ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ

1) Μια θερμική μηχανή Carnot λειτουργεί μεταξύ μιας πηγής θερμότητας στα $1000\ K$ και μιας κρύας δεξαμενής στους $300\ K$. Εάν η θερμότητα παρέχεται με ρυθμό $800\ kJ/min$, να βρεθούν (α) η απόδοση της μηχανής και (β) η ισχύς εξόδου της μηχανής σε κιλο-$Watt$.

<u>Λύση</u>:

α) Η απόδοση μιας μηχανής Carnotείναι εξ' ορισμού ίση με:

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{300}{1000} = 0.7$$

δηλαδή 70%. Η ποσότητα Q_2είναι το εξερχόμενο ποσό θερμότητας προς την κρύα δεξαμενή ενώ το Q_1είναι το εισερχόμενο ποσό θερμότητας από την θερμή πηγή (συνήθως καύσιμο). Αντίστοιχα T_2 και T_1 είναι οι θερμοκρασίες της κρύας δεξαμενής και της θερμής πηγής.

β) Η παραπάνω σχέση γράφεται και ως:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{W}{Q_1}$$

όπου W είναι το παραγόμενο έργο της μηχανής. Λύνουμε ως προς Wκαι παίρνουμε ρυθμούς ως προς τον χρόνο Δt για να έχουμε

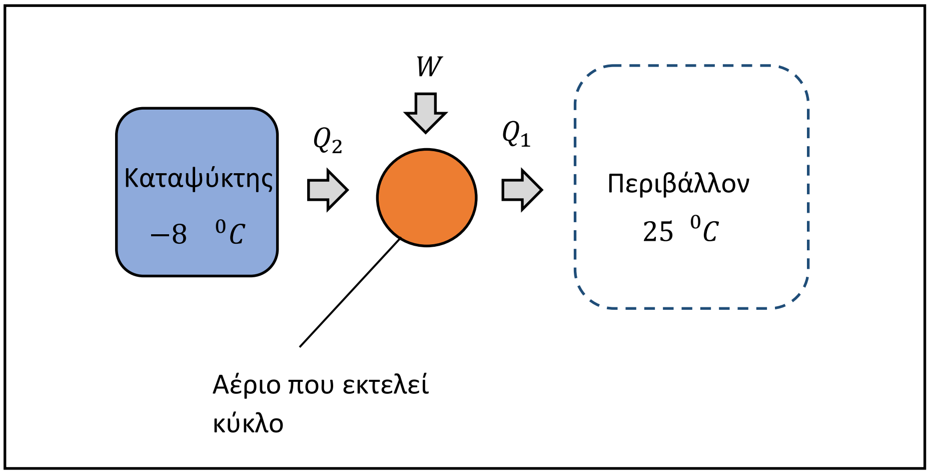
$$\frac{\Delta W}{\Delta t} = \eta \frac{\Delta Q_1}{\Delta t}$$

Από τα δεδομένα $\Delta Q_1/\Delta t = 800\ kJ/min$ οπότε

$$\frac{\Delta W}{\Delta t} = 560 \frac{kJ}{min} = 560 \frac{kJ}{60\ s} = 9.33\ kW$$

2) Ένα ψυγείο αφαιρεί θερμότητα από τον ψυχόμενο χώρο με ρυθμό $300\ kJ/min$ για να διατηρήσει τη θερμοκρασία του στους $-8\,°C$. Εάν ο αέρας που περιβάλλει το ψυγείο είναι στους $25\,°C$, να καθορισθεί η ελάχιστη ισχύς που απαιτείται για να λειτουργήσει αυτό το ψυγείο.

<u>Λύση</u>: Η απόδοση μιας μηχανής είναι εξ' ορισμού ίση με τον λόγο της ωφέλιμης ενέργειας προς την δαπανώμενη ενέργεια. Στις ψυκτικές μηχανές, αφαιρείται ένα ποσό θερμότητας Q_2 από μια περιοχή χαμηλής θερμοκρασίας T_2 (καταψύκτης) με την βοήθεια μιας μηχανικής αντλίας που παρέχει έργο W και εξάγεται ένα άλλο ποσό Q_1 στο περιβάλλον που βρίσκεται σε υψηλότερη θερμοκρασία T_1.



