

Παραδείγματα (II)

1. Δύο μηχανές A και B μπορούν να εκτελέσουν το ίδιο ικανοποιητικά μια αναγκαία λειτουργία. Η μηχανή A έχει αρχικό κόστος 800 €, ετήσιο λειτουργικό κόστος 200 €, που θεωρείται συγκεντρωμένο στο τέλος κάθε έτους, και μηδενική υπολειμματική αξία στο τέλος της 2-χρονης οικονομικής ζωής της. Η μηχανή B μπορεί να αγοραστεί σήμερα αντί 1.000 €, έχει ετήσιο κόστος 250 € (στο τέλος κάθε έτους) και αναμενόμενη υπολειμματική αξία (αξία μεταπώλησης) 100 € στο τέλος της 3-χρονης οικονομικής της ζωής. Αν όμως χρησιμοποιηθεί μόνο για 2 χρόνια, μπορεί να μεταπωληθεί αντί 300 €. Αν ο απαιτούμενος ρυθμός απόδοσης είναι 8%, ποια πρόταση πρέπει να προτιμηθεί σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις :

- α. η λειτουργία απαιτείται για μεγάλο χρονικό διάστημα, και
- β. η λειτουργία απαιτείται μόνο για τα επόμενα δύο χρόνια.

2. Ένα περιουσιακό στοιχείο αγοράστηκε σήμερα 12.000 € κι έχει αναμενόμενη διάρκεια ζωής 4 χρόνια και υπολειμματική αξία στο τέλος της ζωής του 2.000 €. Ο αγοραστής επιθυμεί να ανακτήσει το κεφάλαιο που επένδυσε στην αγορά συνυπολογίζοντας τους τόκους που θα ελάμβανε αν επένδυε το ποσό αγοράς σε μια άλλη επένδυση που αποδίδει με ρυθμό 10%. Ποιό είναι το σταθερό ετήσιο έσοδο στη διάρκεια ζωής του μηχανήματος που θα απέδιδε το δαπανηθέν κεφάλαιο αγοράς μαζί με τους τόκους του; Ποιο μέρος του ετήσιου ποσού αντιπροσωπεύει ανάκτηση κεφαλαίου και ποιο τόκο;

3. Η χρονική κατανομή δαπανών - εσόδων δύο προτάσεων X και Y φαίνεται στον παρακάτω πίνακα. Αν ο ελάχιστος αποδεκτός ρυθμός απόδοσης είναι 10%, να επιλεγεί η βέλτιστη πρόταση με βάση (α) την παρούσα αξία και (β) τον εσωτερικό ρυθμό απόδοσης. Να σχεδιαστούν οι καμπύλες της παρούσας αξίας ως συνάρτηση του ρυθμού απόδοσης.

Τέλος έτους	0	1	2	3	4
Πρόταση X	-1000	700	500	300	200
Πρόταση Y	-1100	200	400	600	900

4. Τα οικονομικά μεγέθη τεσσάρων αμοιβαία αποκλειόμενων επενδυτικών προτάσεων με κοινή διάρκεια 4 ετών φαίνονται στον παρακάτω πίνακα. Αν ο ελάχιστος αποδεκτός ρυθμός απόδοσης είναι 10%, να επιλεγεί η βέλτιστη πρόταση με:

Πρόταση	I	II	III	IV
Ποσό επένδυσης (σήμερα)	2000	4000	3000	1000
Διάρκεια επένδυσης (έτη)	4	4	4	4
Ετήσια απόδοση (τέλος έτους)	500	1400	1100	400

- α. τη μέθοδο της παρούσας αξίας,
- β. τη μέθοδο του ρυθμού απόδοσης.

5. Θεωρήστε τις προτάσεις του παραδείγματος 4 ως ανεξάρτητες μεταξύ τους. Χρησιμοποιώντας τα ίδια οικονομικά και λοιπά δεδομένα, επιλέξτε τις προτάσεις που πρέπει να χρηματοδοτηθούν στις παρακάτω περιπτώσεις:

- α. το διαθέσιμο ποσό για επενδύσεις είναι απεριόριστο,
- β. το διαθέσιμο ποσό για επενδύσεις είναι 6000.

6. Ένα μηχάνημα έχει αρχικό κόστος 3.850, διάρκεια ζωής 7 έτη και αποδίδει καθαρό ετήσιο έσοδο 1.100. Σχεδιάστε το διάγραμμα απόδοσης της επένδυσης για την αγορά μηχανήματος (για $i_{\min} = 15\%$).

