$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B} \Rightarrow \frac{F}{l} = IB$$

με $\vec{f} = \frac{\vec{F}}{l}$

Η γραμμική πυκνότητα μάζας του σύρματος είναι $\mu = 0{,}5\,g/cm$ και το $I = 2A$.

Για να ανυψώνεται το σύρμα θα πρέπει (από 2ο Ν. Newton):

$$\Sigma F_z = ma \geq 0 \Rightarrow$$

$$f - \mu g \geq 0 \Rightarrow IB \geq \mu g \Rightarrow \boxed{B \geq \frac{\mu g}{I}}$$

προσοχή στην αντικατάσταση των μονάδων!

Νόμος των Biot-Savart (Πηγές μαγνητικού πεδίου) Μόνον οι ασκήσεις που λύθηκαν στο αμφιθέατρο.

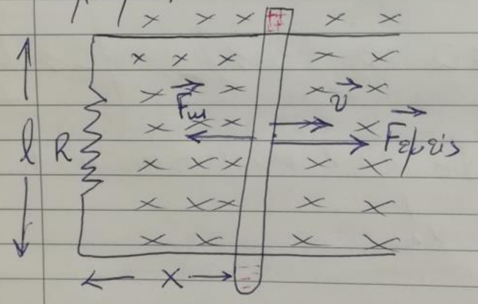
→

(26)

Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή:

- Κίνηση αγώγιμης ράβδου εντός μαγνητικού πεδίου.
- Κίνηση αγώγιμης ράβδου εντός μαγνητικού πεδίου ούτως ώστε να κλείνει ηλεκτρικό κύκλωμα:

Σχήμα:



$$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi\alpha\gamma} = -\frac{d\Phi_{\mu}}{dt}$$

$$\Phi_{\mu} = B \cdot S = B l x$$

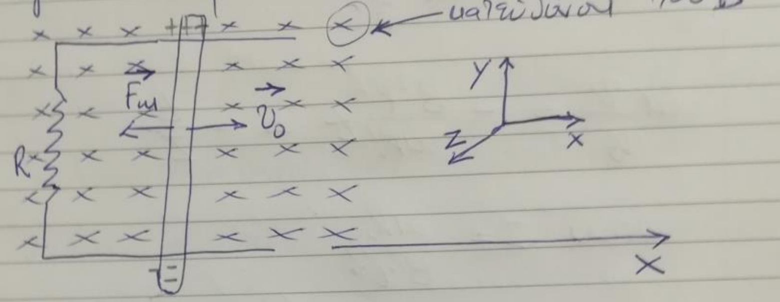
άρα $\mathcal{E}_{\varepsilon\pi\alpha\gamma} = -Bl\frac{dx}{dt} = -Blv$

- Προσδιορισμός της $\mathcal{E}_{\varepsilon\pi\alpha\gamma}$.
- —″— της F_{μ} (μαγνητικής)
- —″— του ρεύματος $I_{\varepsilon\pi\alpha\gamma}$ που διαρρέει το κύκλωμα.
- —″— ισχύος που καταναλώνεται πάνω στην R. Από πού προέρχεται

αυτό?

Άσκηση:

Μαγνητική δύναμη σε ολισθαίνουσα ράβδο.



Λύση: Πάνω στη ράβδο πραγματοποιείται διαχωρισμός των φορτίων λόγω της δύναμης $\vec{F}_{μαγ} = q\vec{v}\times\vec{B}$ οπότε ~~[illegible]~~ τελικά αναπτύσσεται $\mathcal{E}_{επαγ}$.

$\vec{F}_m = I\vec{l}\times\vec{B} \Rightarrow \vec{F}_m = IBl(-\hat{x})$, $\vec{v} = v_0\hat{x}$

$\Sigma F_x = ma \Rightarrow m\frac{dv}{dt} = -IlB$ (1), αφού η μοναδική δρώσα δύναμη κατά τον άξονα x είναι η $\vec{F}_m$.

