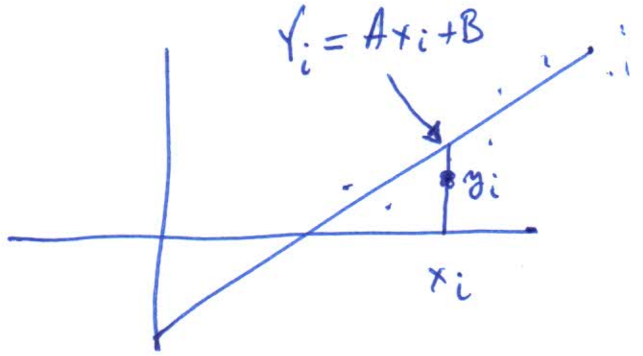
Βοήθημα για τη βέλτιστη (υπό την έννοια ελαχίστων τετραγώνων) ευθείας $Q = k H^n$, όταν το n είναι δεδομένο.

«Κλασσική» ευθεία ελαχίστων τετραγώνων



Έστω ευθεία $Y = AX + B$

Θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε το $\sum_{i=1}^{N} (Y_i - y_i)^2$ κτλ.

$$I = \sum_{i=1}^{N} (A x_i + B - y_i)^2$$

$$\frac{\partial I}{\partial A} = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{N} \cancel{2} (A x_i + B - y_i) x_i = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A \sum x_i^2 + B \sum x_i = \sum x_i y_i$$

$$\frac{\partial I}{\partial B} = 0 \Rightarrow \sum \cancel{2} (A x_i + B - y_i) = 0 \Rightarrow A \sum x_i + B N = \sum y_i$$

Άρα για να βρούμε τα A, B λύνουμε το σύστημα:

$$\left(\sum x_i^2\right) A + \left(\sum x_i\right) B = \sum x_i y_i$$

$$\left(\sum x_i\right) \quad + N B = \sum y_i$$

Συνεπώς, εάν το A είναι δεδομένο, ελαχιστοποιούμε μόνον ως προς B:

$$\frac{\partial I}{\partial B} = 0 \Rightarrow \left(\sum x_i\right) A + N B = \sum y_i \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad B = \left(\sum y_i - \left(\sum x_i\right) A\right) / N$$