7. Η παραγωγική διαδικασία μιας επιχείρησης υλοποιείται με τη χρήση ενός μηχανήματος. Στην αγορά διατίθενται δύο εναλλακτικά μηχανήματα Α και Β τα οικονομικά στοιχεία των οποίων (αξία και λειτουργικό κόστος ανά έτος ζωής) περιγράφονται στον παρακάτω πίνακα (η διάρκεια ζωής είναι 4 και 5 χρόνια αντίστοιχα). Η επιχείρηση προμηθεύτηκε προ δύο ετών και χρησιμοποιεί το μηχάνημα Α, αναθέτει δε σήμερα στο μηχανικό της να προτείνει ένα σχέδιο βέλτιστης αντικατάστασης υπό τις συνθήκες που αναφέρονται στα παρακάτω ερωτήματα. Οι αναλύσεις να γίνουν για επιθυμητό ρυθμό απόδοσης 8%.

Έτος	Μηχάνημα Α		Μηχάνημα Β	
	Τρέχουσα αξία	Λειτουργικό κόστος	Τρέχουσα αξία	Λειτουργικό κόστος
0	8.500		10.000	
1	6.500	800	7.000	500
2	5.000	900	4.000	500
3	3.500	1.000	2.000	750
4	1.500	1.200	1.000	1.000
5			500	1.250

- (α) Να βρεθεί το βέλτιστο σενάριο αντικατάστασης αν η λειτουργία ενός μηχανήματος είναι απαραίτητη για μεγάλο χρονικό διάστημα.
- (β) Να βρεθεί το βέλτιστο σενάριο αντικατάστασης αν η λειτουργία ενός μηχανήματος απαιτείται μόνο για τα τρία επόμενα χρόνια από σήμερα.
- (γ) Να επαναλάβετε το ερώτημα (α) λαμβάνοντας επιπρόσθετα υπόψη ότι το μηχάνημα Β έχει αυξημένη απόδοση σε σχέση με το Α που μεταφράζεται σε αυξημένο ετήσιο έσοδο 200 χρηματικών μονάδων (σε σχέση με το Α).

Ασκήσεις (II)

1. Τα οικονομικά μεγέθη τριών εναλλακτικών μηχανών που χρησιμοποιούνται σε μια λειτουργία φαίνονται στον παρακάτω πίνακα. Η υπολειμματική αξία στο τέλος της χρήσιμης ζωής όλων των μηχανών είναι μηδενική. Η λειτουργία κάποιας μηχανής απαιτείται για μεγάλο χρονικό διάστημα. Αν ο ελάχιστος αποδεκτός ρυθμός απόδοσης είναι 10%, να επιλεγεί η βέλτιστη πρόταση με:

- τη μέθοδο της παρούσας αξίας και
- τη μέθοδο της ισοδύναμης ετήσιας αξίας.

Πρόταση	A	B	Γ
Αρχικό κόστος	700	700	700
Οικονομική ζωή (έτη)	3	5	7
Καθαρό ετήσιο έσοδο	300	200	150

Απάντηση (ενδεικτικά): $PW_A = 46.1$, $PW_{AAA...A} = 185.2$, $EAW_A = 18.5$

2. Ένας ιδιώτης λαμβάνει δάνειο 15.000 € με επιτόκιο 8% το οποίο θα εξοφλήσει σε 30 ετήσιες δόσεις (καταβάλλονται στο τέλος του αντίστοιχου έτους). Να βρεθεί το ποσό της δόσης. Στη συνέχεια να βρεθεί για την πρώτη και για την τελευταία δόση ποιο μέρος της δόσης αντιστοιχεί σε αποπληρωμή κεφαλαίου και ποιο σε τόκο.

Απάντηση: 1332.4, 132.4, 1200, 1233.7, 98.7

3. Θεωρήστε τις ακόλουθες χρονικές κατανομές δαπανών - εσόδων για τις προτάσεις A και B, για τις οποίες ισχύει $i_A^* = 23\%$, $i_B^* = 24\%$.

