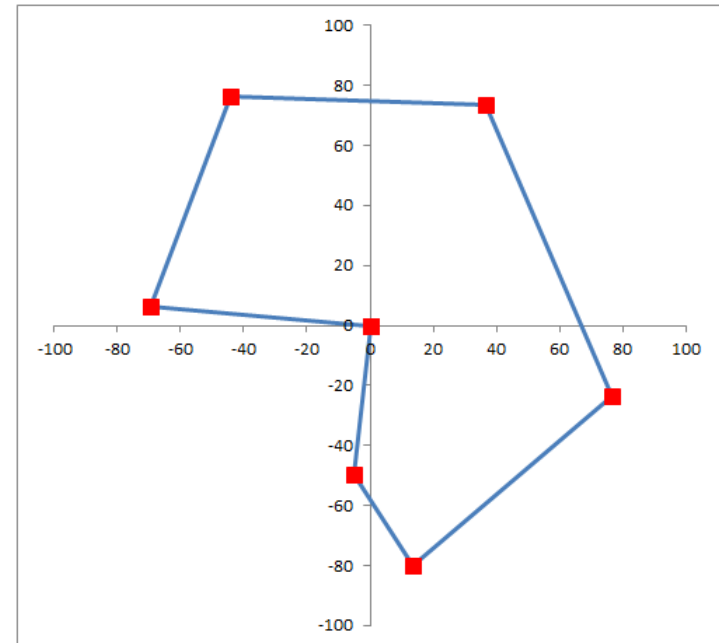
Παράδειγμα TSP



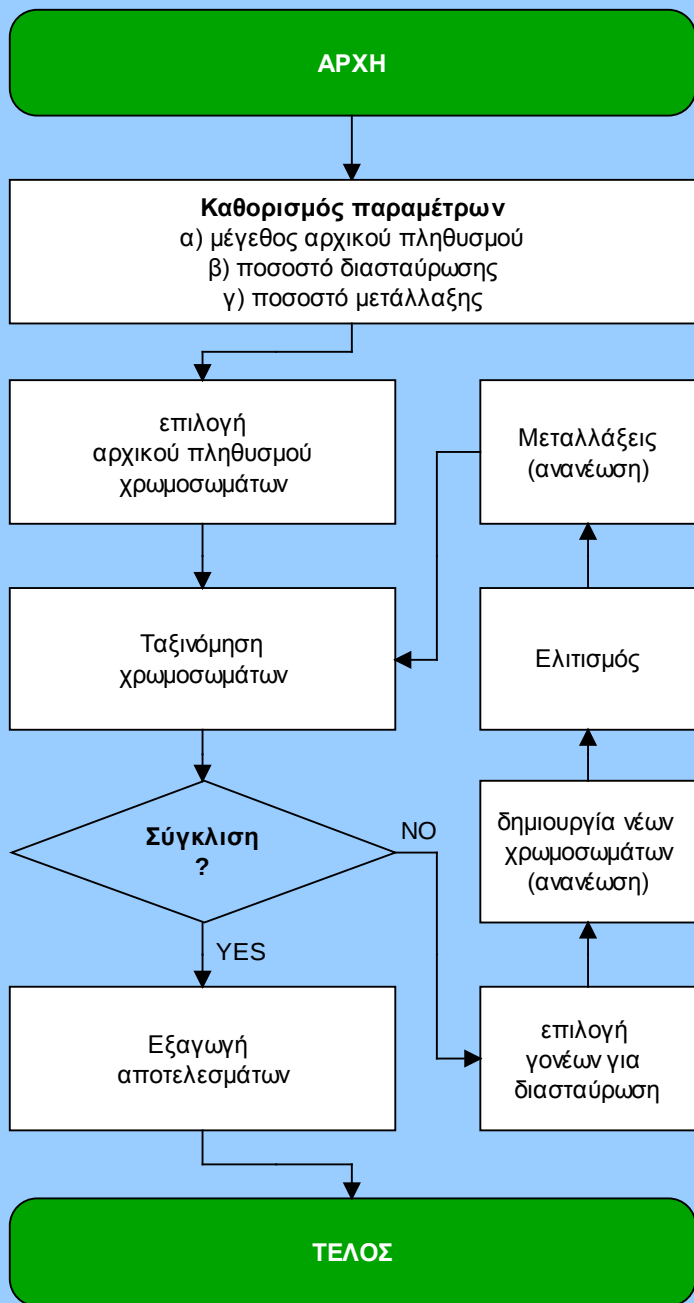
Βέλτιστη Διαδρομή



1	3	7	5	4	2	6	1
500,00	70,02	74,45	80,50	105,08	84,43	35,47	50,04



Βελτιστοποίηση με Γενετικούς Αλγορίθμους