Το ωφέλιμο ποσό ενέργειας είναι το Q_2 ενώ το δαπανώμενο είναι το W και έτσι:

$$\eta = \frac{Q_2}{W}$$

Αυτά τα ποσά ενέργειας αναφέρονται σε ένα θερμοδυναμικό κύκλο ενός αερίου και έτσι η συνολική μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας είναι μηδέν, δηλαδή $\Delta U = 0$. Από τον 1ο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε

$$\Delta U = Q - (-W) = Q_2 - Q_1 + W = 0$$

Το έργο είναι αρνητικό επειδή προσφέρεται στο αέριο (θυμηθείτε ότι το έργο ορίζεται ως το έργο που είναι χρήσιμο για τον άνθρωπο). Αντιθέτως τα ποσά θερμότητας ορίζονται σε σχέση με το αέριο και έτσι το Q_1 είναι θετικό γιατί εισέρχεται στο αέριο ενώ το Q_2είναι αρνητικό γιατί εξάγεται προς το περιβάλλον. Συνδυάζοντας έχουμε

$$\eta = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$$

Εάν επιπλέον το αέριο εκτελεί κύκλο Carnot, τότε ο λόγος των ποσών θερμότητας είναι ίσος με τον λόγο των θερμοκρασιών και έτσι:

$$\eta = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

Αντικαθιστώντας τα δεδομένα

$$\eta = \frac{-8 + 273}{(25 + 273) - (-8 + 273)} = 8.03$$

Λύνουμε την αρχική έκφραση ως προς το έργο η οποία οδηγεί στην

$$W = \frac{Q_2}{\eta}$$

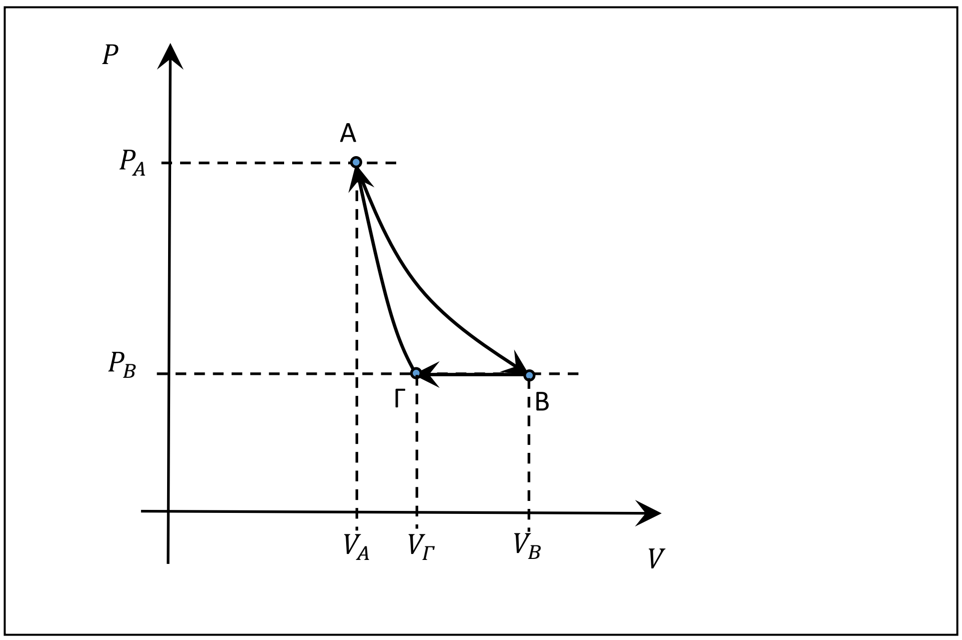
Παίρνοντας χρονικούς ρυθμούς, βρίσκουμε για την ισχύ $p = \Delta W/\Delta t$ το εξής αποτέλεσμα

$$p = \frac{1}{\eta}\frac{\Delta Q_2}{\Delta t}$$

Αντικαθιστώντας

$$p = \frac{1}{8.03}300\frac{kJ}{min} = \frac{300}{8.03}\frac{kJ}{60s} = 0.623\ kW$$

3) Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται ένα θερμοδυναμικός κύκλος που απαρτίζεται από μια ισόθερμη, μια αδιαβατική και μια ισόχωρη διεργασία ενός αερίου με γνωστό c_V. (α) Ταυτοποιήστε τις διαδικασίες (β) Υπολογίστε τα ποσά θερμότητας σε κάθε διεργασία (γ) Υπολογίστε την απόδοση της μηχανής.



