1) Κύκλωμα R-L σε σειρά έχει $R = 4.33\ \Omega$, $L = 15\ mH$ και διαρρέεται από ρεύμα που δίνεται από την έκφραση $I = 1.5 sin(500t - \pi/3)$ όπου οι μονάδες του I είναι σε Ampere, ο χρόνος σε sec και η διαφορά φάσης είναι εν σχέση με την τάση της πηγής. Ζητούνται:

α. η σύνθετη αντίσταση Z (εμπέδηση) του κυκλώματος

β. ο μαθηματικός τύπος της στιγμιαίας τιμή της τάσης V_S της πηγής τροφοδοσίας

γ. οι τάσεις V_R,V_L

δ. το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων

<u>Λύση</u>:

α. Από το δεδομένο ρεύμα βλέπουμε ότι η κυκλική συχνότητα ισούται με $\omega = 500\ rad/s$ και έτσι η επαγωγική εμπέδηση ισούται με $Z_L = L\omega = 15\times10^{-3}\times500 = 7.5\ \Omega$. Επομένως η ολική εμπέδηση ισούται με

$$Z = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{4.33^2 + 7.5^2} = 8.66\ \Omega$$

β. Από το δεδομένο ρεύμα βλέπουμε ότι το μέγιστο ρεύμα ισούται με $I_0 = 1.5\ A$ και έτσι το πλάτος της τάσης V_S ισούται με $V_0 = I_0 Z = 1.5\times8.66\ = 13\ V$. Αφού $\omega = 500\ rad/s$ τότε

$$V_S = 13\ sin(500t) V$$

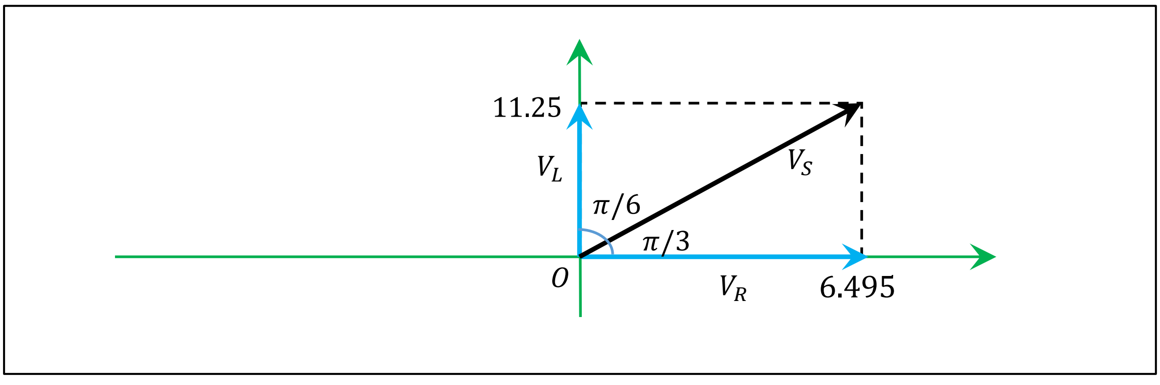
γ. Τα πλάτη των V_R και V_L υπολογίζονται από τις αντίστοιχες εμπεδήσεις:

$$V_{R0} = I_0 R = 1.5\times20 = \ 6.495\ V$$
$$V_{L0} = I_0 Z_L = 1.5\times7.5 = 11.25\ V$$

Η V_R έχει την ίδια φάση με το ρεύμα ενώ η V_L υπερτερεί της V_R κατά γωνία ίση με $\pi/2$. Έτσι:

$$V_R = V_{R0} sin(\omega t - \varphi) = 6.495\ sin\left(500t - \frac{\pi}{3}\right)\ V$$
$$V_L = V_{L0} sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) = 11.25\ sin\left(500t - \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right) = 11.25\ sin\left(500t + \frac{\pi}{6}\right)\ V$$

δ. Το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων είναι το εξής: Οι μονάδες στους άξονες είναι σε *Volts*. Βλέπουμε ότι εν σχέση με την V_S που πρέπει να την φανταστούμε ότι περιστρέφεται με κυκλική συχνότητα ω, η V_R υστερεί κατά γωνία $\pi/3$ ενώ η V_L υπερτερεί κατά $\pi/6$ ενώ συνολικά η διαφορά φάσης των V_L και V_R είναι ίση με $\pi/2$. Πρέπει να έχουμε κατά νου ότι το ρεύμα I είναι **πάντοτε** συμφασικό με την V_R και άρα και αυτό υστερεί κατά γωνία $\pi/3$ σε σχέση με την τάση της πηγής.



