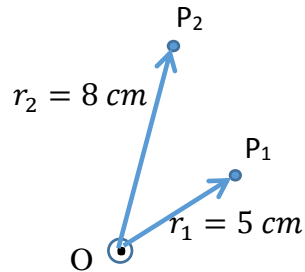


1) Στο διάγραμμα που ακολουθεί ένα ευθύγραμμο μακρύ καλώδιο τέμνει κάθετα στη σελίδα στο σημείο Ο και μεταφέρει ρεύμα 10 A που κατευθύνεται έξω από τη σελίδα (προς τον αναγνώστη). (α) Υπολογίστε τα μαγνητικά πεδία B_1 και B_2 σε Tesla στα σημεία P_1 και P_2 . (β) Σχεδιάστε τα διανύσματα \vec{B}_1 και \vec{B}_2 στο χαρτί (γ) Βρείτε τη γωνία φ_1 μεταξύ του B_1 και του r_1 και ομοίως τη γωνία φ_2 μεταξύ B_2 και r_2



Λύση:

α) Από τον νόμο των Biot-Savart :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Η ακτίνα των δύο κύκλων είναι

$$r_1 = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}$$

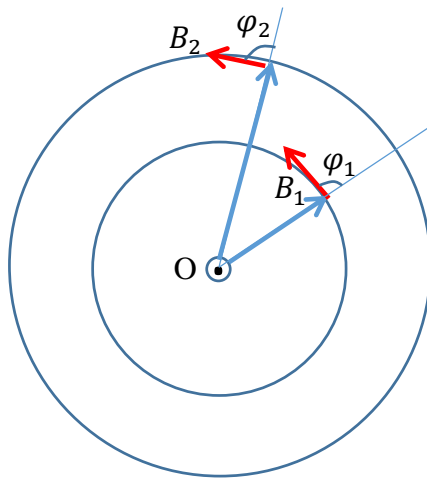
$$r_2 = 8 \text{ cm} = 0.08 \text{ m}$$

Οπότε

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10}{2\pi \times 0.05} = 4 \times 10^{-5} \text{ T}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10}{2\pi \times 0.08} = 2.5 \times 10^{-5} \text{ T}$$

β) Οι δυναμικές γραμμές είναι ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο επάνω στον αγωγό όπως οι κύκλοι στο παρακάτω σχήμα και τα \vec{B}_1 και \vec{B}_2 πρέπει να είναι εφαπτόμενα σε αυτές:



γ) Σε ένα κύκλο, η ακτίνα του τέμνει πάντα κάθετα την εφαπτομένη και έτσι $\varphi_1 = \varphi_2 = 90^\circ$

2) Ένα τμήμα ευθύγραμμου σύρματος μήκους 10 cm φέρει ρεύμα 3.0 A με φορά βορειοδυτική και γωνία 52° σε σχέση με ένα μαγνητικό πεδίο \vec{B} που βλέπει προς δυσμάς.

α) Ποιο πρέπει να είναι το μέτρο του \vec{B} ώστε να δρα μια δύναμη 0.6 N στο κομμάτι αυτό του σύρματος;

β) Ποια είναι η κατεύθυνση της δύναμης;

Λύση: Η δύναμη σε ένα ευθύ ρευματοφόρο καλώδιο ισούται με

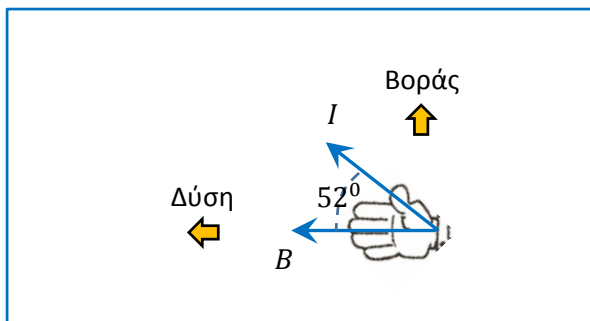
$$F = BIL\sin\theta$$

Σε αυτό το πρόβλημα έχουμε δύναμη $F = 0.6\text{ N}$, ρεύμα $I = 3\text{ A}$, μήκος $L = 10\text{ cm} = 0.1\text{ m}$ και γωνία $\theta = 52^\circ$. Μετατρέποντάς τα όλα σε μονάδες SI