Λύση:

α) Η ΒΓ είναι προφανώς η ισοβαρής. Από τις άλλες δυο, η αδιαβατική είναι η πιο απότομη και άρα είναι η ΓΑ που σημαίνει ότι η ΑΒ είναι ισόθερμη.

β) Για τα ποσά θερμότητας έχουμε τα εξής:

Διεργασία ΑΒ: Ισόθερμη Εκτόνωση, εισερχόμενο ποσό θερμότητας $Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB}$. Στην ισόθερμη $\Delta U_{AB} = 0$ οπότε

$$Q_{AB} = W_{AB} = nRTln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

όπου T είναι η θερμοκρασία της ισόθερμης την οποία μπορούμε να την υπολογίσουμε στο σημείο Β (ή στο σημείο Α από την καταστατική. Έτσι:

$$Q_{AB} = P_B V_B ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

Αυτή η θερμότητα είναι θετική αφού εισέρχεται στο αέριο αλλά για τον άνθρωπο είναι δαπανώμενη, δηλαδή πρέπει να την παρέχει στη μηχανή με κάποια διαδικασία π.χ. καύση.

Διεργασία ΒΓ: Ισοβαρής Ψύξη, εξερχόμενο ποσό θερμότητας $Q_{B\Gamma} = \Delta U_{B\Gamma} + W_{B\Gamma}$. Το έργο υπολογίζεται εύκολα από το εμβαδό $W_{B\Gamma} = P_B(V_\Gamma - V_B)$και είναι αρνητικό αφού έχουμε συμπίεση. Για την εσωτερική ενέργεια έχουμε

$$\Delta U_{B\Gamma} = nc_V \Delta T_{B\Gamma} = \frac{c_V}{R}(P_\Gamma V_\Gamma - P_B V_B) = \frac{P_B c_V}{R}(V_\Gamma - V_B)$$

Έτσι

$$Q_{B\Gamma} = \frac{P_B c_V}{R}(V_\Gamma - V_B) + P_B(V_\Gamma - V_B) = \frac{c_V + R}{R} P_B(V_\Gamma - V_B)$$

Προσέξτε ότι το $c_V + R$ είναι ίσο με c_Pκαι ότι η παραπάνω γράφεται και ως $Q_{B\Gamma} = nc_P \Delta T_{B\Gamma}$ όπως αναμένεται από τον ορισμό του c_P. Αυτή η θερμότητα είναι αρνητική αφού εξέρχεται από το αέριο

Διεργασία ΓΑ: Αδιαβατική συμπίεση, εξ' ορισμού $Q_{\Gamma A} = 0$

γ) Συντελεστής απόδοσης

Για την κυκλική διεργασία ΑΒΓΑ έχουμε: Από τον 1^o νόμο $Q_{AB\Gamma A} = \Delta U_{AB\Gamma A} + W_{AB\Gamma A}$. Όμως εφόσον η εσωτερική ενέργεια είναι καταστατική ποσότητα, στη διάρκεια ενός κύκλου $\Delta U_{AB\Gamma A} = 0$ οπότε

$$W_{AB\Gamma A} = Q_{AB\Gamma A} = Q_{AB} + Q_{B\Gamma} + Q_{\Gamma A} = Q_{AB} + Q_{B\Gamma}$$

Στην αδιαβατική ΓΑ όμως ισχύει εξ' ορισμού ότι $Q_{\Gamma A} = 0$

Ο ορισμός της απόδοσης για μια θερμική μηχανή είναι ίσος με τον λόγο του παραγόμενου έργου προς τη δαπανώμενη θερμότητα και έτσι:

$$\eta = \frac{W}{Q_{AB}} = \frac{Q_{AB} + Q_{B\Gamma}}{Q_{AB}} = 1 + \frac{Q_{B\Gamma}}{Q_{AB}}$$

Αντικαθιστώντας

$$\eta = 1 + \frac{(c_V + R)(V_\Gamma - V_B)}{R V_B ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)}$$