2) Κύκλωμα R-L σε σειρά διαρρέεται από ρεύμα ενεργής τιμής $0.5\ A$, με πηγή εναλλασσόμενης τάσεως $V_{rms} = 50\ V$ (ενεργός τιμή) και κυκλικής συχνότητας $\omega = 1000\ rad/sec$. Η τάση στα άκρα του πηνίου όπως μετριέται από βολτόμετρο είναι $20\ V$. Ζητούνται:
α. Η τάση στα άκρα της ωμικής αντίστασης εάν μετρηθεί με το ίδιο βολτόμετρο
β. Ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου L
γ. Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος
δ. Το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων και τη γωνία φ

Λύση:

α. Η δεδομένη τάση στα άκρα του πηνίου είναι ενεργός τιμή $V_{L,rms} = 10\ V$ αφού μετριέται με βολτόμετρο. Από τον ορισμό της εμπέδησης έχουμε

$$Z^2 = {Z_L}^2 + R^2$$

Εάν πολλαπλασιάσουμε αυτή την σχέση με το ${I_{rms}}^2$, τότε παίρνουμε την αντίστοιχη σχέση για τις ενεργές τιμές της τάσης

$${V_{rms}}^2 = {V_{L,rms}}^2 + {V_{R,rms}}^2$$

απ' όπου παίρνουμε

$$50^2 = 20^2 + {V_{R,rms}}^2 => V_{R,rms} = 45.8\ V$$

β. Από την $V_{L,rms} = I_{rms} Z_L$ μπορούμε να βρούμε την επαγωγική εμπέδηση

$$Z_L = \frac{20}{0.5} = 40\ \Omega$$

Από τον ορισμό της επαγωγικής εμπέδησης έχουμε:

$$Z_L = L\omega => L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{20}{1000} = 20\ mH$$

γ. Ομοίως μπορούμε να βρούμε την ολική εμπέδηση από την $V_{rms} = I_{rms} Z$

$$Z = \frac{50}{0.5} = 100\ \Omega$$

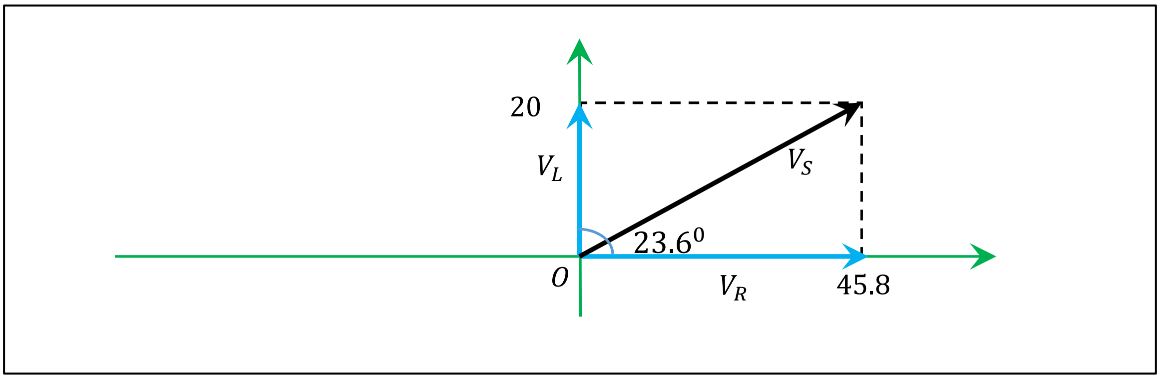
Τελικά από τον ορισμό της εμπέδησης έχουμε

$$Z^2 = {Z_L}^2 + R^2 => R = \sqrt{Z^2 - {Z_L}^2} = \sqrt{100^2 - 40^2} = 91.6\ \Omega$$

δ. Η γωνία φ ισούται με:

$$\varphi = tan^{-1}\frac{Z_L}{R} = tan^{-1}\frac{40}{91.6} = 23.6^0$$

Το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων (ενεργά μεγέθη) είναι το



3) Κύκλωμα R-C σε σειρά έχει $R = 20\,\Omega$, $C = 50\,\mu F$ και τροφοδοτείται από πηγή τάσης που περιγράφεται από την έκφραση $V_S = 120 sin(800t)$. Να βρεθούν:

α. Η σύνθετη αντίσταση Z του κυκλώματος
β. Ο μαθηματικός τύπος της στιγμιαίας τιμής του ρεύματος I
γ. Οι τάσεις V_R, V_C και οι αντίστοιχες ενεργές τιμές τους
δ. Το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων

Λύση:

α. Από τα δεδομένα $\omega = 800\, rad/s$ και έτσι

$$Z_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{50\times10^{-6}\times800} = 25\,\Omega$$