$I = \frac{Blv}{R}$ (2), άρα (1) $\xRightarrow{(2)} m\frac{dv}{dt} = -\frac{B^2l^2}{R}v$

(28)

$$\frac{dv}{v} = -\frac{B^2 l^2}{mR} dt \Rightarrow$$

$$\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v} = \frac{-B^2 l^2}{mR} \int_0^t dt \Rightarrow$$

$$\ln\frac{v}{v_0} = -\frac{B^2 l^2}{mR} t = -\frac{t}{\tau}$$

όπου $\tau = \frac{mR}{B^2 l^2}$

Τελικά: $\frac{v}{v_0} = e^{-t/\tau} \Leftrightarrow v = v_0 e^{-t/\tau}$

Άρα $I = \frac{Blv}{R} = \frac{Blv_0}{R} e^{-t/\tau}$

$$\mathcal{E}_{επαγ} = I \cdot R = B l v_0 e^{-t/\tau}$$

και $\vec{F}_m = IBl(-\hat{x}) = \frac{B^2 l^2 v_0}{R} e^{-t/\tau} (-\hat{x})$

Η μαγνητική δύναμη $\vec{F}_m$ δρα ~~...~~ αντίθετα προς την κίνηση οπότε προκαλεί επιβράδυνση με $\vec{a}_m = \frac{B^2 l^2}{mR} v_0 e^{-t/\tau} (-\hat{x})$

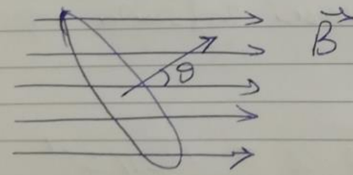
Λόγω όμως της μείωσης της ταχύτητας η F_m επίσης μειώνεται, το ίδιο και η $\mathcal{E}_{\varepsilon\pi\alpha\gamma}$ και το $I_{\varepsilon\pi\alpha\gamma}$.

→ Κυκλώματα R-C, R-L συνεχούς ρεύματος

- φόρτιση - εκφόρτιση πυκνωτή
- R-L κλείσιμο και άνοιγμα διακόπτη.

→ Επαγωγή κ' Εναλλασσόμενα

Μαγνητική ροή διά μέσου βρόχου που στρέφεται εντός σταθερού χωρικά και χρονικά μαγν. πεδίου.



$$\left.\begin{aligned} \Phi_m &= BA\cos\theta \\ \theta &= \omega t \end{aligned}\right\}$$

$$\Phi_m = BA\cos\omega t.$$

εάν οι βρόχοι είναι N σε πλήθος τότε:

$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_m}{dt} = -NAB\frac{d}{dt}(\cos\omega t)$$

$$= NAB\omega\sin(\omega t), \quad \mathcal{E}_{max} = NAB\omega$$

Άσκηση.

Μία γεννήτρια παραγωγής εναλλασσόμενου ρεύματος αποτελείται από 8 σπείρες επιφάνειας $A = 0,09 m^2$ και αντίστασης $R = 12\ \Omega$ συνολικά.

Το πηνίο περιστρέφεται εντός μαγν. πεδίου $B = 0,5 T$. με συχνότητα 60Hz.

(a) Υπολογίστε την $\mathcal{E}(t)$ και $\mathcal{E}_{max}$.

(b) $I(t)$, I_{max}.

Λύση:

Υπολογίζουμε την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής πρώτα:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 60\ Hz = 120\pi\ s^{-1}$$

Κατόπιν $\mathcal{E}(t) = NAB\omega \sin(\omega t) =$

$$= 8(0,09 m^2)(0,5T)(120\pi s^{-1}) \sin(120\pi t)$$

$$= 136 \sin(120\pi t)\ \text{Volts}$$

(31)

$$I = \frac{\mathcal{E}(t)}{R_{ολ}} = \frac{136\,V}{12\,\Omega}\sin(120\pi t) =$$

$$= 11{,}3 \sin(120\pi t)\ A.$$

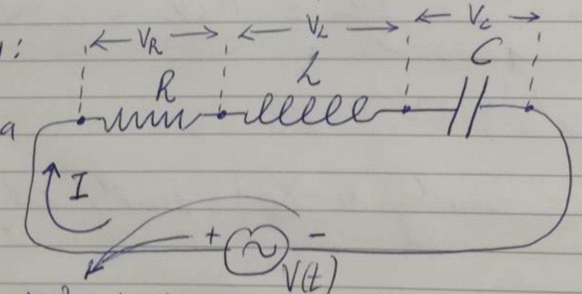
Εναλλασσόμενα

Κύκλωμα R-L-C εν σειρά

Άσκηση: Μελετήστε ένα κύκλωμα RLC με $R = 250\,\Omega$, $L = 0{,}6\,H$, $C = 3{,}5\,\mu F$, $f = 60\,Hz$ (συχνότητα) και $V_m = 150\,V$.

Λύση:

Σχήμα



Πολικότητα της πηγής την χρονική στιγμή t.