Τέλος έτους	0	1	2	3
Πρόταση A	-1000	400	800	χ
Πρόταση B	-1000	300	ψ	800

- Υπολογίστε τις τιμές των χ και ψ .
- Υπολογίστε την παρούσα αξία των προτάσεων για $i = 0$.
- Βρείτε το ρυθμό απόδοσης για τον οποίο η παρούσα αξία των προτάσεων συμπίπτει.
- Καθορίστε το διάστημα τιμών του ρυθμού απόδοσης στο οποίο επιλέγεται κάθε πρόταση.
- Ελέγξτε τις προηγούμενες απαντήσεις σας σχεδιάζοντας σε ένα διάγραμμα τις καμπύλες $PW_A(i)$, $PW_B(i)$ και $PW_{B-A}(i)$.

Απάντηση: α. $\chi = 272$, $\psi = 520$, β. $PW_A(0\%) = 472$, $PW_B(0\%) = 620$, γ. $i^* = 29,1\%$.

4. Δίνονται τα ακόλουθα δεδομένα για τρεις αμοιβαία αποκλειόμενες προτάσεις με κοινή διάρκεια ζωής. Ποια πρόταση πρέπει να επιλεγεί με το κριτήριο του ρυθμού απόδοσης, αν ο ελάχιστος αποδεκτός ρυθμός απόδοσης είναι 10%;

Επένδυση	Αρχικό κόστος	IRR	Πρόσθετη επένδυση	IRR
A	1.800	27%	B-Γ	65%
B	1.000	37%	B-A	13%
Γ	1.200	42%	A-Γ	-8%

Απάντηση: Επιλέγεται η Γ.

5. Αν οι προτάσεις της Άσκησης 4 είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους και το συνολικό διαθέσιμο ποσό για επενδύσεις είναι 3.000, επιλέξτε τις προτάσεις που πρέπει να χρηματοδοτηθούν.

Απάντηση: Επιλέγονται οι A και Γ.

6. Ένα μηχάνημα έχει αρχικό κόστος 30.000 €, διάρκεια ζωής 6 έτη και αποδίδει καθαρό ετήσιο έσοδο 8.000 €. Να σχεδιαστεί το διάγραμμα απόδοσης της επένδυσης για την αγορά μηχανήματος για $i_{\min} = 8\%$. Να καθοριστούν από το διάγραμμα η περίοδος αποπληρωμής και η μελλοντική αξία της επένδυσης.

Απάντηση: Αποπληρωμή σε 5 χρόνια, $FW = 11.081$ €.

7. Το κόστος αγοράς ενός μηχανήματος είναι 2.000 € και η διάρκεια ζωής του 3 χρόνια. Οι αναμενόμενες τιμές λειτουργικού κόστους και αξίας μεταπώλησης του μηχανήματος δίνονται στον παρακάτω πίνακα ανάλογα με τη διάρκεια χρήσης του. Να καθοριστεί η βέλτιστη στρατηγική αντικατάστασης στις παρακάτω περιπτώσεις:

α) Η λειτουργία που επιτελεί η μηχανή απαιτείται για μεγάλο χρονικό διάστημα.

β) Η λειτουργία που επιτελεί η μηχανή απαιτείται μόνο για τα επόμενα 4 χρόνια.

Σχεδιάστε τα διαγράμματα δαπανών-εισπράξεων που αντιστοιχούν στις διάφορες λύσεις αντικατάστασης. Ο ελάχιστος αποδεκτός ρυθμός απόδοσης είναι 8%.

Έτος	1	2	3
Λειτουργικό κόστος	200	400	600
Αξία μεταπώλησης	1200	600	300

Απάντηση: (α) Αντικατάσταση κάθε τρία χρόνια, (β) Υπάρχουν τρεις εφικτοί συνδυασμοί διάρκειών χρήσης μηχανημάτων: 1+3 χρόνια, 2+2 χρόνια, 3+1 χρόνια, βέλτιστος συνδυασμός η χρησιμοποίηση ενός μηχανήματος για τρία χρόνια κι ενός δεύτερου για ένα χρόνο.

8. Να επιλυθεί το ερώτημα (α) του παραδείγματος 7 θεωρώντας ότι το μηχάνημα B είναι αυτό που έχει αγοραστεί πριν δύο χρόνια και χρησιμοποιείται ήδη στην παραγωγική διαδικασία. Θα άλλαζε η απόφαση αντικατάστασης αν το ετήσιο λειτουργικό κόστος του μηχανήματος B ήταν αυξημένο κατά 500 € κάθε έτος σε σχέση με τα δεδομένα του παραδείγματος 7 (να είναι δηλαδή 1000, 1000, 1250, 1500, 1750);

Απάντηση: Διατήρηση του μηχανήματος B για άλλα τρία χρόνια (μέχρι το τέλος της ζωής του) και στη συνέχεια επαναλαμβανόμενη αντικατάσταση με μηχάνημα τύπου A.

