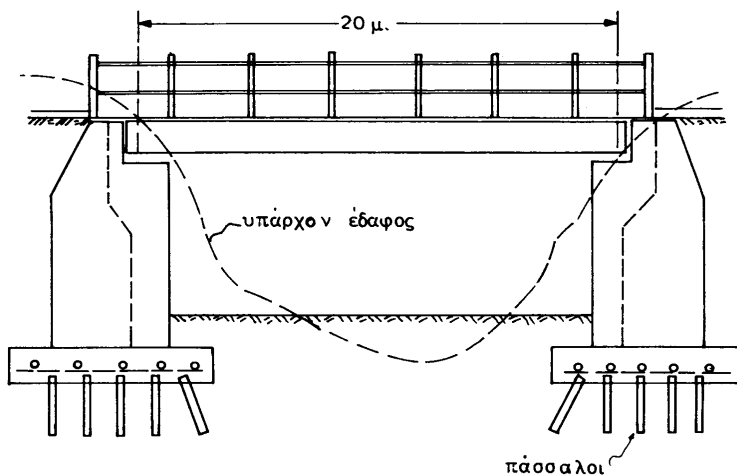
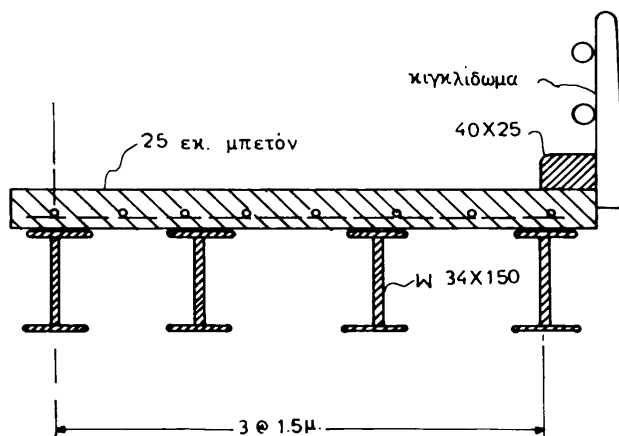


Παραδείγματα (IV)

1. Εξετάζεται η κατασκευή μιας οδικής γέφυρας που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Μεταξύ των άλλων περιορισμών στην εκτέλεση των εργασιών υπάρχει κι αυτός του περιορισμένου αριθμού εργατοτεχνιτών σκυροδέτησης των βάρων της γέφυρας που επαρκεί για εργασία σε ένα μόνο βάθρο σε κάποια χρονική στιγμή. Το ίδιο ισχύει και για το συνεργείο κατασκευής των πασσάλων. Αναφέρατε την αρχή και το πέρας του έργου. Δημιουργείστε τον κατάλογο των απαιτούμενων εργασιών σε λογική χρονική σειρά διαδοχής. Συμπληρώστε τους περιορισμούς διαδοχής των εργασιών. Χρησιμοποιήστε γενικευμένες σχέσεις διαδοχής (όπου αυτό είναι ρεαλιστικό) ώστε το έργο να ολοκληρωθεί στον ελάχιστο δυνατό χρόνο. Σχεδιάστε το δικτυωτό γράφημα του έργου.



Πλάγια όψη γέφυρας



Εγκάρσια τομή γέφυρας (μισό τμήμα)

2. Οι περιορισμοί διαδοχής και οι διάρκειες των δραστηριοτήτων ενός έργου φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί.

Δραστηριότητα	Αμέσως προηγούμενη	Διάρκεια (ημέρες)
A	-	3
B	A	6
Γ	A	4
Δ	B, Γ	2
Ε	B	5
Z	Γ	7
H	Δ, Ε	2

- (α) Σχεδιάστε το τοξωτό δικτυωτό γράφημα του έργου (περιλαμβάνει δύο πλασματικές δραστηριότητες).
- (β) Σχεδιάστε το κομβικό δικτυωτό γράφημα.
- (γ) Υπολογίστε τα μεγέθη του χρονικού προγραμματισμού (ενωρίτερη-βραδύτερη έναρξη και πέρασ κάθε δραστηριότητας, ολικό και ελεύθερο περιθώριο των δραστηριοτήτων, κρίσιμη διαδρομή)
- (δ) Σχεδιάστε το διάγραμμα Gannt για τις ενωρίτερες ενάρξεις των δραστηριοτήτων δείχνοντας παράλληλα τις επιτρεπόμενες χρονικές μετατοπίσεις των δραστηριοτήτων χωρίς να αυξηθεί η διάρκεια του έργου.

