1 Χορδή που βρίσκεται τανυσμένη επάνω στον άξονα x, είναι περιορισμένη μεταξύ δυο σημείων με συντεταγμένες $x_A = 1.5\,m$ και $x_B = 4.2\,m$. Αφού η χορδή διεγείρεται, παρατηρείται ότι σχηματίζεται κάποια ανώτερη αρμονική $n = 3$. Να βρεθεί η απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών δεσμών.

<u>Λύση</u>:

Το μήκος της χορδής είναι ίσο με

$$L = x_B - x_A$$

Η απόσταση μεταξύ δυο δεσμών είναι ίση με μισό μήκος κύματος. Στην αρμονική n, το μήκος κύματος ισούται με

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} = 2\frac{x_B - x_A}{n}$$

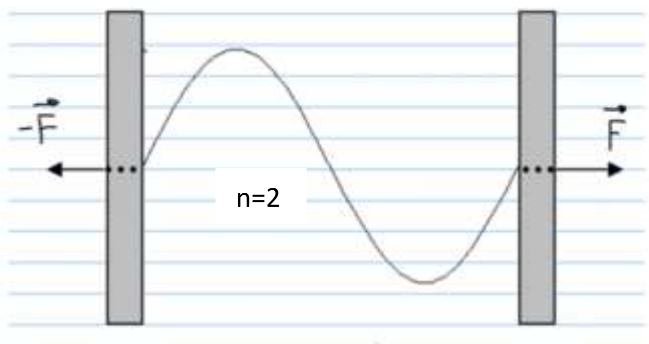
Επομένως η ζητούμενη απόσταση είναι ίση με

$$\Delta x = \frac{\lambda_n}{2} = \frac{x_B - x_A}{n}$$

Αντικαθιστώντας:

$$\Delta x = \frac{4.2 - 1.5}{3} = 0.9\,m$$

2 Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η 2η αρμονική ενός κύματος επάνω σε χορδή με γραμμική πυκνότητα μάζας $\mu = 10^{-4}\,kg/m$. Σε μια ανώτερη αρμονική n, η απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών δεσμών ισούται με $\Delta x = 0.4\,m$ και η χορδή είναι τανυσμένη με δύναμη $F = 4\,N$. Να βρεθεί η συχνότητα αυτής της αρμονικής (της n) σε Hz.



<u>Λύση</u>: Σε ένα κύμα, η απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών ελαχίστων είναι ίση με μισό μήκος κύματος και επομένως

$$\lambda_n = 2\Delta x = 0.8\,m$$

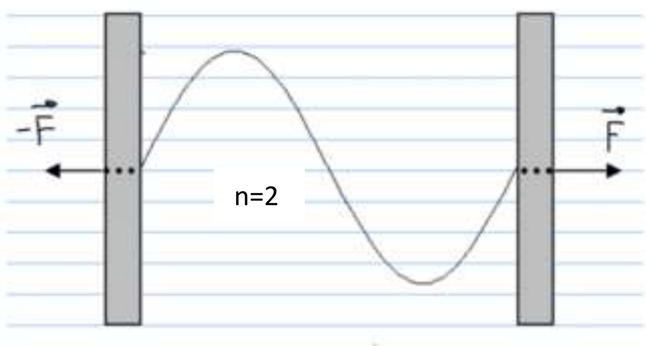
Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος σε χορδή ισούται με

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{4}{10^{-4}}} = 200\ m/s$$

Από την κυματική σχέση $v = f_n \lambda_n$ μπορούμε να λύσουμε ως προς τη συχνότητα

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{200}{0.8} = 250\ Hz$$

3 Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η 2η αρμονική ενός κύματος που διαδίδεται επάνω σε χορδή με γραμμική πυκνότητα μάζας $\mu = 2 \times 10^{-4}\ kg/m$ και μήκος $L = 0.8\ m$. Σε μια ανώτερη αρμονική n, ο λόγος του μήκους κύματός της δια το μήκος κύματος της 2ης αρμονικής είναι $\kappa = 0.4$. Η χορδή είναι τανυσμένη με δύναμη $F = 18\ N$. Ν βρεθεί η συχνότητα αυτής της αρμονικής (της n) σε Hz. Ποια είναι η συγκεκριμένη αρμονική;



<u>Λύση</u>:

Από το παραπάνω σχήμα έχουμε $\lambda_2 = L = 0.8\ m$. Από το δεδομένο λόγο:

$$\frac{\lambda_n}{\lambda_2} = \kappa => \lambda_n = \kappa L = 0.4 \times 0.8 = 0.32\ m$$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος σε χορδή ισούται με

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{18}{2 \times 10^{-4}}} = 300\ m/s$$

Από την κυματική σχέση $v = f_n \lambda_n$ μπορούμε να λύσουμε ως προς τη συχνότητα

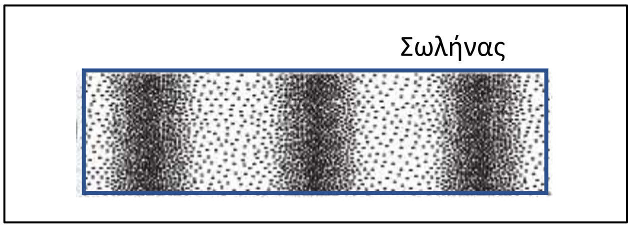
$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{300}{0.32} = 937.5\ Hz$$

Αφού το μήκος κύματος είναι αντιστρόφως ανάλογο με τον αριθμό αρμονικής n, τότε από το δεδομένο λόγο:

$$\frac{\lambda_n}{\lambda_2} = \kappa => \frac{2}{n} = \kappa => n = \frac{2}{\kappa} = \frac{2}{0.4} = 5$$

Επομένως πρόκειται για την 5η αρμονική.

4 Στο παραπάνω σχήμα εικονίζεται το στιγμιότυπο ενός στάσιμου ηχητικού κύματος που σχηματίζεται μέσα σε ένα κλειστό σωλήνα μήκους $L = 3\ m$ με αέριο στο εσωτερικό του. Οι σκούρες περιοχές αντιστοιχούν στα μηδενικά του κύματος (εκεί όπου ο όρος $sinkx$ του στάσιμου κύματος παίρνει την τιμή 0). Εάν $150\ Hz$ είναι η συχνότητα της θεμελιώδους (βασικής) αρμονικής, βρείτε την ταχύτητα του ήχου σε m/s μέσα στον σωλήνα.



<u>Λύση</u>:

Το στάσιμο κύμα έχει 4 κοιλίες (δυο που αντιστοιχούν σε $sinkx = 1$ και δυο ενδιάμεσα που αντιστοιχούν σε $sinkx = -1$). Έτσι πρόκειται για την $n = 4$ αρμονική. Η συχνότητά της είναι ίση με

$$f_5 = 4f_1 = 600\ Hz$$

Στην αρμονική n, το μήκος κύματος ισούται με

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

Επομένως

$$\lambda_4 = \frac{2 \times 3}{4} = \frac{6}{4} = 1.5\ m$$

Η ταχύτητα των κυμάτων είναι ίση με:

$$v = \lambda_4 f_4 = 1.5 \times 600 = 900\ m/s$$