

Βασικές Οικονομικές Έννοιες Μέθοδοι Οικονομικής Αξιολόγησης Επενδύσεων

Μέρος 1^ο: Βασικές οικονομικές έννοιες

- ❖ Διαχρονική αξία του χρήματος
- ❖ Απλός και σύνθετος τόκος
- ❖ Ονομαστικό και πραγματικό επιτόκιο
- ❖ Διαγράμματα δαπανών-εσόδων (χρηματοροών)
- ❖ Παρούσα και μελλοντική αξία
- ❖ Παρούσα αξία σειράς ομοιόμορφων δόσεων
- ❖ Μελλοντική αξία σειράς ομοιόμορφων καταθέσεων
- ❖ Παρούσα αξία σειράς ανομοιόμορφων ποσών
- ❖ Μελλοντική αξία σειράς ανομοιόμορφων ποσών

Διαχρονική αξία του χρήματος

Το χρήμα, ως κεφάλαιο (*capital*) (γενικότερα ως περιουσιακό στοιχείο, *asset*), έχει την ιδιότητα να αποφέρει κέρδος, μέσω της επένδυσής του για μια χρονική περίοδο.

Απόρροια αυτής της ιδιότητας είναι ότι ένα ποσό κεφαλαίου P σήμερα ($t=0$) δεν έχει την ίδια αξία με το ίδιο ποσό κεφαλαίου P στο μέλλον ($t=t_1$), δεδομένου ότι, αν είχε επενδυθεί θα είχε αποφέρει κέρδος και θα είχε γίνει $P+\Delta P$, με ένα ρυθμό απόδοσης i .

Το κέρδος ΔP είναι γνωστός ως **τόκος** (*interest*) και αντιπροσωπεύει το “ενοίκιο” για τη χρήση του κεφαλαίου από άλλον ενώ ο ρυθμός απόδοσης i είναι γνωστός ως **επιτόκιο** (*interest rate*).

Η ιδιότητα του χρήματος να “αυξάνεται” με το χρόνο μέσω της επένδυσης του είναι γνωστή ως **διαχρονική αξία του χρήματος** (*time value of money*).

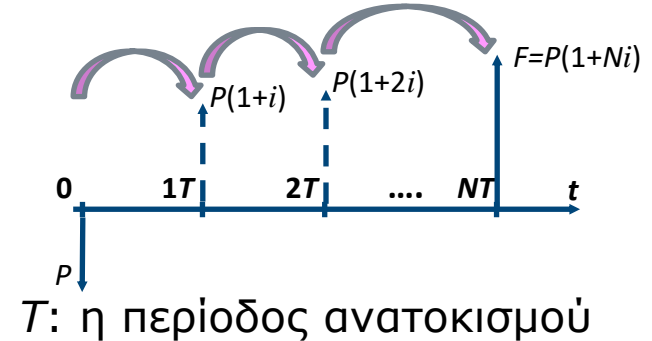
Ως αποτέλεσμα, το αρχικό κεφάλαιο P στο χρόνο 0 και το τελικό διαμορφωθέν κεφάλαιο $P+\Delta P$ στο πέρας της επένδυσης t_1 είναι **οικονομικά ισοδύναμα**.

Σημείωση: Η ιδιότητα του χρήματος να αποφέρει κέρδος **διαφέρει** από την **αγοραστική αξία του χρήματος** (*purchasing power of money*).

Απλός και σύνθετος τόκος

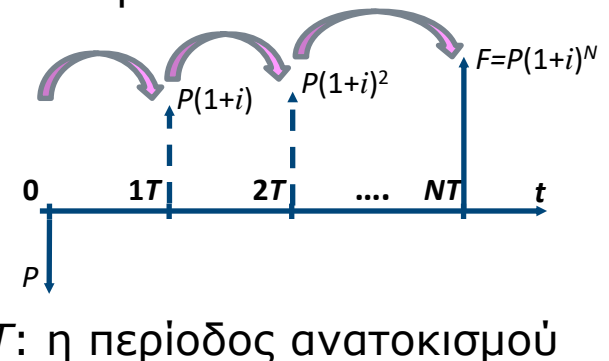
❖ **Απλός Τόκος:** Ο τόκος είναι ευθέως ανάλογος της περιόδου επένδυσης N και του επιτοκίου i , ήτοι:

$$F = P \cdot (1 + i \cdot N)$$



❖ **Σύνθετος τόκος ή ανατοκισμός:** Στην περίπτωση αυτή, ο τόκος στο τέλος κάθε περιόδου ανατοκισμού (*περίοδος αναφοράς του επιτοκίου*) προστίθεται στο κεφάλαιο (*κεφαλαιοποιείται*) και αποδίδει και αυτός τόκο στις επόμενες περιόδους. Εάν P το αρχικό κεφάλαιο, i το επιτόκιο της **περιόδου ανατοκισμού**, N ο συνολικός αριθμός των περιόδων ανατοκισμού της επένδυσης, τότε το τελικό κεφάλαιο F δίνεται από τη σχέση (*γενικός τύπος ανατοκισμού*):

$$F = P \cdot (1 + i)^N \quad (1)$$

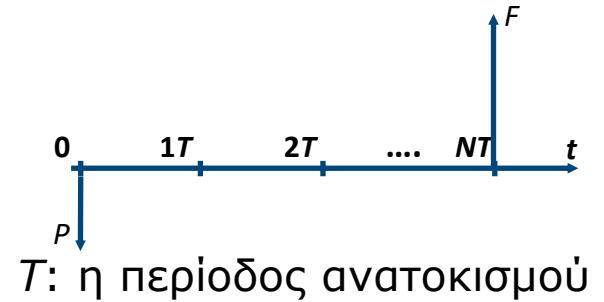


Στην αγορά εφαρμόζεται σχεδόν αποκλειστικά η διαδικασία ανατοκισμού.

Επιλογή περιόδου αναφοράς επιτοκίου

ΠΡΟΣΟΧΗ: Στη γενική σχέση ανατοκισμού:

$$F = P(1+i)^N \quad (1)$$



θα πρέπει να χρησιμοποιείται η ίδια περίοδος αναφοράς του επιτοκίου i και μέτρησης του χρονικού εύρους της επένδυσης. Αυτό σημαίνει, για παράδειγμα, ότι δε μπορούμε να χρησιμοποιούμε στην ανάλυση ετήσιο επιτόκιο και ταυτόχρονα να μετράμε τη διάρκεια της επένδυσης σε χρονική μονάδα εξαμήνου (αλλά θα πρέπει σε χρονική μονάδα έτους).