Από τον ορισμό της εμπέδησης έχουμε

$$Z = \sqrt{{Z_C}^2 + R^2} = \sqrt{25^2 + 20^2} = 32.0\,\Omega$$

β. Από τα δεδομένα το πλάτος της τάσης της πηγής είναι $V_0 = 120\,V$ και έτσι το πλάτος του ρεύματος ισούται με:

$$I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{120}{32} = 3.75\,A$$

Ο μαθηματικός τύπος της στιγμιαίας τιμής του ρεύματος I είναι ο ακόλουθος:

$$I = I_0\, sin(\omega t + \varphi)$$

Η γωνία φ δίνεται από την

$$tan\varphi = \frac{Z_C}{R} = \frac{25}{20} = 1.25$$

Λύνοντας $\varphi = 51.34\,^0 = 0.896\, rad$. Έτσι

$$I = I_0\, sin(\omega t + \varphi) = 3.75\, sin(800t + 0.896)$$

Σημείωση: Γιατί μετατράπηκε η φ σε ακτίνια; Απάντηση: Επειδή συνήθως το ω είναι σε ακτίνια/s. Εάν μας δινόταν σε μοίρες/s, πράγμα σπάνιο, τότε θα αφήναμε την φ σε μοίρες.

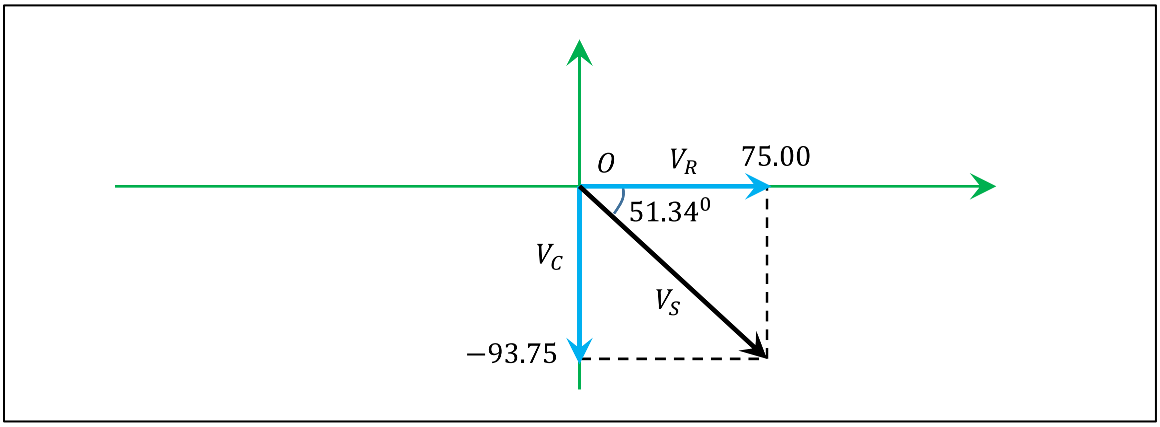
γ. Τα πλάτη των V_R και V_C υπολογίζονται από τις αντίστοιχες εμπεδήσεις:

$$V_{R0} = I_0 R = 3.75 \times 20 = 75\ V$$
$$V_{C0} = I_0 Z_C = 3.75 \times 25 = 93.75\ V$$

Η V_R έχει την ίδια φάση με το ρεύμα ενώ η V_C υπερτερεί της V_R κατά γωνία ίση με $\pi/2$. Έτσι:

$$V_R = V_{R0} sin(\omega t + \varphi) = 75 sin(800t + 0.896)$$
$$V_C = V_{C0} sin\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right) = 93.75\ \ sin\left(800t + 0.896 - \frac{\pi}{2}\right) = 93.75\ sin(800t - 0.675)$$

δ. Το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων είναι το εξής:



4) Κύκλωμα RLC σε σειρά έχει $R = 4\ \Omega$, $Z_L = 10\ \Omega$, $Z_C = 4\ \Omega$ και η ένδειξη του αμπερομέτρου είναι $0.5\ A$ και η αυτεπαγωγή του πηνίου $5\ mH$. Ζητούνται:

α. Η σύνθετη αντίσταση Z του κυκλώματος
β. Η ενεργός τιμή της τάσης της πηγής V_S του κυκλώματος
γ. Η γωνία θ
δ. Οι στιγμιαίες τάσεις V_R, V_L και V_C (ως εκφράσεις) και το διανυσματικό τους διάγραμμα και
ε. να χαρακτηριστεί η συμπεριφορά του κυκλώματος

<u>Λύση</u>:

α. Από την Εξ (60) στις σημειώσεις

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{4^2 + (10-4)^2} = 7.2\ \Omega$$

β. Το δεδομένο ρεύμα είναι από αμπερόμετρο οπότε είναι ενεργός τιμή. Από τον ορισμό της ολικής εμπέδησης $Z = V_0/I_0$ εάν διαιρέσουμε τόσο τον Αριθμητή όσο και τον παρονομαστή με $\sqrt{2}$ παίρνουμε:

$$Z = \frac{V_{S,rms}}{I_{rms}} => V_{S,rms} = Z I_{rms} = 7.2 \times 0.5 = 3.6\ V$$