3. Μια πιο αναλυτική εκτίμηση των διαρκειών του έργου του προηγούμενου παραδείγματος δίνεται στον επόμενο πίνακα. Ειδικότερα, οι διάρκειες των δραστηριοτήτων του έργου δίνονται μέσω τριών τιμών, της αισιόδοξης (a), της πιθανότερης (m) και της απαισιόδοξης διάρκειας (b). Οι 'πιθανότερες' τιμές των διαρκειών του παρακάτω πίνακα είναι οι ίδιες με τις τιμές των διαρκειών του προηγούμενου παραδείγματος.

- (α) Να υπολογιστεί για κάθε δραστηριότητα η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση της διάρκειας της.
- (β) Να υπολογιστούν τα μεγέθη του χρονικού προγραμματισμού, με βάση τη μέση τιμή της διάρκειας κάθε δραστηριότητας.
- (γ) Να υπολογιστεί η πιθανότητα που αντιστοιχεί σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις:
- Το έργο να τελειώσει σε 18 ημέρες ή λιγότερο
 - Το έργο να τελειώσει σε 15 ημέρες ή λιγότερο.
 - Το έργο να τελειώσει σε περισσότερο από 18 ημέρες.
- (δ) Υπολογίστε την απαιτούμενη διάρκεια ολοκλήρωσης του έργου που αντιστοιχεί σε πιθανότητα 80%.

Δραστηριότητα	Αμέσως προηγούμενη	Διάρκεια (ημέρες)		
		a	m	b
A	-	2	3	4
B	A	4	6	8
Γ	A	1	4	7
Δ	B, Γ	1	2	9
Ε	B	3	5	7
Z	Γ	4	7	10
H	Δ, Ε	1	2	9

4. Να υπολογιστούν τα μεγέθη του χρονικού προγραμματισμού του έργου του προβλήματος 2, λαμβάνοντας υπόψη τις σύνθετες σχέσεις διαδοχής που δίνονται στον παρακάτω πίνακα (όπου δεν αναφέρεται η σχέση διαδοχής, αυτή είναι της μορφής fs).

Δραστηριότητα	Εξαρτάται από	Διάρκεια (ημέρες)
A	-	3
B	A	6
Γ	A	4
Δ	B(fs-1), Γ(ss+3)	2
Ε	B	5
Z	Γ(fs+4)	7
H	Δ(ff+1), E	2

Ασκήσεις (IV)

1. Εξετάζεται η κατασκευή μιας τυπικής κατοικίας. Δημιουργήστε το διάγραμμα δομής έργου (Work Breakdown Structure - WBS). Συμπληρώστε τους περιορισμούς διαδοχής των εργασιών. Σχεδιάστε το δικτυωτό γράφημα του έργου.

2. Τα στοιχεία δομής και τα χρονικά δεδομένα ενός έργου φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Δραστηριότητα	Αμέσως προηγούμενες	Διάρκεια
A	-	4
B	-	5
Γ	-	3
Δ	A	2
E	A	7
Z	B, Γ, Δ	7
H	Γ	9

(α) Σχεδιάστε το κομβικό δικτυωτό γράφημα του έργου.

(β) Υπολογίστε τα μεγέθη του χρονικού προγραμματισμού (ενωρίτερες-βραδύτερες ενάρξεις και πέρατα δραστηριοτήτων, ολικό και ελεύθερο περιθώριο, κρίσιμη διαδρομή).

(γ) Σχεδιάστε το διάγραμμα Gantt για τις ενωρίτερες ενάρξεις των δραστηριοτήτων δείχνοντας παράλληλα τα χρονικά περιθώρια των δραστηριοτήτων.

3. Στο έργο της προηγούμενης άσκησης ισχύουν γενικευμένες σχέσεις διαδοχής μεταξύ των εργασιών όπως φαίνονται στον παρακάτω πίνακα. Να καθοριστούν τα μεγέθη του χρονικού προγραμματισμού.