Αυτό βέβαια δε σημαίνει, ότι δεν μπορούμε να επιλέξουμε εμείς, τη χρονική βάση της ανάλυσης (καθ' όπως μας εξυπηρετεί). Απλώς, θα πρέπει να μεριμνήσουμε, ώστε να χρησιμοποιήσουμε στην ανάλυση, το επιτόκιο που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη χρονική περίοδο (με διαδικασία που περιγράφεται στη συνέχεια).

Ισοδύναμο επιτόκιο σε άλλη περίοδο αναφοράς

Αν το επιτόκιο στη διάρκεια ενός εξαμήνου είναι $i_{εξ}=6\%$, το ισοδύναμο για το έτος είναι $i_{ετησ}=12,36\%$.

Ισχύει:

- 1) Τα δύο επιτόκια $i_{εξ}$ και $i_{ετησ}$ είναι **ισοδύναμα**, γεγονός που σημαίνει ότι, για το ίδιο ποσό κεφαλαίου P , αποδίδουν το ίδιο ποσό F , στο ίδιο χρονικό διάστημα.
- 2) Στον γενικό τύπο ανατοκισμού (1), ο συνολικός αριθμός των περιόδων ανατοκισμού N , υπολογίζεται **βάσει της περιόδου ανατοκισμού** του επιτοκίου που συμμετέχει στη σχέση.

Δηλαδή, εάν έχουμε επένδυση για K έτη, σύμφωνα με τα παραπάνω, ισχύει:

- Για το ετήσιο:
$$F = P(1 + i_{ετησ})^K \quad (N \text{ εκφρασμένο με βάση έτος})$$

- Για το εξαμηνιαίο:
$$F = P(1 + i_{εξ})^{2K} \quad (N \text{ εκφρασμένο με βάση το εξάμηνο})$$

Από τις παραπάνω σχέσεις, τελικά προκύπτει:
$$i_{ετησ} = (1 + i_{εξ})^2 - 1 = (1 + 0.06)^2 - 1 = 0.1236 \text{ ή } 12.36\%$$

Ονομαστικό και πραγματικό επιτόκιο

Στην οικονομική ανάλυση χρησιμοποιούνται δύο ειδών επιτόκια:

- ❖ Το **πραγματικό** (εκθετικό) **επιτόκιο** είναι αυτό που λαμβάνει υπόψη τον ανατοκισμό και με το οποίο γίνονται οι υπολογισμοί της χρηματοροής (π.χ., των καταθέσεων και αναλήψεων σε έναν τραπεζικό λογαριασμό). Αν καταγραφεί το επιτόκιο αυτό για μια συγκεκριμένη περίοδο, το ισοδύναμο επιτόκιο που αντιστοιχεί σε μια πολλαπλάσια (ή υποπολλαπλάσια) περίοδο αλλάζει με μη-γραμμικό τρόπο.

Για παράδειγμα, αν το πραγματικό επιτόκιο στη διάρκεια ενός εξαμήνου είναι 6%, το ισοδύναμο πραγματικό για το έτος, τη διετία, το τρίμηνο, τον μήνα είναι 12,36%, 26,25%, 2,96% και 0,098% αντίστοιχα.

Στον γενικό τύπο ανατοκισμού (1), χρησιμοποιείται **μόνο το πραγματικό επιτόκιο**.

- ❖ Το **ονομαστικό** (αναλογικό) **επιτόκιο** χρησιμοποιείται για τον απλό κόσμο που δε γνωρίζει οικονομική ανάλυση (αυτό συνήθως «διαφημίζουν» οι τράπεζες για τα προϊόντα τους) κι έχει την έννοια, ότι αν καταγραφεί το επιτόκιο αυτό για μια συγκεκριμένη περίοδο, το επιτόκιο που αντιστοιχεί σε μια πολλαπλάσια (ή υποπολλαπλάσια) περίοδο αλλάζει με γραμμικό (αναλογικό) τρόπο.

Για παράδειγμα, αν το ονομαστικό επιτόκιο στη διάρκεια ενός εξαμήνου είναι 6%, το ισοδύναμο ονομαστικό για το έτος, τη διετία, το τρίμηνο, τον μήνα είναι 12%, 24%, 3% και 1% αντίστοιχα.

Ονομαστικό και πραγματικό επιτόκιο

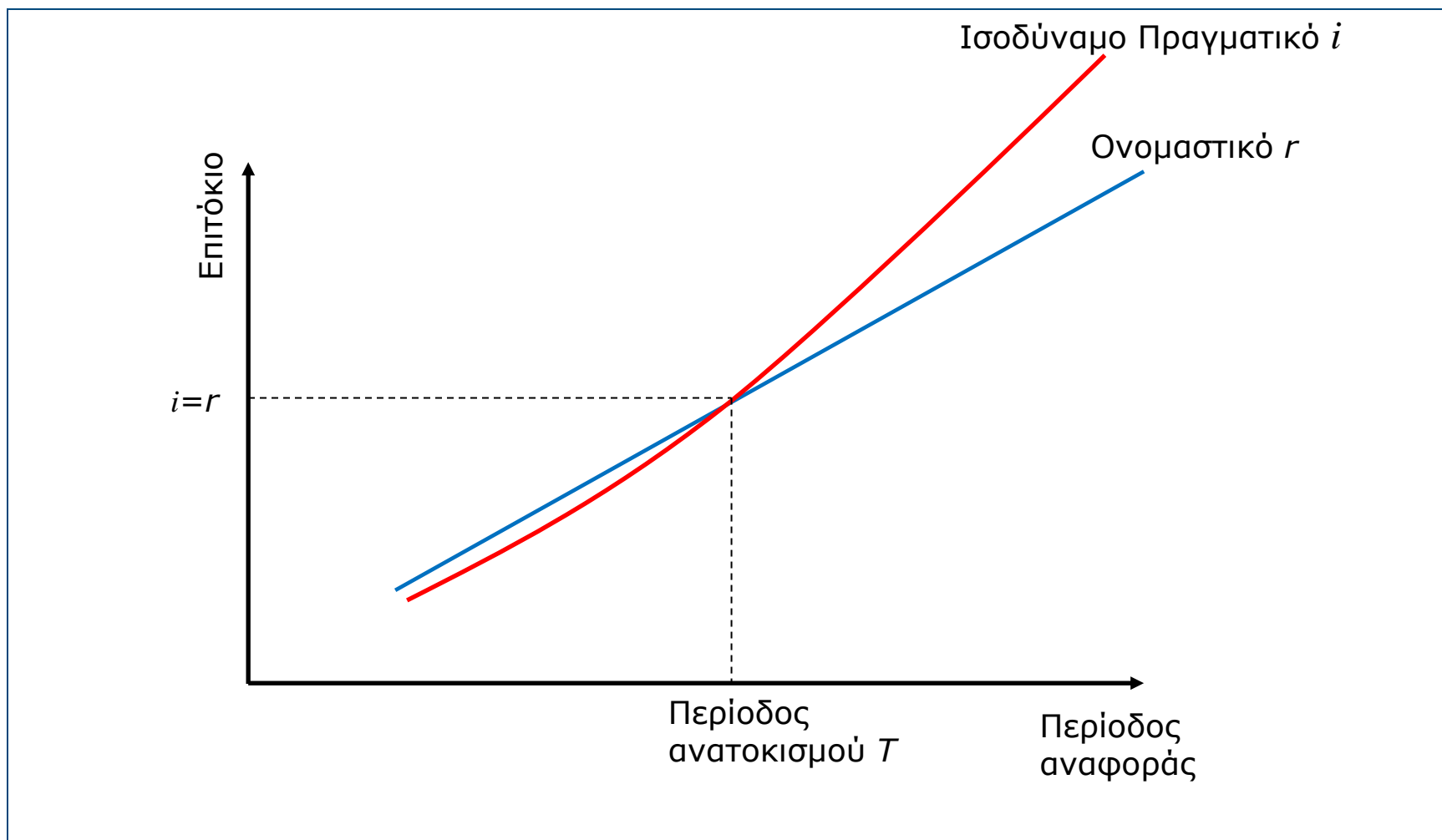
Έστω T η περίοδος ανατοκισμού, i το πραγματικό (εκθετικό) επιτόκιο στην περίοδο ανατοκισμού και m ακέραιος αριθμός.