Γενετικοί Αλγόριθμοι

Οι σημαντικοί παράμετροι ενός Γενετικού Αλγορίθμου είναι:

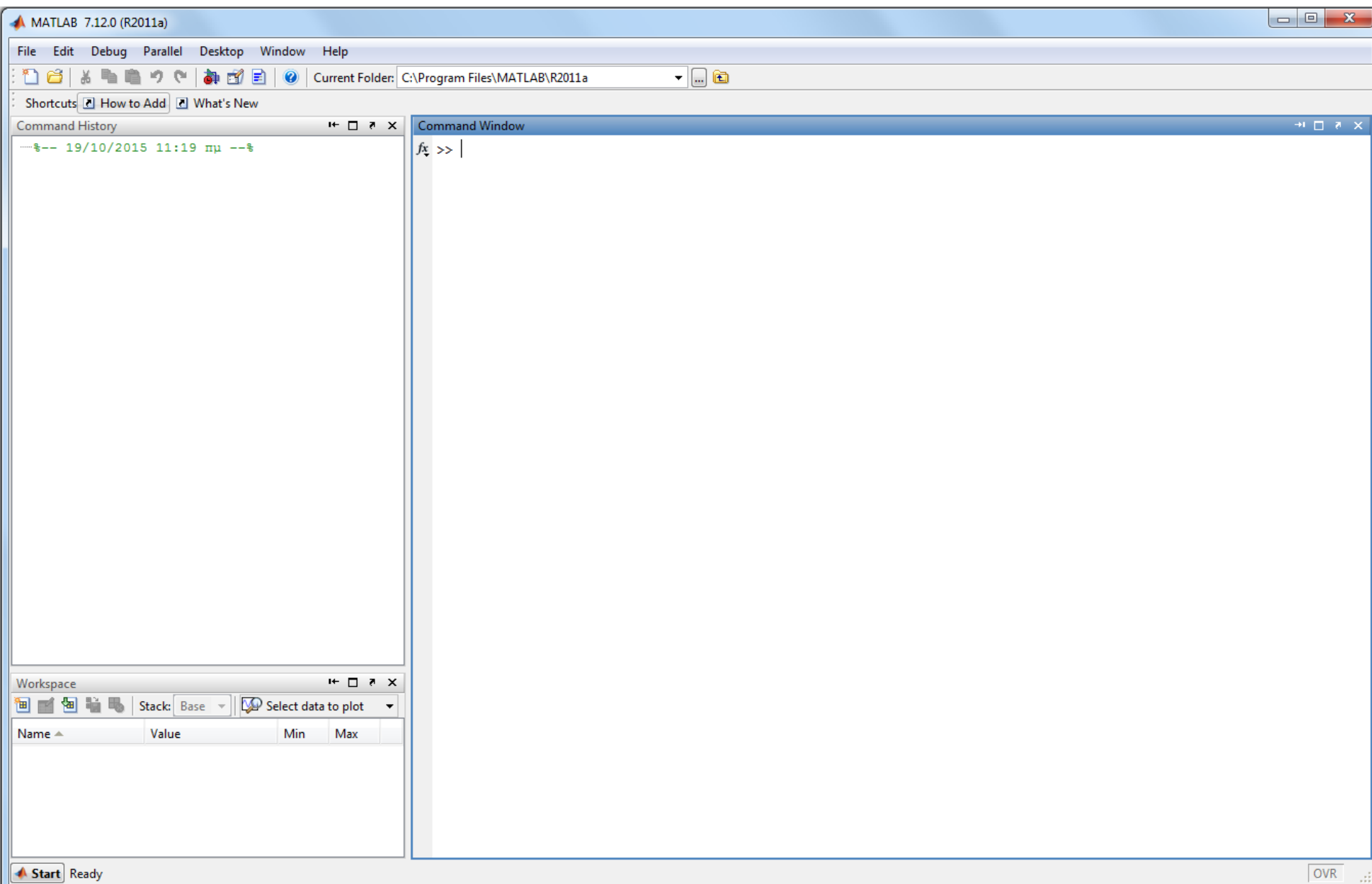
1. Ο αριθμός των ατόμων κάθε γενιάς (πληθυσμός)
2. Οι αλγόριθμοι επιλογής γονέων
3. Το ποσοστό διασταύρωσης και μετάλλαξης