Δραστηριότητα	Διάρκεια	Εξαρτάται από	Σχέση διαδοχής
A	4	-	-
B	5	-	-
Γ	3	-	-
Δ	2	A	FS - 1
E	7	A	FF + 6
Z	7	B	FS
Z	7	Γ	FS + 1
Z	7	Δ	SS + 1
H	9	Γ	SS + 1

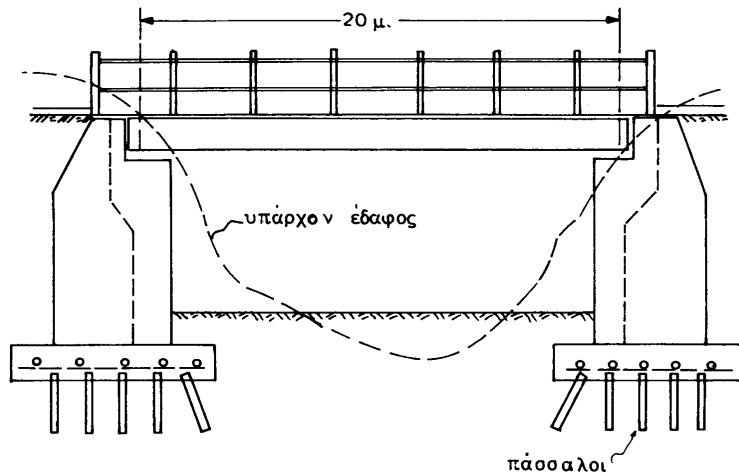
4. Μια πιο αναλυτική εκτίμηση των διαρκειών του έργου της άσκησης 2 δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Δραστηριότητα	Διάρκεια		
	<i>a</i>	<i>m</i>	<i>b</i>
A	2	4	5
B	3	5	6
Γ	2	3	6
Δ	2	2	2
E	4	7	10
Z	3	7	9
H	7	9	15

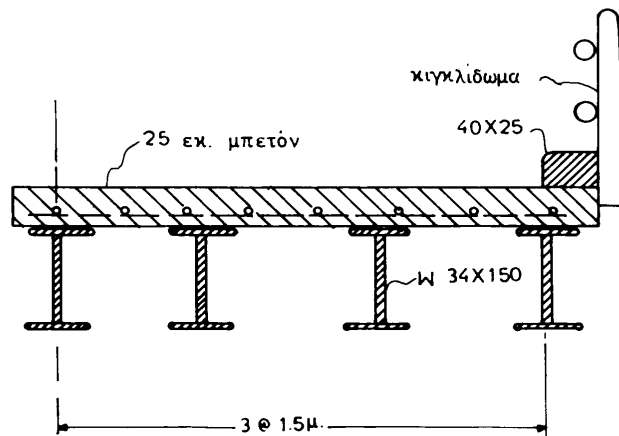
- (α) Να υπολογιστεί για κάθε δραστηριότητα η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση της διάρκειας της.
- (β) Να υπολογιστεί η διάρκεια του έργου με βάση τις μέσες τιμές διαρκειών των δραστηριοτήτων.
- (γ) Να υπολογιστούν η πιθανότητα που αντιστοιχεί σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις:
- ❖ Το έργο να τελειώσει σε 15 ημέρες ή λιγότερο.
 - ❖ Το έργο να τελειώσει σε 12 ημέρες ή λιγότερο.
 - ❖ Το έργο να τελειώσει σε περισσότερο από 15 ημέρες.
- (δ) Να υπολογιστεί η απαιτούμενη διάρκεια ολοκλήρωσης του έργου που αντιστοιχεί σε πιθανότητα 95%.