γ. Από την Εξ (61) στις σημειώσεις

$$tan\theta = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{10-4}{4} = 1.5 => \theta = atan(1.5) = 56.3^0$$

δ. Από τα δεδομένα $L = 5\times10^{-3} H$ οπότε από την $Z_L = L\omega$ βρίσκουμε

$$\omega = \frac{Z_L}{L} = \frac{10}{5\times10^{-3}} = 2000\, rad/s$$

Το πλάτος του ρεύματος είναι ίσο με

$$I_0 = \sqrt{2} I_{rms} = 0.5\sqrt{2}$$

Τα αντίστοιχα πλάτη των τάσεων είναι:

$$V_{R0} = I_0 R = 2\sqrt{2}$$

$$V_{L0} = I_0 Z_L = 5\sqrt{2}$$

$$V_{C0} = I_0 Z_C = 2\sqrt{2}$$

Η γωνία θ σε ακτίνια ισούται με

$$\theta = \frac{56.3^0}{180^0} 3.14 = 0.98$$

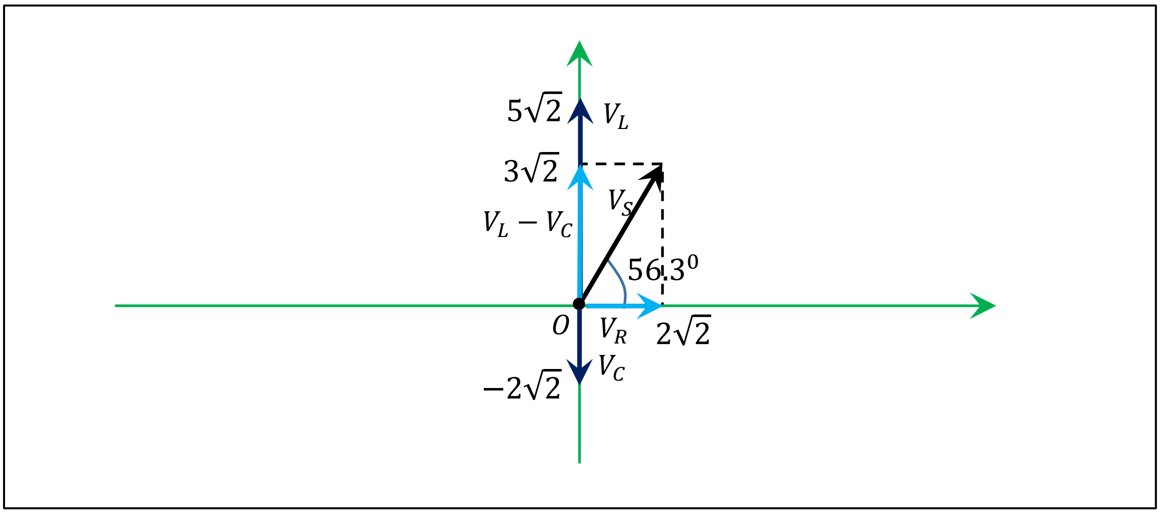
Η μαθηματική έκφραση των τάσεων είναι η εξής (Εξισώσεις 63, 64 και 65 στις σημειώσεις)

$$V_R = V_{R0} sin(\omega t - \theta) = 2\sqrt{2} sin(2000t - 0.98)$$

$$V_L = V_{L0} sin(\omega t - \theta + \pi/2) = 5\sqrt{2} sin(2000t + 0.59)$$

$$V_C = V_{C0} sin(\omega t - \theta - \pi/2) = 2\sqrt{2} sin(2000t - 2.55)$$

Το διάγραμμα των τάσεων είναι όπως παρακάτω. Επειδή η V_L είναι μεγαλύτερη από τις άλλες δυο τάσεις, η γωνία θ είναι μεγαλύτερη από 45^0 και το φορτίο είναι κυρίως "επαγωγικό" όπως λέμε.



5) Ένα ηλεκτρικό κύκλωμα αποτελείται από μια ωμική αντίσταση $R = 4\,\Omega$, ένα πηνίο με επαγωγική αντίσταση $Z_L = 10\,\Omega$ και έναν πυκνωτή με χωρητική αντίσταση $Z_C = 10\,\Omega$ συνδεδεμένα σε σειρά. Το κύκλωμα τροφοδοτείται από πηγή τάσης $120\, V$, $50\, Hz$. Να υπολογίσετε:

α. Τη σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος.