Περίοδος αναφοράς $T_{αναφ}$	Ονομαστικό (αναλογικό) επιτόκιο r στην περίοδο αναφοράς	Πραγματικό (εκθετικό) επιτόκιο i στην περίοδο αναφοράς
$m \cdot T$	$m \cdot r$	$(1+i)^m - 1$
.	.	.
$3T$	$3r$	$(1+i)^3 - 1$
$2T$	$2r$	$(1+i)^2 - 1$
T	r	i
$(1/2)T$	$(1/2)r$	$(1+i)^{(1/2)} - 1$
$(1/3)T$	$(1/3)r$	$(1+i)^{(1/3)} - 1$
.	.	.
$(1/m) \cdot T$	$(1/m) \cdot r$	$(1+i)^{(1/m)} - 1$

Περίοδος αναφοράς ίση με την περίοδο ανατοκισμού

Σύνδεση ονομαστικού & πραγματικού επιτοκίου

Το **ονομαστικό** επιτόκιο και το **πραγματικό** επιτόκιο **έχουν την ίδια τιμή μόνο όταν** αναφέρονται στην **περίοδο ανατοκισμού**.



Σύνδεση ονομαστικού & πραγματικού επιτοκίου

Αν είναι γνωστά, το ονομαστικό επιτόκιο r σε μια περίοδο (π.χ., ετήσιο ονομαστικό $r=12\%$), η περίοδος ανατοκισμού, (π.χ. το εξάμηνο) και θέλουμε να βρούμε το πραγματικό επιτόκιο i στην ίδια περίοδο με αυτή του ονομαστικού (π.χ., το ετήσιο πραγματικό), θα πρέπει:

(α) Να υπολογίσουμε το ονομαστικό επιτόκιο r_m στην περίοδο του ανατοκισμού από τη σχέση:

$$r_m = \frac{r}{m} \quad (2)$$

όπου m ο λόγος της περιόδου αναφοράς του ονομαστικού επιτοκίου r προς την περίοδο ανατοκισμού. π.χ.,

- Ετήσιο ονομαστικό επιτόκιο με εξαμηνιαίο ανατοκισμό: $m = 12/6 = 2$
- Ετήσιο ονομαστικό επιτόκιο με τριμηνιαίο ανατοκισμό: $m = 12/3 = 4$
- Ετήσιο ονομαστικό επιτόκιο με 3τή ανατοκισμό: $m = 1/3$

Για το παράδειγμα: $m=2$ και $r_2=r_{\text{εξαμ}}=6\%$.

Σύνδεση ονομαστικού & πραγματικού επιτοκίου

(β) Δεδομένου ότι το ονομαστικό και το πραγματικό επιτόκιο έχουν την ίδια τιμή στην περίοδο ανατοκισμού, ισχύει:

$$i_m = r_m$$

Για το παράδειγμα, $i_{\text{εξαμ}} = i_m = r_m = r_{\text{εξαμ}} = 6\%$.