Δεν αλλάζει η απόφαση αν αυξηθεί το ετήσιο λειτουργικό κόστος κατά 500 €.

Λύσεις παραδειγμάτων

Παράδειγμα 1

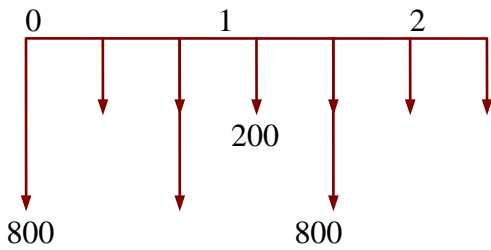
α. $PW_A = -1.156,7$ $PW_B = -1.564,9$

$PW_{AAA} = PW_A \times (1 + i_{\text{ετήσιος}})^3 = -2.998,5$ $i_{\text{ετήσιος}} = 16,64\%$

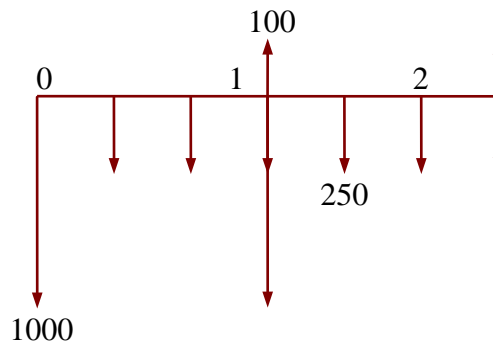
$PW_{BB} = PW_B + PW_B / 1,08^3 = -2.807,2$

$EAW_A = -648,6$ $EAW_B = -607,2$

Μηχανή Α



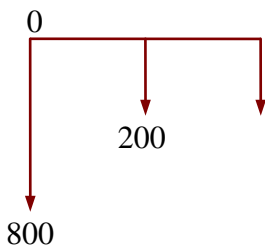
Μηχανή Β



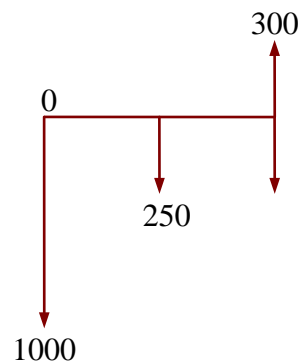
β. $PW_A = -800 - 200 \times (P/A, 8\%, 2) = -1.156,7$ και

$PW_{B'} = -1000 + 300 \times (P/F, 8\%, 2) - 250 \times (P/A, 8\%, 2) = -1.188,6.$

Μηχανή Α



Μηχανή Β'