β. Την ενεργό τιμή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

γ. Να αναφέρετε πως συμπεριφέρεται το κύκλωμα (ωμικά, χωρητικά ή επαγωγικά);

δ. Να βρεθεί το γινόμενο LC

Λύση:

α. Από την Εξ (60) στις σημειώσεις

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{4^2 + (10 - 10)^2} = 4\,\Omega$$

β. Όταν η τάση δίνεται μαζί με την συχνότητα, η τάση είναι το πλάτος. Έτσι έχουμε $V_0 = 120\,V$ και $f = 50\,Hz$ οπότε $\omega = 2\pi f = 100\pi$. Το πλάτος του ρεύματος ισούται με

$$I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{120}{4} = 30\,A$$

γ. Αφού $Z_L = Z_C$ το κύκλωμα βρίσκεται σε συντονισμό με $\omega_0 = \omega = 100\pi$ και άρα συμπεριφέρεται καθαρά ωμικά

δ. Από την συνθήκη συντονισμού

$$Z_L = Z_C => L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0} => LC = \frac{1}{{\omega_0}^2} = \frac{1}{10^4\pi^2}$$

6) Κύκλωμα RLC σειράς έχει $R = 3\Omega$, $Z_L = 9\Omega$, $Z_C = 5\Omega$ και η ένδειξη του αμπερομέτρου είναι $2A$. Ο πυκνωτής του κυκλώματος έχει παράλληλους οπλισμούς οι οποίοι απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 0.8\,\mu m$ και έχουν εμβαδό $A = 0.1\,m^2$ ο καθένας. Ζητούνται: α) το πλάτος της τάσης της πηγής V_0, β) Οι στιγμιαίες τιμές των τάσεων V_R, V_L και V_C τη χρονική στιγμή $t = 20\,\mu s$ (θεωρώντας ότι στο $t = 0$ η στιγμιαία τιμή της πηγής τάσης είναι μηδέν).

Λύση:

α) Η εμπέδηση Z του κυκλώματος δίνεται από την

$$Z^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = 9 + 16 = 25 => Z = 5\,\Omega$$

Η τιμή του αμπερόμετρου είναι η ενεργός τιμή

$$I_{rms} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} => \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 2 => I_0 = 2\sqrt{2} = 2.83$$

Το πλάτος της τάσης της πηγής V_0 ισούται με

$$V_0 = I_0 Z = 2.83\times 5 = 14.15\,V$$

β) Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή με παράλληλους οπλισμούς δίνεται από την

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} = \frac{8.85\times 10^{-12}\times 0.1}{0.8\times 10^{-6}} = 1.11\,\mu F$$

Από την χωρητική εμπέδηση, μπορούμε να βρούμε το ω

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} => \omega = \frac{1}{CZ_C} = \frac{1}{1.11\times 10^{-6}\times 5} = 180\times 10^3\,rad/s$$

Η γωνία θ δίνεται από την

$$tan\theta = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{9-5}{3} = \frac{4}{3} => \theta = 0.927\,rad = 53.11^0$$

Η στιγμιαία τιμή του ρεύματος ισούται με

$$I = I_0 sin(\omega t - \theta)$$

οπότε

$$V_L = L\frac{dI}{dt} = L\omega I_0 cos(\omega t - \theta) = I_0 Z_L cos(\omega t - \theta)$$

$$V_R = IR = I_0 R sin(\omega t - \theta)$$

ενώ η τάση της πηγής είναι

$$V_s = V_0 sin\omega t$$

Στο $t = 2\times10^{-5}\ s$ έχουμε

$$V_L = I_0 Z_L cos(\omega t - \theta) = 2.83\times9\times cos(1.80\times2 - 0.927\ ) = -22.8\ V$$

$$V_R = IR = I_0 R sin(\omega t - \theta) = 2.83\times3\times sin(1.80\times2 - 0.927\ ) = 3.80\ V$$

$$V_s = V_0 sin\omega t = 14.15\ \times sin(1.80\times2) = -6.26\ V$$

7) Κύκλωμα RL σειράς με $R = 1.7\ \Omega$ και $L = 2.5\ mH$ τροφοδοτείται με μια πηγή που η τάση της περιγράφεται από την εξίσωση $V_s(t) = V_0 sin\omega t$ με $V_0 = 2.8\ V$ και περίοδο 12 ms. Ζητούνται α) οι ενεργές τιμές όλων των τάσεων στο κύκλωμα β) οι στιγμιαίες τάσεις V_R, V_L στο $t = 8\ ms$ γ) το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων δ) σε ποια χρονική στιγμή η στιγμιαία τιμή της τάσης του πηνίου είναι ίση με $V_L = 1.65\ V$ και

Απάντηση: α) 4.4, 2.33, $-3.10\ V$ β) 3.96, 5.32, 3.55 V γ) Το κύκλωμα είναι ελαφρά επαγωγικό με $\theta = 33.7^0$