$2^{ος}$ Κ.Κ: $V(t) - V_R - V_L - V_C = 0$

Επαγωγική αντίσταση:

$X_L = \omega L = 226\,\Omega$

Χωρητική αντίσταση:

$X_C = \dfrac{1}{\omega C} = 758\,\Omega$

Σύνθετη αντίσταση (εμπέδηση):

$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} =$

$= \sqrt{(250\,\Omega)^2 + (226 - 758)^2} = 588\,\Omega$

Άρα $I_m = \dfrac{V_m}{Z} = \dfrac{150V}{588\,\Omega} = 0{,}255\,A$

μέγιστο ρεύμα.

$\phi = \tan^{-1}\left(\dfrac{X_L - X_C}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\dfrac{226-758}{250}\right)$

$\Rightarrow \boxed{\phi = -64{,}8^\circ}$ αυτή είναι η

διαφορά φάσεως ανάμεσα στο ρεύμα

που διαρρέει το κύκλωμα και την

εφαρμοζόμενη τάση της πηγής.

(33)

Η $\phi < 0$ διότι η $X_C > X_L$ οπότε τελικά το ρεύμα προηγείται της εφαρμοζόμενης τάσης (δες τα τη θεωρία από βιβλίο και σημειώσεις παραδόσεων).

$$V_R(t) = I_m R \sin(\omega t) = 63{,}8 \sin(120\pi t)\ V$$

$$V_L(t) = I_m X_L \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = 57{,}6 \cos(120\pi t)\ V$$

$$V_C(t) = I_m X_C \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = (-193) \cos(120\pi t)\ V$$

Άρα $V(t) = V_R(t) + V_L(t) + V_C(t)$

ή $V(t) = V_m \sin(\omega t - \phi) = 150 \sin(120\pi t - 64{,}8^\circ)$

$$\left.\begin{array}{l} 2\pi\,\text{rad} \rightarrow 360^\circ \\ x\,\text{rad} \leftarrow 64{,}8^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{x = \frac{2\pi \cdot 64{,}8}{360}\ \text{rad}}$$

Άρα $V(t) = 150 \sin\left(120\pi t - \frac{\pi \cdot 64{,}8}{180}\right)\ V.$

Ισχύς

Μέση ισχύς:

$$P_{average} = P_{av} = \frac{1}{2} I_m V_m \cos\phi =$$

$$= I_{rms} V_{rms} \cos\phi.$$

$$I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}.$$

Υπολογίστε την P_{av} που παρέχεται στο κύκλωμα R-L-C της προηγούμενης άσκησης.

Λύση:

$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{150}{\sqrt{2}} = 106V,$$

$$I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{V_m/Z}{\sqrt{2}} = \frac{0,255A}{\sqrt{2}} = 0,180A$$

Προσοχή όμως: $\phi = -64,8^o$

επομένως ο συντελεστής ισχύος $\cos\phi$ είναι $\cos(-64,8^o) = 0,426$ και άρα $P_{av} = I_{rms} V_{rms} \cos\phi =$

$= (0{,}180A)(106V)(0{,}426) = 8{,}13W.$

Παρατηρούμε ότι $P_{av} = I_{rms}^2 R =$

$= (0{,}180A)^2 \cdot 250 = 8{,}13\,W$

Κυματική

Άσκηση (1) στα αρμονικά κύματα:

Η εξίσωση ενός γραμμικού αρμονικού κύματος είναι:

$$y = f(x,t) = -10\sin[2\pi(10x - 5t)] \quad (1)$$

όπου $y\,(cm)$, $x\,(m)$, $t\,(sec)$.

Να βρείτε:

α) Την ταχύτητα διάδοσης του κύματος και την εγκάρσια ταχύτητα ταλάντωσης του ελαστικού μέσου.

β) Την απόσταση δύο σημείων που κάποια χρονική στιγμή παρουσιάζουν διαφορά φάσης $-\Delta\phi = \frac{3\pi}{4}$ rad γ) Τη διαφορά φάσης ενός σημείου τις χρονικές στιγμές $t_1 = 5s$ και $t_2 = 8s$.

ε) Να αποδείξετε ότι η (1) επαληθεύει την κυματική εξίσωση. Ποια είναι η έκφραση και η φυσική σημασία του κυματάριθμου k?

Λύση:

$$(1) \Rightarrow f(x,t) = -10\sin[2\pi(10x - 5t)] =$$

$$= 10\sin[2\pi(5t - 10x)] \quad (2), \text{ αφού}$$

$-\sin\phi = \sin(-\phi)$

Η εξίσωση του αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά την θετική φορά του άξονα x είναι:

$$f(x,t) = A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right] \quad (3) =$$

$$= A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) =$$

$$= A\sin(\omega t - kx)$$