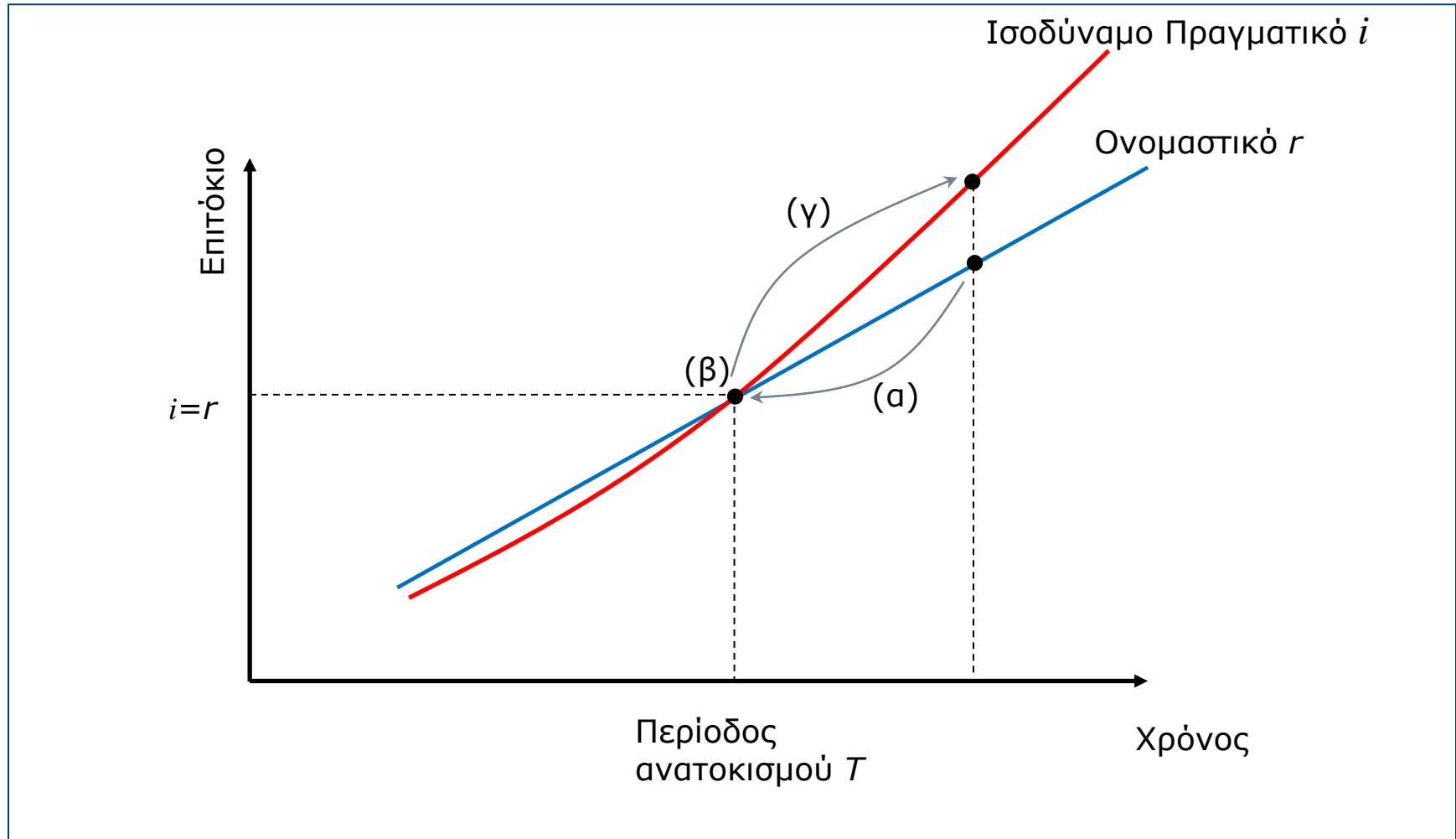
(γ) Να υπολογίσουμε το πραγματικό επιτόκιο i στην περίοδο αναφοράς του r από τη σχέση:

$$i = (1 + i_m)^m - 1 \quad \text{ή} \quad i = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1 \quad (3)$$

Για το παράδειγμα $i = i_{\text{ετήσ}} = 12,36\%$.

Σύνδεση ονομαστικού & πραγματικού επιτοκίου

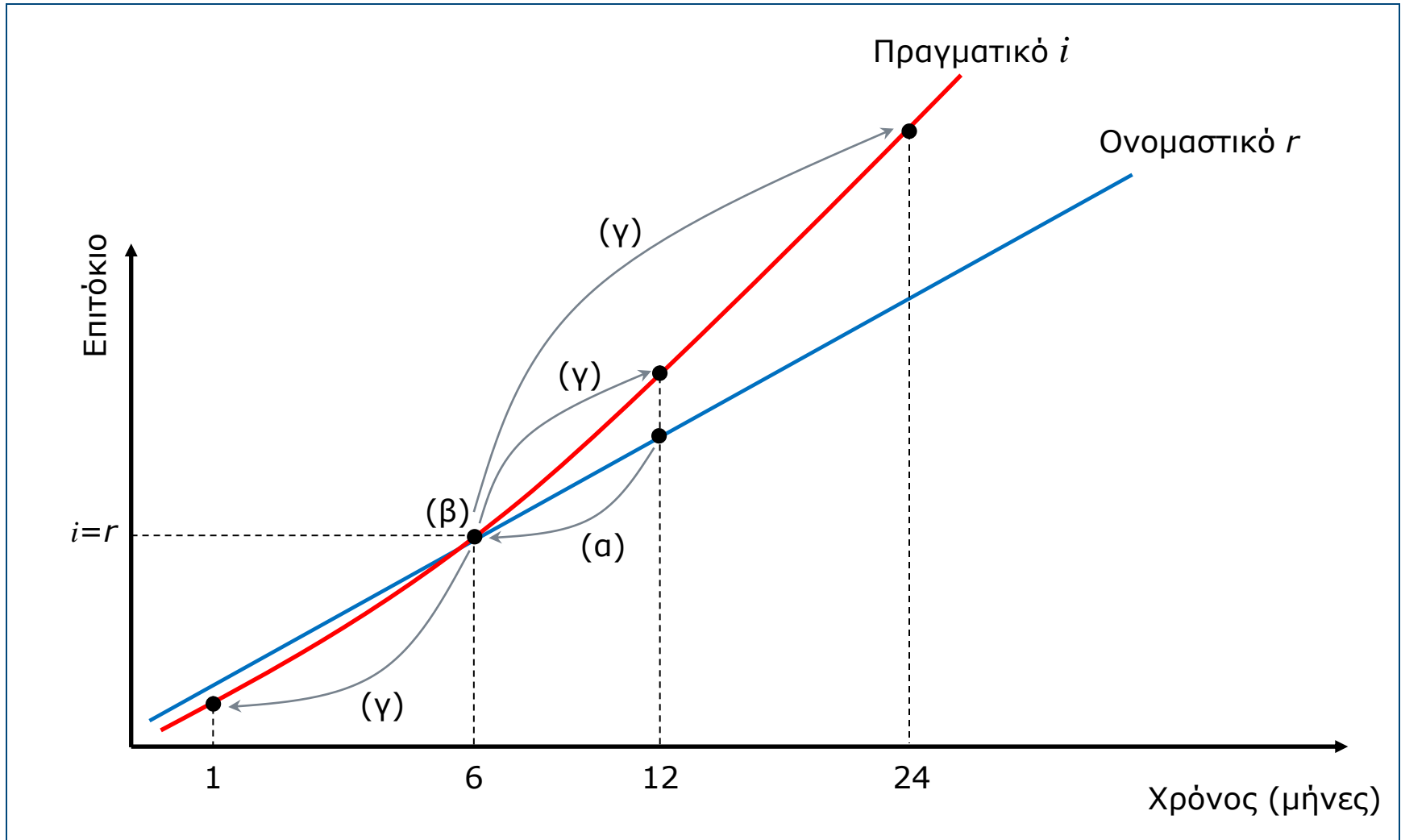
Γραφικά η προηγούμενη μεθοδολογία απεικονίζεται ως εξής:



Σύνδεση ονομαστικού & πραγματικού επιτοκίου

Αν στο προηγούμενο παράδειγμα ζητούσαμε το πραγματικό επιτόκιο της διετίας, στη σχέση (3) θα χρησιμοποιούσαμε $m=4$ (η διετία έχει 4 εξάμηνα), ενώ αν ζητούσαμε το πραγματικό μηνιαίο επιτόκιο, στη σχέση (3) θα χρησιμοποιούσαμε $m=1/6$ (ο μήνας είναι το 1/6 του εξαμήνου).