Λύσεις παραδειγμάτων

1. Εξετάζεται η κατασκευή μιας οδικής γέφυρας που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Μεταξύ των άλλων περιορισμών στην εκτέλεση των εργασιών υπάρχει κι αυτός του περιορισμένου αριθμού εργατοτεχνιτών σκυροδέτησης των βάρων της γέφυρας που επαρκεί για εργασία σε ένα μόνο βάρο σε κάποια χρονική στιγμή. Το ίδιο ισχύει και για το συνεργείο κατασκευής των πασσάλων. Αναφέρατε την αρχή και το πέρας του έργου. Δημιουργείστε τον κατάλογο των απαιτούμενων εργασιών σε λογική χρονική σειρά διαδοχής. Συμπληρώστε τους περιορισμούς διαδοχής των εργασιών. Χρησιμοποιήστε γενικευμένες σχέσεις διαδοχής (όπου αυτό είναι ρεαλιστικό) ώστε το έργο να ολοκληρωθεί στον ελάχιστο δυνατό χρόνο. Σχεδιάστε το δικτυωτό γράφημα του έργου.



Πλάγια όψη γέφυρας



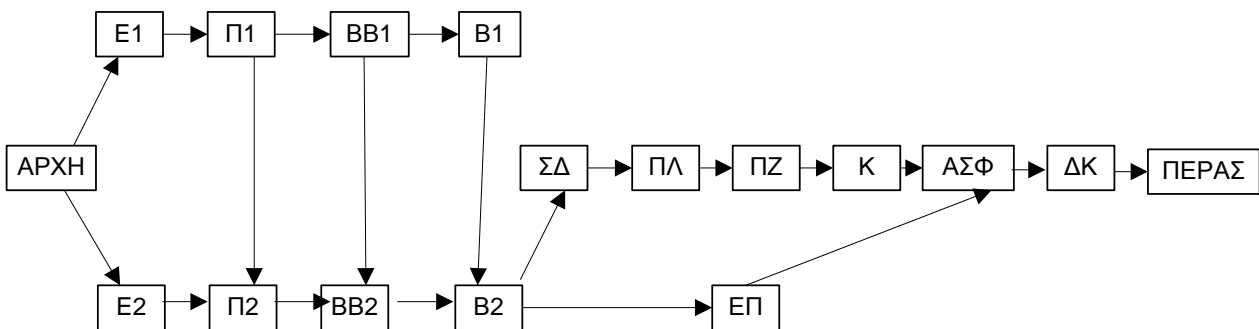
Εγκάρσια τομή γέφυρας (μισό τμήμα)

Απάντηση:

Ενδεικτικά ακολουθεί πίνακας με τις επιμέρους δραστηριότητες και τις σχέσεις διαδοχής τους.

A/A	Δραστηριότητα	Ονομασία	Αμέσως προηγούμενη
1	Εκσκαφές και απομάκρυνση εδαφικού υλικού δεξιάς πλευράς	E1	-
2	Εκσκαφές και απομάκρυνση εδαφικού υλικού αριστερής πλευράς	E2	-
3	Κατασκευή πασσάλων δεξιού βάθρου	Π1	E1
4	Κατασκευή πασσάλων αριστερού βάθρου	Π2	E2, Π1
5	Κατασκευή βάσεων βάθρων γέφυρας (καλούπωμα + τοποθέτηση οπλισμού + σκυροδέτηση) (δεξί βάθρο)	BB1	Π1
6	Κατασκευή βάσεων βάθρων γέφυρας (καλούπωμα + τοποθέτηση οπλισμού + σκυροδέτηση) (αριστερό βάθρο)	BB2	Π2, BB1
7	Κατασκευή βάθρων γέφυρας (καλούπωμα + τοποθέτηση οπλισμού + σκυροδέτηση) (δεξί βάθρο)	B1	BB1
8	Κατασκευή βάθρων γέφυρας (καλούπωμα + τοποθέτηση οπλισμού + σκυροδέτηση) (αριστερό βάθρο)	B2	B1, BB2
9	Τοποθέτηση σιδηροδοκών διατομής διπλού Τα	ΣΔ	B2
10	Κατασκευή πλάκας γέφυρας (καλούπωμα + τοποθέτηση οπλισμού + σκυροδέτηση ή προκατασκευασμένα τμήματα)	ΠΛ	ΣΔ
11	Κατασκευή πεζοδρομίων	ΠΖ	ΠΛ
12	Κατασκευή κιγκλιδωμάτων	Κ	ΠΖ
13	Επίχωση πίσω από τα βάθρα και συμπύκνωση του εδάφους	ΕΠ	B2
14	Κατασκευή ασφαλτοτάπητα	ΑΣΦ	Κ, ΕΠ
15	Διαμόρφωση κοίτης	ΔΚ	ΑΣΦ

Με βάση τον παραπάνω πίνακα, σχεδιάζεται το δικτυωτό γράφημα του έργου.