Παράδειγμα 2

$$CR = (C - S) (A/P, 10\%, 4) + S_1 = 3.154,71 + 200 = 3.354,71$$

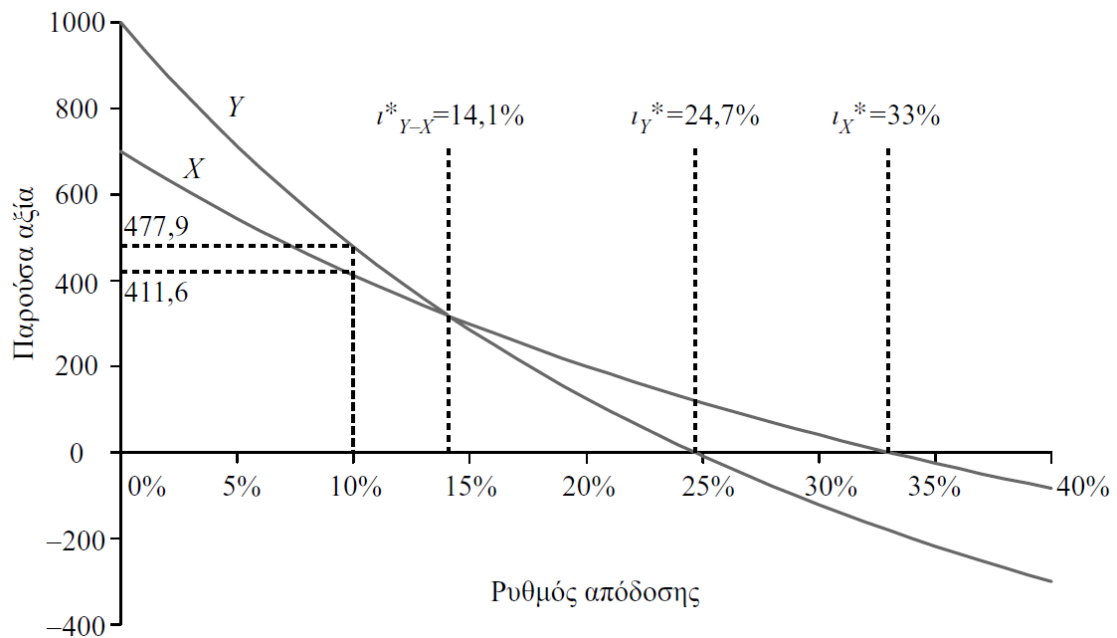
Τέλος έτους	Κόστος ανάκτησης κεφαλαίου	Οφειλόμενος τόκος στο μη ανακτηθέν κεφάλαιο	Ανακτηθέν κεφάλαιο	Μη ανακτηθέν κεφάλαιο στο τέλος του έτους
0				12.000
1	3.354,71	1.200	2.154,71	9.845,29
2	3.354,71	984,53	2.370,18	7.475,11
3	3.354,71	747,51	2.607,20	4.867,92
4	3.354,71	486,79	2.867,92 + 2.000	0
<i>Σύνολο</i>		3.418,83	12.000	

Παράδειγμα 3

Τέλος έτους	0	1	2	3	4
Πρόταση X	-1000	700	500	300	200
Πρόταση Y	-1100	200	400	600	900
Πρόταση Y-X	-100	-500	-100	300	700

α. $PW_X = 411,6$ $PW_Y = 477,9$

β. $i_X^* = 33\%$ $i_Y^* = 24,7\%$ $i_{Y-X}^* = 14,1\%$



Παράδειγμα 4

Τέλος έτους	Επενδυτικές προτάσεις			
	A	B	Γ	Δ
0	-1000	-2000	-3000	-4000
1	400	500	1100	1400
2	400	500	1100	1400
3	400	500	1100	1400
4	400	500	1100	1400
PW(10%)	+268	-415	+487	+438
i^*	21,9%	0%	17,3%	15,0%

Πρόταση	Αρχική επένδυση	Ετήσια απόδοση	Ρυθμός απόδοσης	Συμπέρασμα
A	-1000	400	21,9% > 10%	A αποδεκτή (βασική)
Γ-A	-2000	700	15,0% > 10%	Γ αποδεκτή (βασική)
Δ-Γ	-1000	300	7,7% < 10%	Δ μη αποδεκτή

Παράδειγμα 5

Καταρχάς διαγράφεται η πρόταση Β ως μη αποδεκτή. Τοποθετούνται οι υπόλοιπες προτάσεις σε φθίνουσα σειρά με βάση τον εσωτερικό ρυθμό απόδοσης τους.

Πρόταση	Απόδοση IRR	Επένδυση	Αθροιστική επένδυση
A	21,9%	1000	1000
Γ	17,3%	3000	4000
Δ	15,0%	4000	8000

α. Επιλέγονται όλες οι υπόλοιπες γιατί έχουν εσωτερικό ρυθμό απόδοσης μεγαλύτερο από 10%.

β. A + Γ

Διαφορετικός τρόπος

Καταγράφονται και κωδικοποιούνται όλοι οι συνδυασμοί προτάσεων σε αύξουσα σειρά με βάση το αρχικό κόστος κι εφαρμόζεται ανάλυση αμοιβαία αποκλειόμενων προτάσεων.

Πρόταση	Αρχική επένδυση	Ετήσια απόδοση	Ρυθμός απόδοσης	Συμπέρασμα
A	-1000	400	21,9% > 10%	A αποδεκτή
Γ	-3000	1100	17,3%	
Γ-A	-2000	700	15,0% > 10%	Γ αποδεκτή
Δ	-4000	1400	15,0%	
Δ-Γ	-1000	300	7,7% < 10%	Δ μη αποδεκτή
A+Γ	-4000	1500	18,5%	
(A+Γ)-Γ	-1000	400	21,9% > 10%	A+Γ αποδεκτή
A+Δ	-5000	1800	16,4%	
(A+Δ)-(A+Γ)	-1000	300	7,7% < 10%	A+Δ μη αποδεκτή
Γ+Δ	-7000	2500	16%	
(Γ+Δ)-(A+Γ)	-3000	1000	12,6% > 10%	Γ+Δ αποδεκτή
A+Γ+Δ	-8000	2900	16,7%	
(A+Γ+Δ)-(Γ+Δ)	-1000	400	21,9% > 10%	A+Γ+Δ αποδεκτή