$$0.6 = B \times 3 \times 0.1 \times \sin 52^\circ \Rightarrow$$

$$B = \frac{0.6}{3 \times 0.1 \times \sin 52^\circ} = 2.54\text{ T}$$

β) Χρησιμοποιώντας τον κανόνα της δεξιάς παλάμης, έχουμε το B κατά μήκος των τεσσάρων δακτύλων, I κατά μήκος του αντίχειρα και η δύναμη πάντα κάθετη στην παλάμη. Έτσι:



Όπως φαίνεται και στο παραπάνω σχήμα, η παλάμη δείχνει προς τα έξω σε αυτό το παράδειγμα και άρα η κατεύθυνση της δύναμης είναι έξω από τη σελίδα

3) Ένας κυκλικός συρμάτινος βρόχος έχει ακτίνα 0.357 cm . Το επίπεδο του βρόχου σχηματίζει γωνία 35° με ένα μαγνητικό πεδίο 0.45 T . Ποια είναι η ροπή στο βρόχο εάν το ρεύμα που τον διαρρέει είναι ίσο με 6.0 A ;

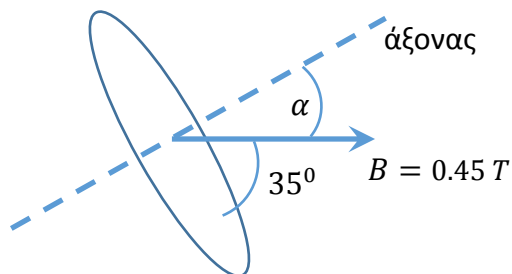
Λύση:

Η ροπή σε ένα ρευματοφόρο πλαίσιο με N σπείρες μέσα σε μαγνητικό πεδίο B είναι ίση με

$$\tau = NBAI \sin \alpha$$

Σε αυτό το πρόβλημα έχουμε, μαγνητικό πεδίο $B = 0.45 \text{ T}$ και αριθμό σπειρών $N = 1$. Το εμβαδό του κύκλου είναι ίσο με $A = \pi R^2 = \pi(0.357)^2 = 0.40 \text{ cm}^2 = 4 \times 10^{-5} \text{ m}^2$ και το ρεύμα είναι $I = 6 \text{ A}$.

Προσοχή όμως, η γωνία είναι $\alpha = 90 - 35 = 55^\circ$ (η γωνία ορίζεται ως προς την κάθετο στο πλαίσιο, που εδώ είναι ο άξονας του βρόχου και όχι ως προς το επίπεδο του πλαισίου). Μετατρέποντάς τα όλα σε μονάδες SI



$$\tau = NBAI \sin \alpha = 0.45 \times 4 \times 10^{-5} \times 6 \times \sin 55^\circ \Rightarrow$$

$$\tau = 8.85 \times 10^{-5} \text{ Nm}$$

4) Ένας ορθογώνιος συρμάτινος βρόχος με 5 σπείρες εμβαδού 0.06 cm^2 η καθεμία, τοποθετείται με το επίπεδό της κάθετα προς ένα σταθερό μαγνητικό πεδίο 5 mT . Ο βρόχος ξαφνικά τίθεται σε περιστροφή ώστε μετά από χρόνο of 0.2 s να έχει έρθει παράλληλα με το πεδίο. Εάν η μεταβολή της γωνίας είναι γραμμική με το χρόνο, ποια είναι κατ' απόλυτη τιμή η τιμή της επαγόμενης τάσης στο χρόνο των 0.2 s ;

Λύση: Σύμφωνα με τον νόμο του Faraday, η επαγόμενη τάση που παράγεται στις άκρες ενός πλαισίου με N σπείρες είναι ίση με

$$V = -\frac{d\Phi}{dt}$$

(Σημείωση: το d/dt συμβολίζει παράγωγο ως προς το χρόνο) όπου η μαγνητική ροή ισούται με

$$\Phi = NBA \cos \theta$$

Όλα είναι σταθερά εκτός από τη γωνία θ η οποία μεταβάλλεται γραμμικά με τον χρόνο δηλαδή $\theta = \lambda t$ οπότε

$$V = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(NBA \cos \theta)}{dt} = NAB \sin \theta \frac{d\theta}{dt} = NAB \lambda \sin \theta$$