Λύση:

α) Από την περίοδο $T = 12\ ms$ μπορούμε να βρούμε την κυκλική συχνότητα

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{12\times10^{-3}} = 523.6\ rad/s$$

Η επαγωγική εμπέδηση είναι ίση με

$$Z_L = L\omega = 2.5\times10^{-3}\times523.6 = 1.31\ \Omega$$

ενώ η συνολική εμπέδηση είναι ίση με

$$Z = \sqrt{R^2 + {Z_L}^2} = \sqrt{1.7\ ^2 + 1.31^2} = 2.15\ \Omega$$

Από το δεδομένο $V_0 = 2.6\ V$ και τον τύπο $V_0 = I_0 Z$ μπορούμε να βρούμε το πλάτος του ρεύματος

$$I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{2.8}{2.15} = 1.3\ A$$

Διαιρώντας όλα τα πλάτη με $\sqrt{2}$ παίρνουμε τις αντίστοιχες ενεργές τιμές (τις συμβολίζουμε με το σύμβολο "~"):

$$\tilde{V}_s = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = \frac{2.8}{\sqrt{2}} = 1.98\, V$$

$$\tilde{V}_R = \frac{V_{R0}}{\sqrt{2}} = \frac{I_0 R}{\sqrt{2}} = \frac{1.3 \times 1.7}{\sqrt{2}} = 1.56\, V$$

$$\tilde{V}_L = \frac{V_{L0}}{\sqrt{2}} = \frac{I_0 Z_L}{\sqrt{2}} = \frac{1.3 \times 1.31}{\sqrt{2}} = 1.20\, V$$

β) Η γωνία θ υπολογίζεται από την

$$tan\theta = \frac{Z_L}{R} = \frac{1.31}{1.7} => \theta = 0.656\, rad = 37.6^0$$

Τη χρονική στιγμή $t = 8\, ms$ έχουμε

$$V_R = I_0 R\, sin(\omega t - \theta) = 1.3 \times 1.7\, sin(523.6 \times 8 \times 10^{-3} - 0.656) = -0.84 \text{ V}$$

$$V_L = I_0 Z_L\, sin(\omega t - \theta + \pi/2) = 1.3 \times 1.31\, sin(523.6 \times 8 \times 10^{-3} - 0.656 + \pi/2) =>$$

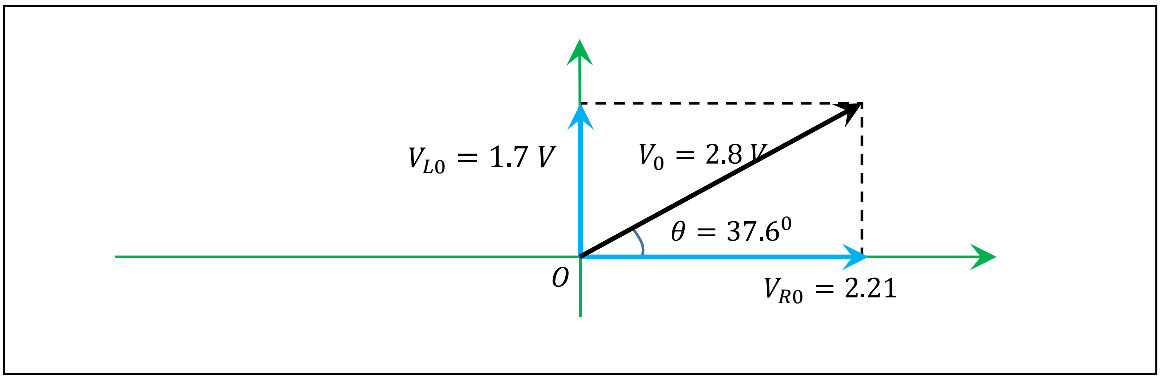
$$V_L = -1.57\, V$$

γ) Στο διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων βάζουμε τα πλάτη και τη γωνία θ. Τα πλάτη είναι ίσα με

$$V_0 = 2.8\, V$$

$$V_{R0} = I_0 R = 1.3 \times 1.7 = 2.21\, V$$

$$V_{L0} = I_0 Z_L = 1.3 \times 1.31 = 1.7\, V$$



Το κύκλωμα είναι ελαφρά επαγωγικό.