α. A + Γ + Δ

β. A + Γ

Παράδειγμα 6

$$PB(15\%)_0 = -3850$$

$$PB(15\%)_1^- = -3850 \times 1,15 = -4428$$

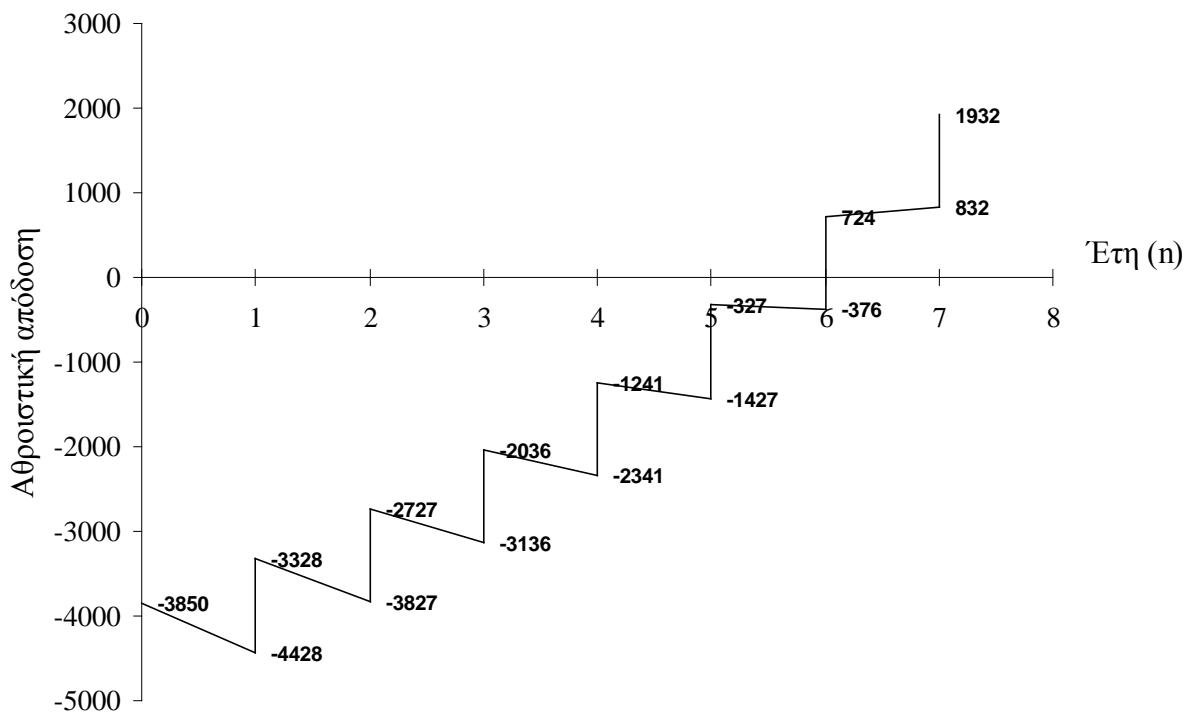
$$PB(15\%)_1 = -3850 \times 1,15 + 1100 = -3328$$

$$PB(i)_t = PB(i)_{t-1}(1+i) + A_t, \quad t = 1, 2, \dots, N$$

όπου A_t το ποσό της χρηματοροής σε χρόνο t , i το επιτόκιο και $PB(i)_0 = A_0$ το αρχικό κόστος. Το διάγραμμα της απόδοσης της πρότασης δίνει πληροφορίες για τα ακόλουθα χαρακτηριστικά του έργου:

1. Τη ζημιά ή το κέρδος αν το έργο τερματιστεί πρόωρα.
2. Τη μελλοντική αξία του έργου, που αντιστοιχεί στην τιμή του διαγράμματος σε χρόνο N .
3. Την περίοδο αποπληρωμής, που αντιστοιχεί στο χρόνο που η απόδοση γίνεται για πρώτη φορά θετική.