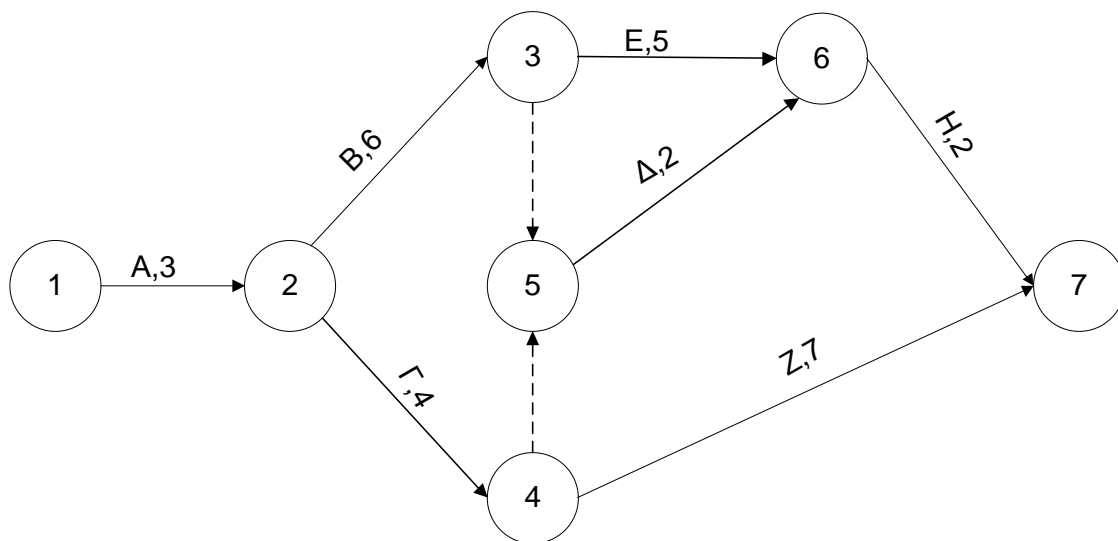


2. Οι περιορισμοί διαδοχής και οι διάρκειες των δραστηριοτήτων ενός έργου φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί.

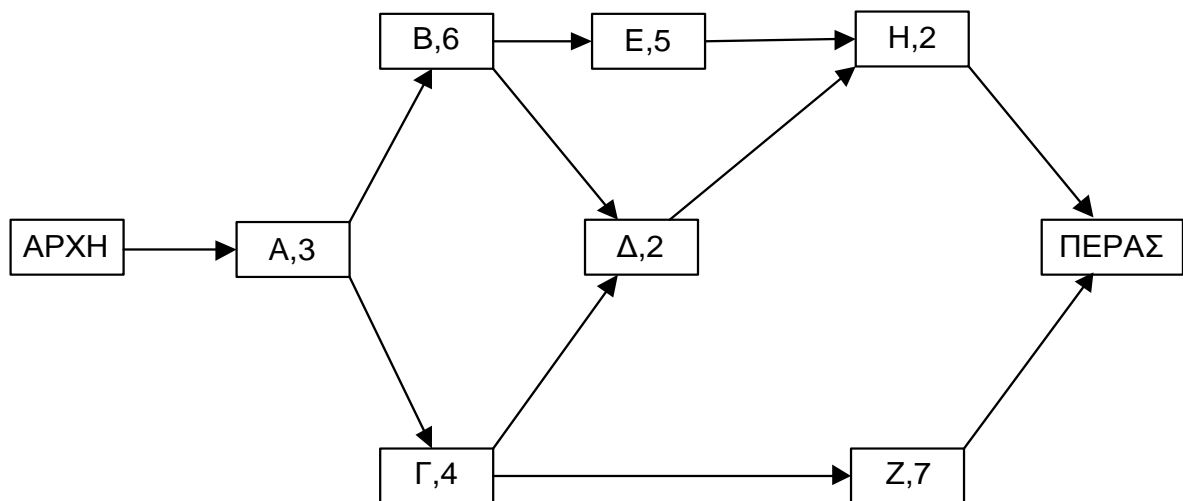
Δραστηριότητα	Αμέσως προηγούμενη	Διάρκεια (ημέρες)
A	-	3
B	A	6
Γ	A	4
Δ	B, Γ	2
E	B	5
Z	Γ	7
H	Δ, E	2