Η σωστή ρύθμιση αυτών των παραμέτρων αποτελεί ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης από μόνη της και είναι καθοριστική για την επιτυχία του αλγόριθμου.

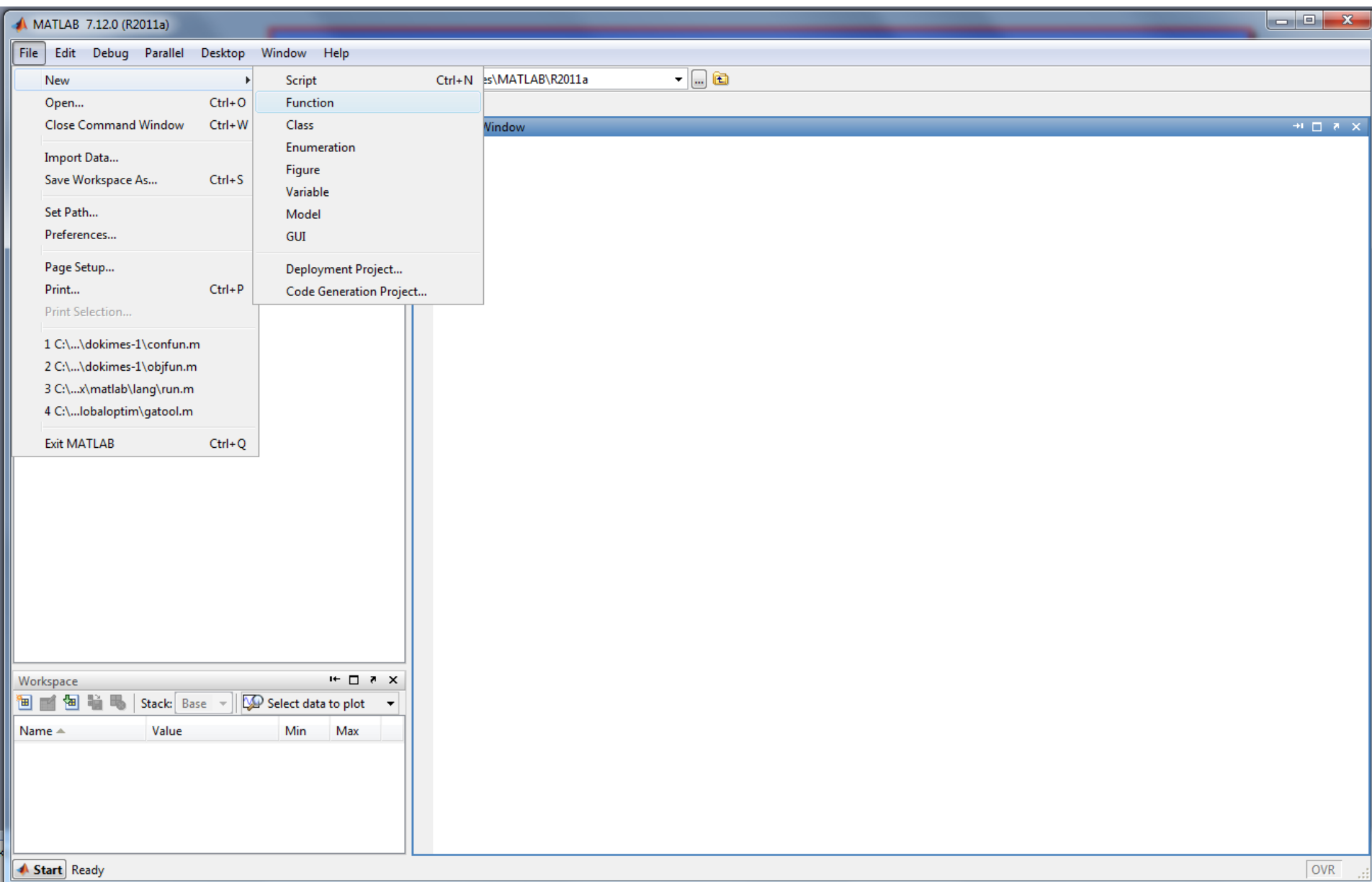
Βελτιώσεις Γενετικών Αλγορίθμων

1. Ελιτισμός, σύμφωνα με τον οποίο ένα ή περισσότερα από τα πιο κατάλληλα άτομα του πληθυσμού περνούν άμεσα στην επόμενη γενιά.
2. Επιλογή συγκεκριμένων ατόμων του πληθυσμού κατά τη διαδικασία της επιλογής, σύμφωνα με την οποία το καλύτερο άτομο επιλέγεται πάντα ως ένας εκ των 2 γονέων.