δ) Από την $V_L = 1.65\, V$ έχουμε

$$V_{L0}\, sin(\omega t - \theta + \pi/2) = 1.65 => 1.7\, sin(523.6 \times t - 0.656 + \pi/2) = 1.65 =>$$

$$523.6 \times t - 0.656 + \frac{\pi}{2} = sin^{-1}\left(\frac{1.65}{1.7}\right)$$

Λύνοντας ως προς t βρίσκουμε

$$t = 0.7885\ ms$$

8) Φοιτητής θέλει να ακούσει τον αγαπημένο του σταθμό στα 92.9 FM και για τον σκοπό αυτό θέλει να κατασκευάσει ένα κατάλληλο κύκλωμα συντονισμού. Για το σκοπό αυτό διαθέτει 2 αντιστάσεις $5\,\Omega$ και $12\,\Omega$, δυο πηνία $1\times10^{-9}\,H$ και $2\times10^{-9}\,H$ και έναν επίπεδο πυκνωτή με παράλληλους οπλισμούς εμβαδού $A = 0.1\ m^2$ ο καθένας, με μεταβλητή απόσταση d μεταξύ τους συνεχόμενα από $1\ \mu m$ έως $1.5\ \mu m$. Εξηγήστε πως πρέπει να κατασκευάσει το κύκλωμα αυτό χρησιμοποιώντας τα παραπάνω υλικά.

<u>Λύση</u>:

Μπορούμε επιλεκτικά να ενισχύσουμε την επιθυμητή συχνότητα με ένα κύκλωμα συντονισμού RLC με χαρακτηριστική κυκλική συχνότητα $\omega^2 = LC$ και αντίστοιχη συχνότητα

$$f^2 = \frac{1}{2\pi LC}$$

Για επίπεδο πυκνωτή

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

Οπότε

$$f^2 = \frac{d}{2\pi L\varepsilon_0 A} => d = 2\pi L\varepsilon_0 A f^2$$

Τέσσερις επιλογές για την αυτεπαγωγή, L_1, L_2 ο συνδυασμός σε σειρά (άθροισμα) $L_3 = L_1 + L_2$ και ο συνδυασμός παράλληλα $L_4 = L_1L_2(L_1 + L_2) = 2/3\times10^{-9}\ H$ (μικρότερη τιμή και από τα L_1 και L_2). Αντικαθιστώντας:

$$d_1 = 2\pi L_1\varepsilon_0 A f^2 = 2\pi\times1\times10^{-6}\times8.85\times10^{-12}\times0.1\times(92.9\times10^6)^2 \approx 0.48\ \mu m$$

$$d_2 = 2\pi L_2\varepsilon_0 A f = 2\pi\times2\times10^{-6}\times8.85\times10^{-12}\times0.1\times(92.9\times10^6)^2 \approx 0.96\ \mu m$$

$$d_3 = 2\pi L_3\varepsilon_0 A f = 2\pi\times3\times10^{-6}\times8.85\times10^{-12}\times0.1\times(92.9\times10^6)^2 \approx 1.44\ \mu m$$

$$d_4 = 2\pi L_4\varepsilon_0 A f = 2\pi\times2/3\times10^{-6}\times8.85\times10^{-12}\times0.1\times(92.9\times10^6)^2 \approx 0.32\ \mu m$$

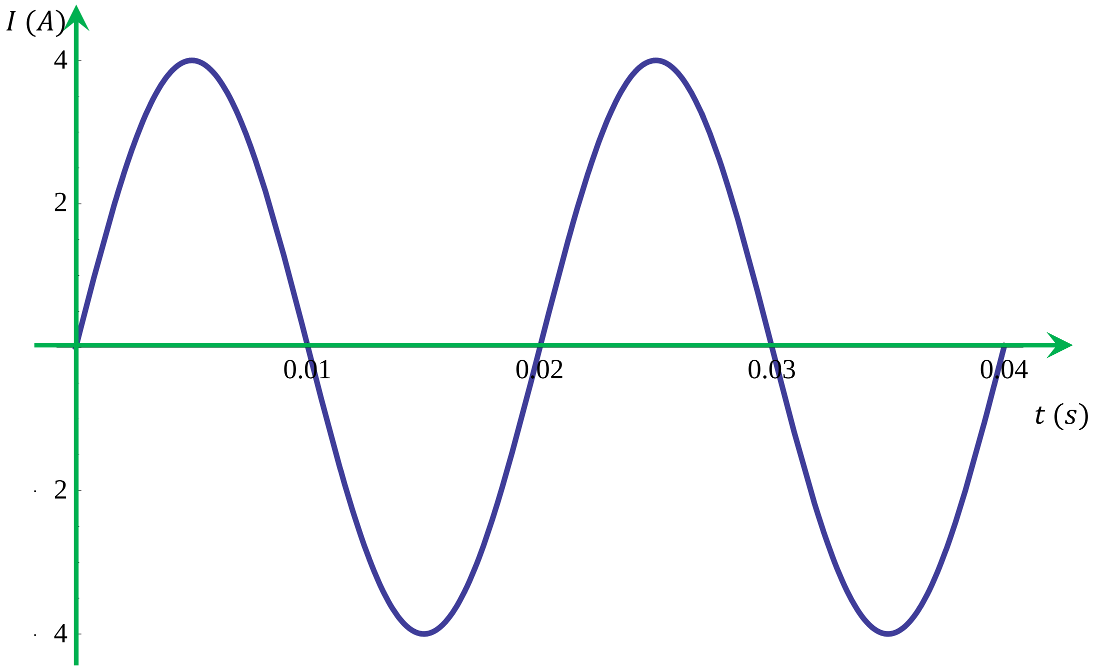
Επομένως μόνο με το συνδυασμό των δυο πηνίων σε σειρά μπορούμε να πετύχουμε το εύρος $1.0 - 1.5\ \mu m$ του πυκνωτή.