- (α) Σχεδιάστε το τοξωτό δικτυωτό γράφημα του έργου (περιλαμβάνει δύο πλασματικές δραστηριότητες).
- (β) Σχεδιάστε το κομβικό δικτυωτό γράφημα.
- (γ) Υπολογίστε τα μεγέθη του χρονικού προγραμματισμού (ενωρίτερη-βραδύτερη έναρξη και πέρας κάθε δραστηριότητας, ολικό και ελεύθερο περιθώριο των δραστηριοτήτων, κρίσιμη διαδρομή)
- (δ) Σχεδιάστε το διάγραμμα Gantt για τις ενωρίτερες ενάρξεις των δραστηριοτήτων δείχνοντας παράλληλα τις επιτρεπόμενες χρονικές μετατοπίσεις των δραστηριοτήτων χωρίς να αυξηθεί η διάρκεια του έργου.

Απάντηση:



Τοξωτό δίκτυο



Κομβικό δίκτυο

Πίνακας χρονικού προγραμματισμού

Δραστ.	Διάρκεια	Ενωρίτερη		Βραδύτερη		Περιθώρια		Κ.Δ.
		Έναρξη	Πέρασ	Έναρξη	Πέρασ	Ολικό	Ελεύθ	
		ES	EF	LS	LF	TF	FF	
A	3	0	3	0	3	0	0	ΝΑΙ
B	6	3	9	3	9	0	0	ΝΑΙ
Γ	4	3	7	5	9	2	0	
Δ	2	9	11	12	14	3	3	
E	5	9	14	9	14	0	0	ΝΑΙ
Z	7	7	14	9	16	2	2	
H	2	14	16	14	16	0	0	ΝΑΙ

Κρίσιμη διαδρομή: A-B-E-H.

Η κρίσιμη διαδρομή προκύπτει και από την εξέταση των διαρκειών των διαδρομών (θεωρουμένων ως ανεξάρτητων μεταξύ τους).

Διαδρομή	Διάρκεια
A-B-E-H	16
A-B-Δ-H	13
A-Γ-Δ-H	11
A-Γ-Z	14

3. Μια πιο αναλυτική εκτίμηση των διαρκειών του έργου του προηγούμενου παραδείγματος δίνεται στον επόμενο πίνακα. Ειδικότερα, οι διάρκειες των δραστηριοτήτων του έργου δίνονται μέσω τριών τιμών, της αισιόδοξης (a), της πιθανότερης (m) και της απαισιόδοξης διάρκειας (b). Οι 'πιθανότερες' τιμές των διαρκειών του παρακάτω πίνακα είναι οι ίδιες με τις τιμές των διαρκειών του προηγούμενου παραδείγματος.

(α) Να υπολογιστεί για κάθε δραστηριότητα η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση της διάρκειας της.

(β) Να υπολογιστούν τα μεγέθη του χρονικού προγραμματισμού, με βάση τη μέση τιμή της διάρκειας κάθε δραστηριότητας.

(γ) Να υπολογιστεί η πιθανότητα που αντιστοιχεί σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις:

- Το έργο να τελειώσει σε 18 ημέρες ή λιγότερο
- Το έργο να τελειώσει σε 15 ημέρες ή λιγότερο.
- Το έργο να τελειώσει σε περισσότερο από 18 ημέρες.

(δ) Υπολογίστε την απαιτούμενη διάρκεια ολοκλήρωσης του έργου που αντιστοιχεί σε πιθανότητα 80%.

Δραστηριότητα	Αμέσως προηγούμενη	Διάρκεια (ημέρες)		
		a	m	b
A	-	2	3	4
B	A	4	6	8
Γ	A	1	4	7
Δ	B, Γ	1	2	9
E	B	3	5	7
Z	Γ	4	7	10
H	Δ, E	1	2	9

Απάντηση:

(α)

Δραστηριότητα	Μέση τιμή (μ)	Τυπική απόκλιση (σ)
A	3,00	0,33
B	6,00	0,67
Γ	4,00	1,00
Δ	3,00	1,33
E	5,00	0,67
Z	7,00	1,00
H	3,00	1,33

(β)

Η κρίσιμη διαδρομή είναι η A-B-E-H, όπως προκύπτει από την εξέταση των διαρκειών των διαδρομών (θεωρουμένων ως ανεξάρτητων μεταξύ τους).