Σύνδεση ονομαστικού & πραγματικού επιτοκίου



Ισοδύναμο πραγματικό επιτόκιο σε άλλη περίοδο αναφοράς: Γενική σχέση

Γενικεύοντας τη σχέση (3), το πραγματικό επιτόκιο i_A με περίοδο αναφοράς A , με δεδομένο το πραγματικό επιτόκιο i_B με περίοδο αναφοράς B , δίνεται από τη σχέση:

$$i_A = (1 + i_B)^m - 1 \quad (3.1)$$

όπου m λόγος:

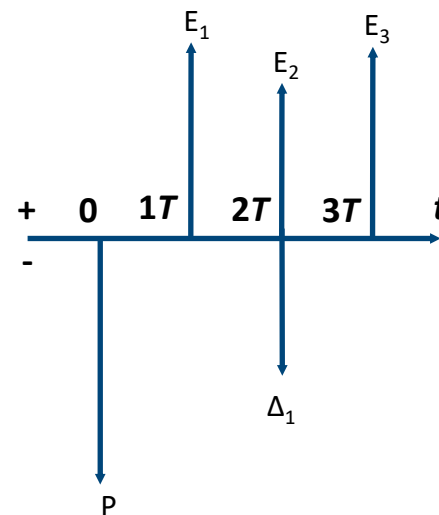
$$m = \frac{\text{Περίοδος αναφοράς } A}{\text{Περίοδος αναφοράς } B}$$

- Γνωστό εξαμηνιαίο επιτόκιο i_B και ζητείται επιτόκιο 3τίας i_A : $m = 36/6 = 6$
- Γνωστό επιτόκιο 2ετίας i_B και ζητείται επιτόκιο εξαμήνου i_A : $m = 6/24 = 1/4$

Διαγράμματα δαπανών-εσόδων (χρηματοροών)

Οι χρηματοροές μιας επένδυσης μπορούν να αναπαρασταθούν γραφικά σε ένα διάγραμμα δαπανών/εσόδων ως συνάρτηση του χρόνου t , λαμβάνοντας υπόψη:

- Η χρονική μονάδα καθορίζεται από την περίοδο των χρηματοροών T ($t=m \cdot T$, m : ακέραιος).
- Τα έσοδα έχουν θετικό πρόσημο και τα έξοδα αρνητικό. Αν το ποσό αποτελεί δαπάνη ή έξοδο εξαρτάται από τη θέση από την οποία εξετάζεται. π.χ., από τη σκοπιά του δανειστή το δάνειο είναι έξοδο και οι δόσεις που εισπράττει έσοδα. Από τη σκοπιά του δανειζόμενου ισχύουν τ' αντίστροφα.
- Δεν είναι απαραίτητο τα ποσά να σχεδιάζονται υπό κλίμακα.



Παρούσα και μελλοντική αξία

Έστω P , σε χρόνο 0 , το αρχικό κεφάλαιο μιας επένδυσης, το οποίο, μέσω αυτής, μετασχηματίζεται βάσει της διαχρονικής αξίας του χρήματος, σε ένα ποσό F σε χρόνο t_1 .

Το ποσό F ονομάζεται **μελλοντική αξία** στο χρόνο t_1 του αρχικού κεφαλαίου P , ενώ το αρχικό κεφάλαιο P ονομάζεται **παρούσα αξία** του ποσού F .

Σημείωση: Η παρούσα αξία δεν αναφέρεται κατά ανάγκη στο σήμερα, αλλά στην αρχή της εξεταζόμενης περιόδου, την οποία συνήθως (για ευκολία) τοποθετούμε σε χρόνο 0 .

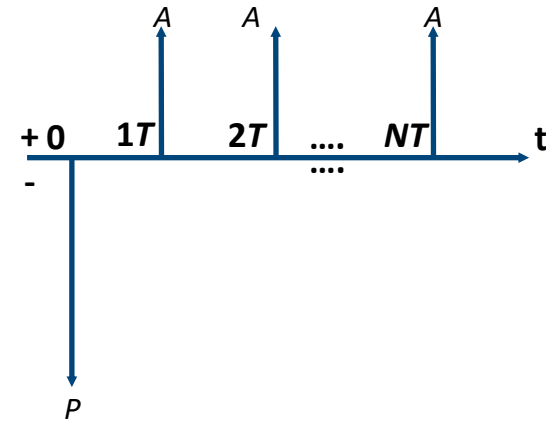
Παρούσα αξία σειράς ομοιόμορφων δόσεων

Η σχέση ισοδυναμίας μεταξύ ενός αρχικού ποσού P και N ομοιόμορφων μελλοντικών ισόποσων και ισοκατανεμημένων δόσεων ποσού A , με επιτόκιο i , δίνεται από τη σχέση:

$$P = A \frac{(1+i)^N - 1}{i \cdot (1+i)^N} \quad (4)$$

και αντίστροφα:

$$A = P \frac{i \cdot (1+i)^N}{(1+i)^N - 1} \quad (5)$$



Παρατηρήσεις:

- 1) Η παρούσα αξία υπολογίζεται τη χρονική στιγμή 0.
- 2) Οι δόσεις δίδονται στο τέλος κάθε περιόδου.
- 3) Η περίοδος αναφοράς του πραγματικού επιτοκίου i συμπίπτει με την χρονική μονάδα T των εσόδων.