Η χρονική κατανομή της απόδοσης της επένδυσης φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η μελλοντική αξία της πρότασης είναι 1932 και η περίοδος αποπληρωμής 6 έτη.



Παράδειγμα 7

Κυκλική αντικατάσταση του μηχανήματος A ανά t έτη

Έτος	Αξία	Λειτουργ. κόστος	t=1	t=2	t=3	t=4
0	8.500		-8.500	-8.500	-8.500	-8.500
1	6.500	800	5.700	-800	-800	-800
2	5.000	900		4.100	-900	-900
3	3.500	1.000			2.500	-1.000
4	1.500	1.200				300
Παρούσα αξία PW =			-3.222	-5.726	-8.028	-10.586
Ισοδύναμη ετήσια αξία EAC =			3.480	3.211	3.115	3.196
Κόστος ανάκτησης κεφαλαίου CR=			2.680	2.363	2.220	2.233
Λειτουργικό κόστος OC =			800	848	895	963

Σημ.: Ισχύει $EAC = CR + OC$

Βέλτιστη αντικατάσταση του μηχανήματος A ανά 3 χρόνια

Κυκλική αντικατάσταση του μηχανήματος B ανά t έτη

Έτος	Αξία	Λειτουργ. κόστος	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5
0	10.000		-10.000	-10.000	-10.000	-10.000	-10.000
1	7.000	500	6.500	-500	-500	-500	-500
2	4.000	500		3.500	-500	-500	-500
3	2.000	750			1.250	-750	-750
4	1.000	1.000				0	-1.000
5	500	1.250					-750
PW =			-3.981	-7.462	-9.899	-11.487	-12.732
EAC =			4.300	4.185	3.841	3.468	3.189
EAC' =			4.100	3.985	3.641	3.268	2.989

Το EAC' λαμβάνει υπόψη το αυξημένο ετήσιο έσοδο των 200 χ.μ. (ερώτημα γ)

Βέλτιστη αντικατάσταση του μηχανήματος B ανά 5 χρόνια

(α)

$$EAC_A(3\text{ο έτος}) = 5000 \cdot 1,08 + 1000 - 3500 = 2.900$$

$$EAC_A(4\text{ο έτος}) = 3500 \cdot 1,08 + 1200 - 1500 = 3.480$$

$$EAC_A(3\text{ο} \ \& \ 4\text{ο έτος}) = 3.179$$

Με βάση τα EAC κάθε έτους ξεχωριστά (κι όχι το EAC των δύο χρόνων μαζί, το οποίο «αποκρύπτει» το γεγονός ότι εμπεριέχει ένα χαμηλό κι ένα υψηλό ετήσιο EAC), διατηρείται το

αρχικό μηχάνημα για ένα ακόμα έτος (σε συμφωνία με την οικονομική του ζωή) και αντικαθίσταται με νέο μηχάνημα A (επαναλαμβανόμενες αγορές κάθε 3 έτη).

(β) Το μηχάνημα B έχει υψηλότερο κόστος (ιδίως στα πρώτα έτη χρήσης του) οπότε εξετάζονται λύσεις αντικατάστασης που περιλαμβάνουν μόνο το μηχάνημα A.

Εξετάζονται τρία σενάρια χρήσης μηχανημάτων (1) άμεση αντικατάσταση του υπάρχοντος με καινούριο μηχάνημα A και χρήση του για τρία χρόνια, (2) αντικατάσταση του υπάρχοντος σε ένα χρόνο με καινούριο A και χρήση του τελευταίου για δύο χρόνια, (3) αντικατάσταση του υπάρχοντος σε δύο χρόνια με καινούριο A και χρήση του τελευταίου για ένα χρόνο.

Αντικατάσταση μηχανήματος σε t έτη από σήμερα:

Έτος	Αξία	Λειτουργ. κόστος	t=0	t=1	t=2
0	8.500		-8.500	-5.000	-5.000
1	6.500	800	-800	-6.000	-1.000
2	5.000	900	-900	-800	-8.200
3	3.500	1.000	2.500	4.100	5.700
4	1.500	1.200			
		PW =	-8.028	-7.987	-8.431

Αντικατάσταση σε ένα έτος με νέο μηχάνημα A για 2 έτη.

(γ) Με βάση και την ανάλυση του ερωτήματος (α), διατηρείται το αρχικό μηχάνημα για ένα ακόμα έτος και αντικαθίσταται με το μηχάνημα B (επαναλαμβανόμενες αγορές κάθε 5 έτη).