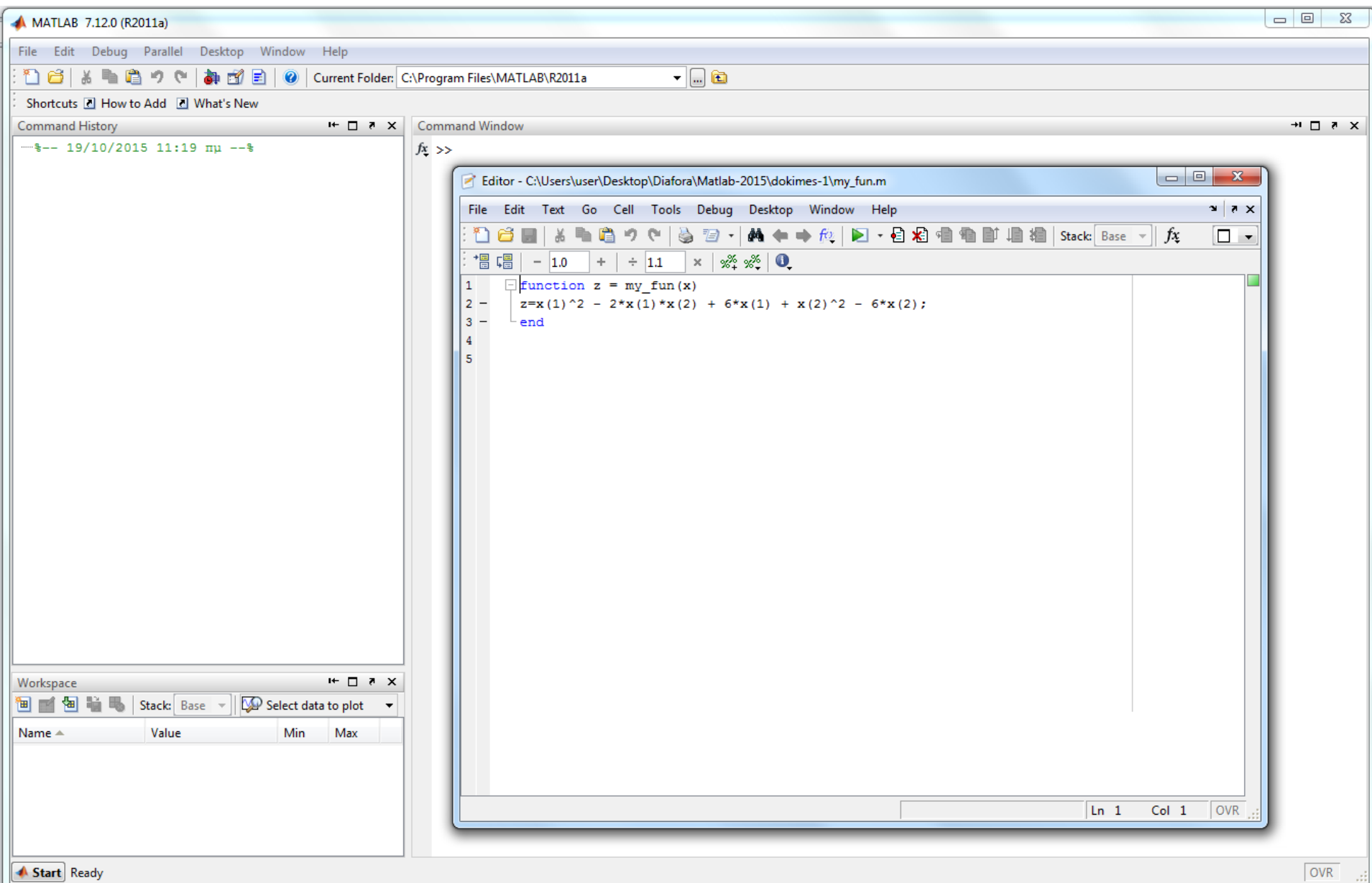
Γενετικοί Αλγόριθμοι - Matlab



Γενετικοί Αλγόριθμοι - Matlab



Γενετικοί Αλγόριθμοι - Matlab

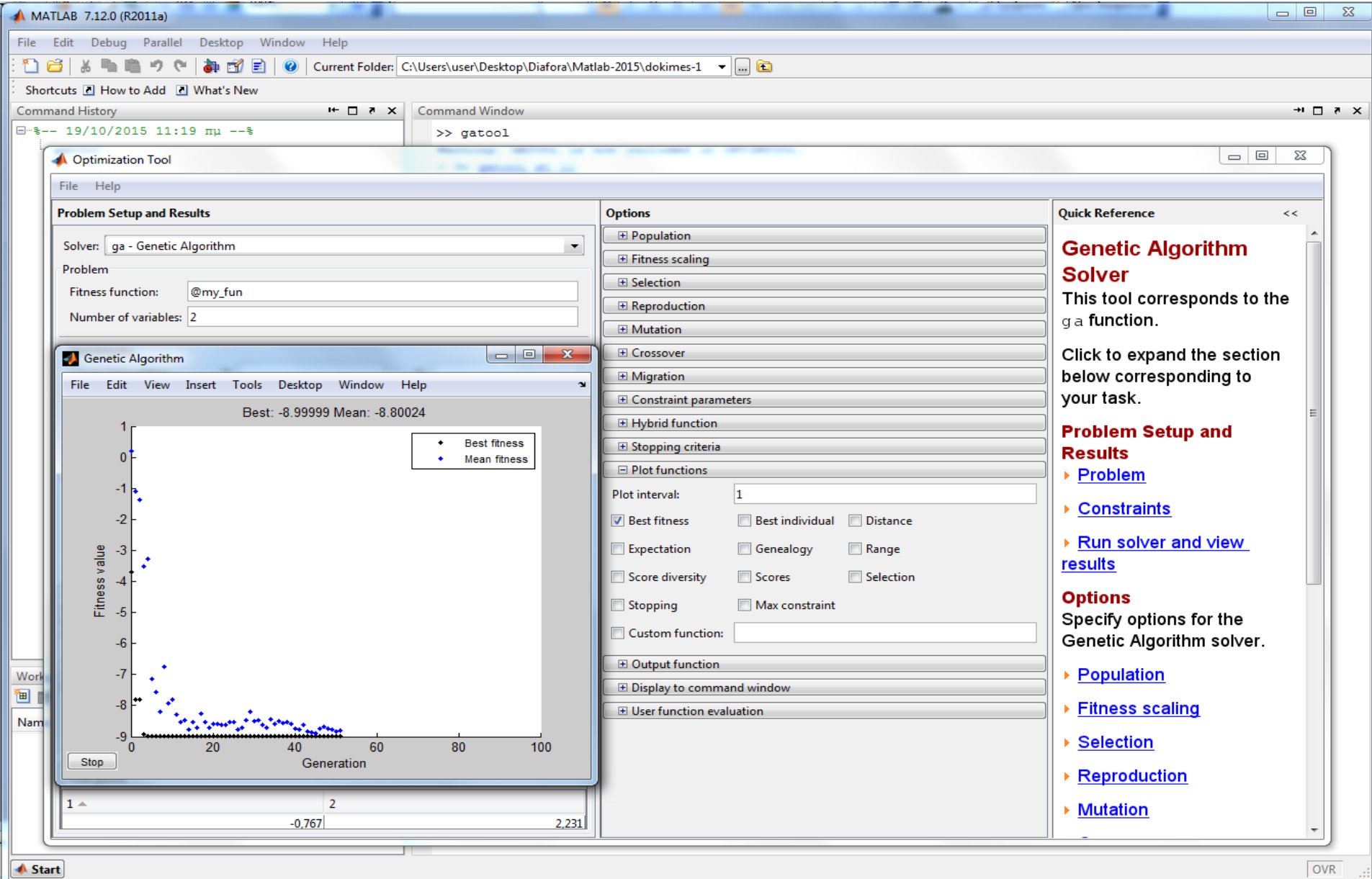


Γενετικοί Αλγόριθμοι - Matlab

The screenshot displays the MATLAB 7.12.0 (R2011a) environment. The Command Window shows the execution of the `gatool` command, which opens the Optimization Tool. The Optimization Tool window is divided into several sections:

- Problem Setup and Results:** The Solver is set to "ga - Genetic Algorithm". The Problem section shows the Fitness function as `@my_fun` and the Number of variables as 2. The Constraints section includes fields for Linear inequalities (A, b), Linear equalities (Aeq, beq), Bounds (Lower, Upper), and a Nonlinear constraint function. The "Run solver and view results" section has a checkbox for "Use random states from previous run" and buttons for "Start", "Pause", "Stop", and "Clear Results". The "Current iteration" field is empty.
- Options:** This section contains several expandable panels:
 - Population:** Population type is "Double vector", Population size is "Use default: 20", and Creation function is "Constraint dependent".
 - Initial population:** "Use default: []".
 - Initial scores:** "Use default: []".
 - Initial range:** "Use default: [0;1]".
 - Fitness scaling:** Scaling function is "Rank".
 - Selection:** Selection function is "Stochastic uniform".
 - Reproduction:** (This panel is partially visible at the bottom).
- Quick Reference:** This panel provides a summary of the Genetic Algorithm Solver, stating that it corresponds to the `ga` function. It includes links to expand sections: "Problem", "Constraints", "Run solver and view results", "Options", "Population", "Fitness scaling", "Selection", and "Reproduction".

Γενετικοί Αλγόριθμοι - Matlab



Τέλος παρουσίασης