Σε αυτό το πρόβλημα η αρχική γωνία είναι ίση με $\theta_1 = 0$ ενώ η τελική είναι $\theta_2 = \pi/2$ (θυμηθείτε ότι η γωνία ορίζεται ως προς την κάθετο στο πλαίσιο και όχι ως προς το επίπεδο του πλαισίου). Η κλίση λ ισούται από τα δεδομένα με $\lambda = (\pi/2 - 0)/0.2 = 7.85 \text{ rad/s}$.

Μετατρέποντάς τα όλα σε μονάδες SI

$$V = 5 \times 6 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-3} \times 7.85 \times \sin(\pi/2) = 1.18 \times 10^{-6} \text{ V}$$

5) Ένας κυκλικός βρόχος διαμέτρου 10 cm έχει 20 σπείρες και τοποθετείται κάθετα σε ένα μαγνητικό πεδίο το οποίο φθίνει τετραγωνικά με το χρόνο ως $B(T) = B_0 - \lambda t^2$. Εάν στο $t = 0$ το πεδίο είναι ίσο με 2 T και πέφτει στα 0.8 T σε 2 s , βρείτε την επαγόμενη τάση τη χρονική στιγμή 0.1 s .

Λύση:

Σύμφωνα με τον νόμο του Faraday

$$V = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(NBA\cos\theta)}{dt} = -NA\cos\theta \frac{dB}{dt}$$

Εδώ έχουμε $N = 20$ και $\cos\theta = 1$. Το εμβαδό είναι ίσο με

$$A = \pi R^2 = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4} \times 0.10^2 = 0.0785 \text{ m}^2$$

Η παραγωγή δίνει

$$\frac{dB}{dt} = \frac{d}{dt}(B_0 - \lambda t^2) = -2\lambda t$$

Έτσι

$$V(t) = 2NA\lambda t$$

Πρέπει να βρεθεί το λ . Από την αρχική τιμή στο $t = 0$ έχουμε $B_0 = 2 \text{ T}$ ενώ στο $t = 2 \text{ s}$ έχουμε

$$0.8 = 2 - 2^2\lambda \Rightarrow \lambda = 0.3 \text{ T/s}^2$$

Επομένως στο $t = 0.1 \text{ s}$

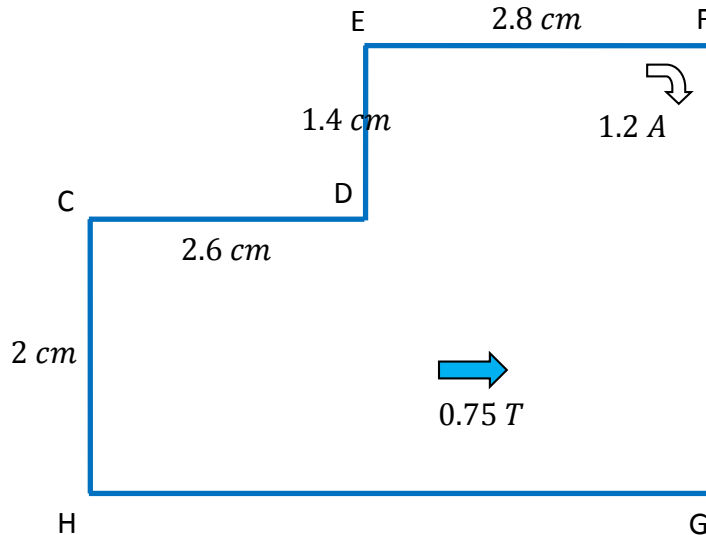
$$V(0.1) = 2 \times 20 \times 0.0785 \times 0.3 \times 0.1 = 0.0942 \text{ V}$$

6) Το παρακάτω συρμάτινο πλαίσιο διαρρέεται από ρεύμα 1.2 A με τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Ένα ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο 0.75 T εφαρμόζεται στο επίπεδο της σελίδας και οριζόντια. Υπολογίστε:

α) Τη δύναμη στο κάθε τμήμα του βρόχου, όπως τα CD, DE, EF κτλ.