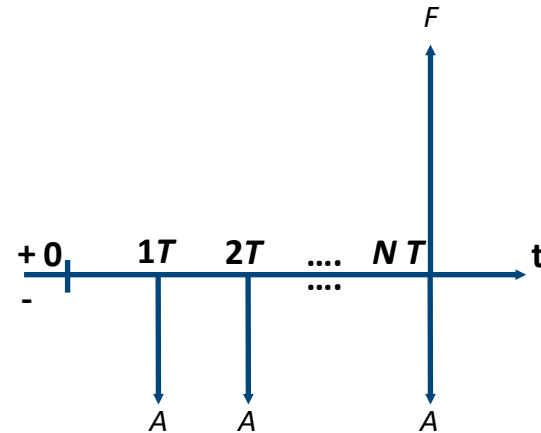
Μελλοντική αξία σειράς ομοιόμορφων καταθέσεων

Η σχέση ισοδυναμίας μεταξύ N ομοιόμορφων (ποσοτικά και χρονικά) δόσεων ποσού A , και ενός τελικού ποσού F (κατά το διάγραμμα), με επιτόκιο i , δίνεται από τη σχέση:

$$F = A \frac{(1+i)^N - 1}{i} \quad (6)$$

και αντίστροφα:

$$A = F \frac{i}{(1+i)^N - 1} \quad (7)$$



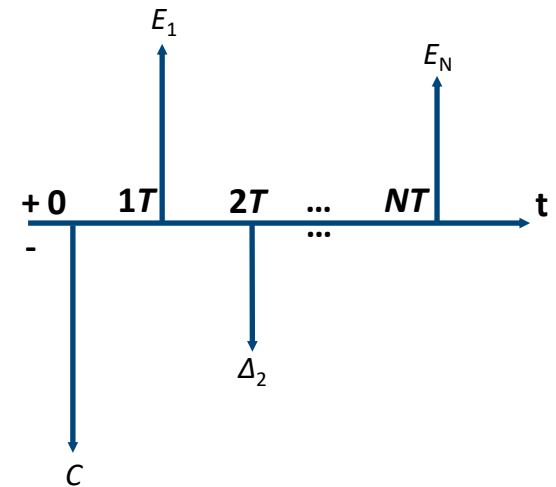
Παρατηρήσεις:

- 1) Η μελλοντική αξία υπολογίζεται τη χρονική στιγμή $N \cdot T$ της τελευταίας δόσης.
- 2) Οι καταθέσεις γίνονται στο τέλος κάθε περιόδου.
- 3) Η περίοδος αναφοράς του πραγματικού επιτοκίου i συμπίπτει με την χρονική μονάδα T των δόσεων.

Παρούσα αξία σειράς ανομοιόμορφων ποσών

Για να υπολογιστεί η παρούσα αξία σειράς ανομοιόμορφων δαπανών/εσόδων, χρησιμοποιείται ο γενικός τύπος ανατοκισμού (1) για καθένα από αυτά ξεχωριστά και στη συνέχεια άθροιση. Για το παράδειγμα του σχήματος η παρούσα αξία είναι:

$$PW = -c + \frac{E_1}{(1+i)} - \frac{\Delta_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{E_N}{(1+i)^N} \quad (8)$$



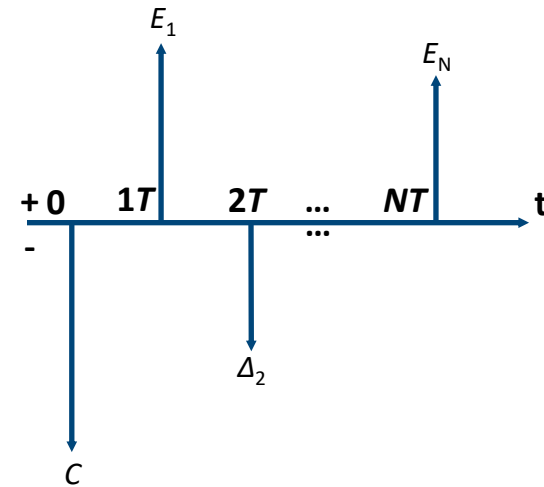
Παρατηρήσεις:

- 1) Η παρούσα αξία υπολογίζεται τη χρονική στιγμή 0.
- 2) Τα ποσά λογίζονται στο τέλος κάθε περιόδου.
- 3) Η περίοδος αναφοράς του πραγματικού επιτοκίου i συμπίπτει με την χρονική μονάδα T των δαπανών/εσόδων.

Μελλοντική αξία σειράς ανομοιομορφων ποσών

Για να υπολογιστεί η παρούσα αξία σειράς ανομοιομορφων δαπανών/εσόδων, χρησιμοποιείται ο γενικός τύπος ανατοκισμού (1) για καθένα από αυτά ξεχωριστά και στη συνέχεια γίνεται άθροιση. Για το παράδειγμα του σχήματος η μελλοντική αξία είναι:

$$FW = -c(1+i)^N + E_1(1+i)^{N-1} - \Delta_2(1+i)^{N-2} + \dots + E_N \quad (9)$$

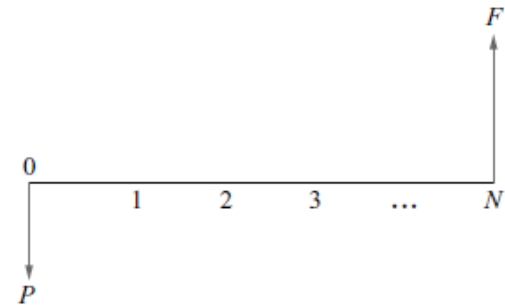


Παρατηρήσεις:

- 1) Η μελλοντική αξία υπολογίζεται τη χρονική στιγμή $N \cdot T$.
- 2) Τα ποσά λογίζονται στο τέλος κάθε περιόδου.
- 3) Η περίοδος αναφοράς του πραγματικού επιτοκίου i συμπίπτει με την χρονική μονάδα T των καταθέσεων – αναλήψεων.

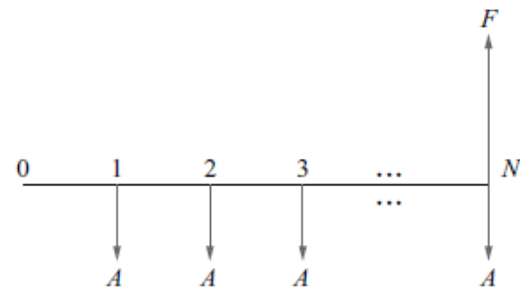
Συντομογραφίες μαθηματικών σχέσεων

Στη βιβλιογραφία οι εξισώσεις (1) και (4) έως (6) συναντώνται συχνά γραμμένες με την εξής συντομογραφία:



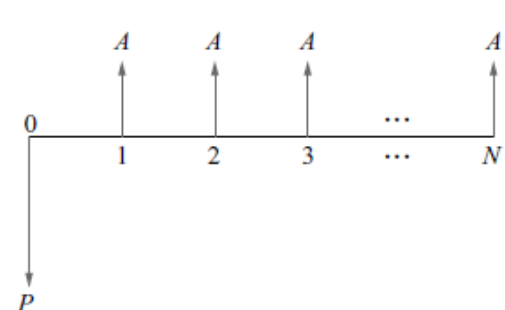
$$F = P \cdot (1+i)^N \quad (F/P, i, N)$$

$$P = \frac{F}{(1+i)^N} \quad (P/F, i, N)$$



$$F = A \frac{(1+i)^N - 1}{i} \quad (F/A, i, N)$$

$$A = F \frac{i}{(1+i)^N - 1} \quad (A/F, i, N)$$



$$P = A \frac{(1+i)^N - 1}{i \cdot (1+i)^N} \quad (P/A, i, N)$$

$$A = P \frac{i \cdot (1+i)^N}{(1+i)^N - 1} \quad (A/P, i, N)$$

Μέρος 2^ο: Μέθοδοι οικονομικής αξιολόγησης επενδύσεων

- ❖ **Οικονομική ισοδυναμία επενδυτικών προτάσεων**
- ❖ **Αξιολόγηση επενδυτικών προτάσεων μέσω της σύγκρισης της Παρούσας Αξίας τους**
- ❖ **Αξιολόγηση επενδυτικών προτάσεων μέσω της σύγκρισης της Μελλοντικής Αξίας τους στο χρόνο περάτωσης τους**
- ❖ **Αξιολόγηση επενδύσεων διαφορετικής διάρκειας ζωής με τη μέθοδο των επαναλαμβανόμενων αγορών**
- ❖ **Αξιολόγηση επενδύσεων με τη μέθοδο ισοδύναμης ετήσιας αξίας (εφαρμόσιμη και σε άνισες διάρκειες ζωής)**
- ❖ **Αξιολόγηση επενδυτικών προτάσεων μέσω της σύγκρισης του εσωτερικού ρυθμού απόδοσης τους**
- ❖ **Αξιολόγηση επενδύσεων με τη μέθοδο της περιόδου αποπληρωμής**

Οικονομική ισοδυναμία επενδυτικών προτάσεων

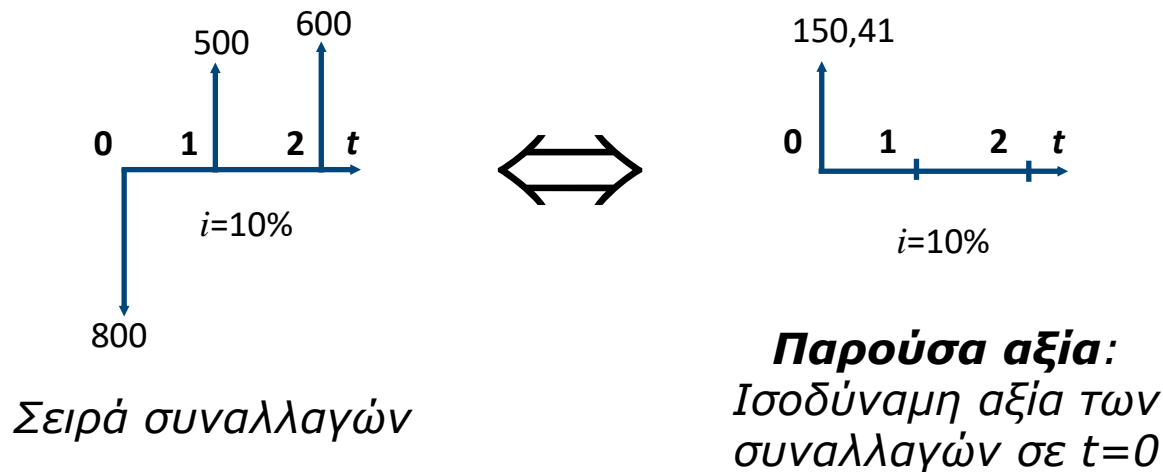
Η ελκυστικότητα μια επενδυτικής πρότασης δεν είναι πάντα άμεσα εμφανής, π.χ., από το χρονικό διάγραμμα δαπανών/εσόδων. Λαμβάνοντας υπόψη τη διαχρονική αξία του χρήματος, η ελκυστικότητα μιας επένδυσης εξαρτάται όχι μόνο από τα ποσά της χρηματοροής της, αλλά και από τη χρονική στιγμή που αυτά εφαρμόζονται καθώς επίσης και από το θεωρούμενο επιθυμητό ρυθμό απόδοσης.

Προκειμένου να είναι δυνατή η σύγκριση δύο ή περισσότερων επενδυτικών προτάσεων απαιτείται να γίνεται **χρονικός μετασχηματισμός** των ποσών κάθε πρότασης σε κάποια κοινή βάση, π.χ., παρούσα αξία στο χρόνο 0, μελλοντική αξία στο κοινό πέρας των προτάσεων, κλπ.

Δύο ή περισσότερες εναλλακτικές επενδυτικές προτάσεις χαρακτηρίζονται ως **οικονομικά ισοδύναμες**, εφόσον, αν και έχουν διαφορετική δομή χρηματοροής, έχουν την ίδια αξία την ίδια χρονική στιγμή και επομένως αποφέρουν το ίδιο οικονομικό αποτέλεσμα.

Αξιολόγηση επενδυτικών προτάσεων μέσω της σύγκρισης της Παρούσας Αξίας τους

Η **παρούσα αξία** (*present worth, PW ή present value PV*) μιας σειράς συναλλαγών (έσοδα/έξοδα) που απαρτίζουν μια επενδυτική πρόταση είναι η συνολική ισοδύναμη αξία των συναλλαγών στο χρόνο μηδέν.



Αξιολόγηση επενδυτικών προτάσεων μέσω της σύγκρισης της Παρούσας Αξίας τους

Η μεθοδολογία αξιολόγησης επενδυτικών προτάσεων μέσω της σύγκρισης της Παρούσας Αξίας τους περιλαμβάνει τις εξής φάσεις:

1. Καθορίζονται ο **απαιτούμενος** ή **ελάχιστος αποδεκτός ρυθμός απόδοσης** (*minimum attractive rate of return*, **MARR**) για κάθε είδος επένδυσης και γενικότερο οικονομικό (επενδυτικό) περιβάλλον (κόστος απόκτησης κεφαλαίου, ρίσκο αποτυχίας της επένδυσης, οικονομική αστάθεια, κ.ά.).
2. Εκτιμάται η **κοινή** διάρκεια ζωής των επενδύσεων.
3. Εκτιμάται η καθαρή αξία (έσοδα-έξοδα) σε κάθε περίοδο για κάθε επένδυση.
4. Υπολογίζεται η παρούσα αξία της χρηματοροής κάθε πρότασης, με χρήση της (4) ή της (8) για ομοιόμορφα ή ανομοιόμορφα ποσά χρηματοροής αντίστοιχα, χρησιμοποιώντας ως επιτόκιο τον ελάχιστο αποδεκτό ρυθμό απόδοσης.
5. Ως η πλέον συμφέρουσα επιλέγεται η πρόταση με τη μεγαλύτερη παρούσα αξία. Προτάσεις με αρνητική (καθαρή) παρούσα αξία απορρίπτονται ως μη αποδοτικές.