Διαδρομή	Διάρκεια
A-B-E-H	17
A-B-Δ-H	15
A-Γ-Δ-H	13
A-Γ-Z	14

Για λόγους πληρότητας και μόνο παρατίθεται ο πίνακας του χρονικού προγραμματισμού.

Πίνακας χρονικού προγραμματισμού

Δραστηριότητα	Διάρκεια	Ενωρίτερη		Βραδύτερη		Περιθώρια		Κ.Δ.
		Έναρξη ES	Πέρασ EF	Έναρξη LS	Πέρασ LF	Ολικό TF	Ελεύθ FF	
A	3	0	3	0	3	0	0	ΝΑΙ
B	6	3	9	3	9	0	0	ΝΑΙ
Γ	4	3	7	6	10	3	0	
Δ	3	9	12	11	14	2	2	
Ε	5	9	14	9	14	0	0	ΝΑΙ
Z	7	7	14	10	17	3	3	
H	3	14	17	14	17	0	0	ΝΑΙ

(γ)

ΚΔ	μ	σ				
ΚΔ	17,00	1,67				
			z	P		
$d \leq 18$			0,600	0,7258		
$P(d \leq 18) = P(z \leq 0,600) = 0,7258 = 72,58\%$						
			z	P		
$d \leq 15$			-1,200	0,8849		
$P(d \leq 15) = P(z \leq -1,200) = 1 - P(z \leq 1,200) = 1 - 0,8849 = 0,1151 = 11,51\%$						
			z	P		
$d > 18$			0,600	0,7258		
$P(d > 18) = P(z > 0,600) = 1 - P(z \leq 0,600) = 1 - 0,7258 = 0,2742$						
ή $P(d > 18) = 1 - P(d \leq 18) = 1 - 0,7258 = 0,2742 = 27,42\%$						

(δ)

$$P=80\% \Rightarrow z=0,8416 \Rightarrow (d-\mu)/\sigma=0,8416 \Rightarrow \\ \Rightarrow (d-17)/1,67=0,8416 \Rightarrow d=18,4 \text{ ημέρες}$$

4. Να υπολογιστούν τα μεγέθη του χρονικού προγραμματισμού του έργου του προβλήματος 2, λαμβάνοντας υπόψη τις σύνθετες σχέσεις διαδοχής που δίνονται στον παρακάτω πίνακα (όπου δεν αναφέρεται η σχέση διαδοχής, αυτή είναι της μορφής fs).

Δραστηριότητα	Εξαρτάται από	Διάρκεια (ημέρες)
A	-	3
B	A	6
Γ	A	4
Δ	B(fs-1), Γ(ss+3)	2
Ε	B	5
Z	Γ(fs+4)	7
H	Δ(ff+1), Ε	2

Απάντηση:

Πίνακας χρονικού προγραμματισμού

Εργασία	Διάρκεια	Ενωρίτερη		Βραδύτερη		Περιθώριο		Κ.Δ.
		Έναρξη	Πέρασ	Έναρξη	Πέρασ	Ολικό	Ελεύθερο	
A	3	0	3	0	3	0	0	ΝΑΙ
B	6	3	9	5	11	2	0	
Γ	4	3	7	3	7	0	0	ΝΑΙ
Δ	2	8	10	15	17	7	5	
Ε	5	9	14	11	16	2	0	
Z	7	11	18	11	18	0	0	ΝΑΙ
H	2	14	16	16	18	2	2	

Κρίσιμη διαδρομή: A-Γ-Z.

Η κρίσιμη διαδρομή προκύπτει και από την εξέταση των διαρκειών των διαδρομών (θεωρουμένων ως ανεξάρτητων μεταξύ τους).

Διαδρομή	Διάρκεια
A-B-E-H	16
A-B-Δ-H	11
A-Γ-Δ-H	9
A-Γ-Z	18