9) Κύκλωμα R-L σε σειρά έχει $R = 4\ \Omega$, $L = 4\ mH$ και διαρρέεται από το ρεύμα που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα όπου η αρχική φάση φ δεν δείχνεται για ευκολία (δηλαδή έχει μετατοπιστεί η γραφική παράσταση ώστε να περιέχει την αρχή των αξόνων αλλά θεωρήστε ότι υπάρχει $\varphi \neq 0$). Ζητούνται:

α. Οι τάσεις V_R, V_L και η τάση της πηγής (στιγμιαίες και ενεργείς τιμές)

β. το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων

γ. να χαρακτηριστεί η συμπεριφορά του κυκλώματος



<u>Λύση</u>:

Από τη γραφική παράσταση παίρνουμε την πληροφορία $I_0 = 4\ A$ και περίοδος $T = 0.02\ s$ οπότε

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.02} = \frac{\pi}{0.01} = 314\ rad/s$$

Η επαγωγική εμπέδηση ισούται με

$$Z_L = L\omega = 4\times 10^{-3}\times 314 = 1.256\ \Omega$$

Ολική εμπέδηση

$$Z = \sqrt{R^2 + {Z_L}^2} = \sqrt{4^2 + 1.256^2} = 4.192\ \Omega$$

Η γωνία ισούται με

$$\theta = atan\left(\frac{Z_L}{R}\right) = atan\left(\frac{1.256}{4}\right) = 0.304\ rad$$

Στιγμιαίες τιμές:

$$I = I_0\, sin(\omega t - \theta) = 4\, sin(314t - 0.304)$$

$$V_R = V_{R0}\, sin(\omega t - \theta) = I_0 R\, sin(\omega t - \theta) = 16\, sin(314t - 0.304)$$

$$V_S = V_0\, sin(\omega t) = I_0 Z\, sin(\omega t) = 16.77\, sin(314t)$$

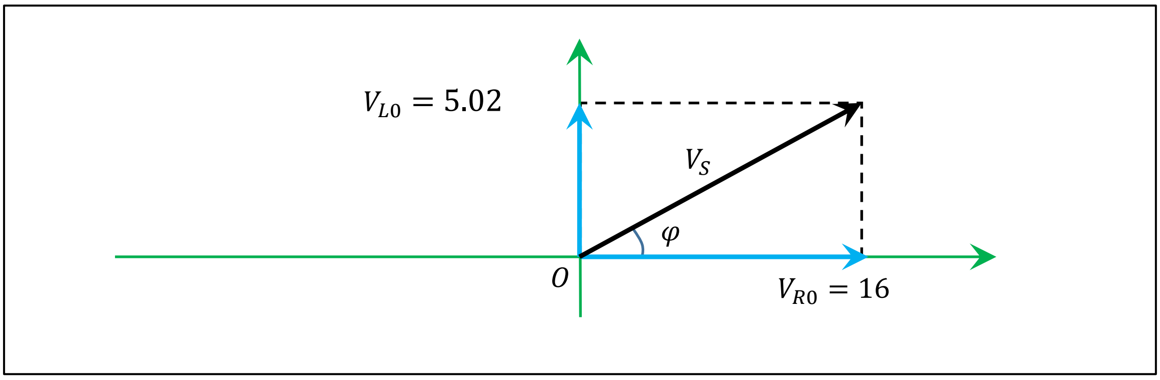
$$V_L = V_{L0}\, sin(\omega t - \theta + \pi/2) = I_0 Z_L\, sin(\omega t - \theta + \pi/2) = 5.02\, sin(314t + 1.267)$$

Ενεργές τιμές:

$$\tilde{V}_R = \frac{V_{R0}}{\sqrt{2}} = \frac{16}{\sqrt{2}} = 8.48\ V$$

$$\tilde{V}_S = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = \frac{16.77}{\sqrt{2}} = 11.86\ V$$

$$\tilde{V}_L = \frac{V_{L0}}{\sqrt{2}} = \frac{5.02}{\sqrt{2}} = 3.55\ V$$



Το κύκλωμα είναι ελαφρά επαγωγικό.