β) Τη συνολική δύναμη στο βρόχο και

γ) Τη ροπή δύναμης στο βρόχο γύρω από άξονα που περνάει από τα σημεία E και D.



α) Οι δυνάμεις $F_{CD} = F_{EF} = F_{GH} = 0$ επειδή είναι παράλληλες στο B

Τις άλλες θα τις υπολογίσουμε από την σχέση $F = BIL$, με φορά που δίνεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού:

$$F_{HC} = 0.75 \times 1.2 \times 0.02 = 0.018\text{ N}, \text{ προς τα μέσα της σελίδας}$$

$$F_{DE} = 0.75 \times 1.2 \times 0.014 = 0.0126\text{ N}, \text{ προς τα μέσα της σελίδας}$$

Μήκος της FG ίσο με $2 + 1.4 = 3.4\text{ cm}$

$$F_{FG} = 0.75 \times 1.2 \times 0.034 = 0.0306\text{ N}, \text{ προς τα έξω της σελίδας}$$

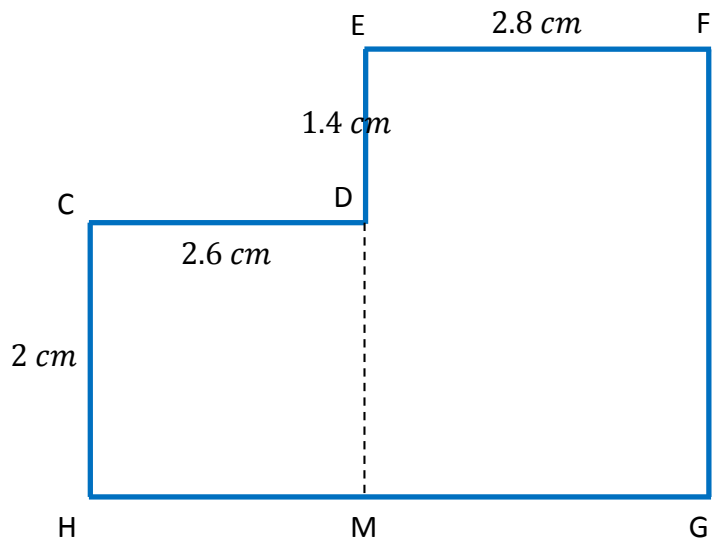
β) Αν χρησιμοποιήσουμε τη σύμβαση προσήμου (+) για "προς τα μέσα" και (-) για "προς τα έξω", έχουμε για τη συνολική δύναμη

$$F_{HC} + F_{DE} - F_{FG} = 0.018 + 0.0126 - 0.0306 = 0\text{ N}$$

γ) Η συνολική ροπή σε ένα βρόχο δίνεται από την

$$\tau = N B A \sin \alpha$$

Εδώ $N = 1$, $B = 0.75\text{ T}$ και γωνία $\alpha = 90^\circ$ αφού η κάθετος του πλαισίου είναι η κάθετος της σελίδας και το B είναι μέσα στη σελίδα. Για να βρούμε το εμβαδό χωρίζουμε την επιφάνεια του πλαισίου σε δύο ορθογώνια:



Επιφάνεια του CDMH = $0.026 \times 0.02 = 5.2 \times 10^{-4} m^2$

Επιφάνεια του EFGM = $0.028 \times (0.02 + 0.014) = 9.52 \times 10^{-4} m^2$

Συνολική επιφάνεια $A = 14.72 \times 10^{-4} m^2$. Έτσι

$$\tau = 0.75 \times 14.72 \times 10^{-4} = 1.1 \times 10^{-3} Nm$$

Φυσικά θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε ξεχωριστά την ροπή της κάθε δύναμης γύρω από τον δεδομένο άξονα και να τις προσθέσουμε μια-μια. Αφήνεται ως άσκηση να αποδειχθεί ότι τα δυο αποτελέσματα είναι τα ίδια.