Αξιολόγηση επενδυτικών προτάσεων μέσω της σύγκρισης της Παρούσας Αξίας τους

Σημείωση 1: Όταν αξιολογούνται προτάσεις με κοινή κατανομή εσόδων στο χρόνο, η σύγκριση μπορεί να γίνει με βάση **μόνο τις δαπάνες**. Σε τέτοιες περιπτώσεις, οι παρούσες αξίες προκύπτουν αρνητικές αλλά και πάλι (επειδή η αξιολόγηση εναλλακτικών προτάσεων είναι πάντα συγκριτική) επιλέγεται η πρόταση με την **αλγεβρικά μεγαλύτερη** τιμή της παρούσας αξίας.

Σημείωση 2: Όλες οι επενδύσεις πρέπει να έχουν κοινή διάρκεια ζωής για να εφαρμοστεί σωστά η μέθοδος της παρούσας αξίας. Αυτό γίνεται άλλοτε με χρονική «επέκταση» μιας επένδυσης με μηδενικά ποσά ώστε να φτάσει τη διάρκεια της (εκτενέστερης σε χρονικό ορίζοντα) εναλλακτικής επένδυσης κι άλλοτε με τη μεθοδολογία της επαναλαμβανόμενης αγοράς η οποία παρουσιάζεται στη συνέχεια. Η επιλογή της μεθόδου δε γίνεται αυθαίρετα αλλά ακολουθεί αυτό που συμβαίνει στην πραγματικότητα (αν δηλαδή υπάρχει πραγματικά επανάληψη αγοράς (π.χ., αντικατάσταση μηχανημάτων) ή όχι (π.χ., σύναψη μεμονωμένου δανείου με εναλλακτικές διάρκειες αποπληρωμής του)).

Αξιολόγηση επενδυτικών προτάσεων μέσω της σύγκρισης της Μελλοντικής Αξίας τους στο χρόνο περάτωσης τους

Η **μελλοντική αξία** (*future worth, FW ή future value FV*) σε μελλοντικό χρόνο t_1 , μιας σειράς συναλλαγών (έσοδα/έξοδα) που απαρτίζουν μια επενδυτική πρόταση είναι η συνολική ισοδύναμη αξία των συναλλαγών στον εν λόγω χρόνο.

Για τη αξιολόγηση επενδυτικών προτάσεων μέσω της σύγκρισης της μελλοντικής αξίας τους ακολουθείται όμοια μεθοδολογία με αυτή της σύγκρισης της παρούσας αξίας, με τη διαφορά ότι εδώ υπολογίζονται οι μελλοντικές αξίες των επενδύσεων στο χρόνο περάτωσης τους.

Για τον υπολογισμό των μελλοντικών αξιών χρησιμοποιείται η (6) για ομοιόμορφες κατανομές χρηματοροής ή η (9) για ανομοιόμορφες θέτοντας ως επιτόκιο τον ελάχιστο αποδεκτό ρυθμό απόδοσης (*minimum attractive rate of return, MARR*).

Αξιολόγηση επενδύσεων διαφορετικής διάρκειας ζωής με τη μέθοδο των επαναλαμβανόμενων αγορών

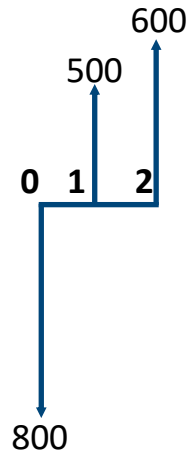
Για να εφαρμοσθούν οι **μέθοδοι** της **παρούσας** και της **μελλοντικής αξίας** **απαιτείται** οι **διάρκειες ζωής** όλων των υπό αξιολόγηση επενδυτικών προτάσεων να είναι οι **ίδιες**.

Προκειμένου να είναι δυνατή η εφαρμογή τους, χρησιμοποιείται σε πολλές περιπτώσεις **η μέθοδος των επαναλαμβανόμενων αγορών** (με την προϋπόθεση ότι πραγματικά λαμβάνουν χώρα διαδοχικές επαναλήψεις της εκάστοτε επένδυσης, π.χ., στην περίπτωση αντικατάστασης μηχανημάτων για συνέχιση μιας παραγωγικής διαδικασίας).

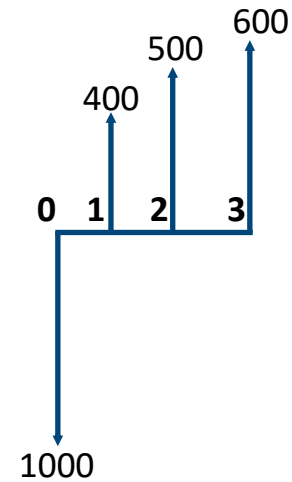
Σύμφωνα με τη μέθοδο, κάθε μια από τις προτάσεις θεωρείται ότι επαναλαμβάνεται διαδοχικά με τα ίδια ακριβώς χρονικά και οικονομικά δεδομένα μέχρι να βρεθεί κοινό σημείο πέραςτος όλων των προτάσεων. Η κοινή περίοδος σύγκρισης προκύπτει από το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των επιμέρους διάρκειών.

Μέθοδος των επαναλαμβανόμενων αγορών για αξιολόγηση επενδύσεων με διαφορετική διάρκεια ζωής

Επένδυση 1:
2 έτη διάρκεια ζωής

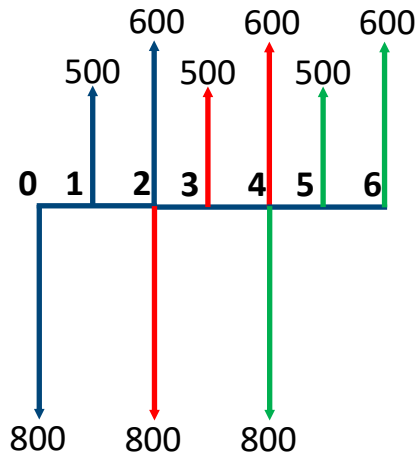


Επένδυση 2:
3 έτη διάρκεια ζωής

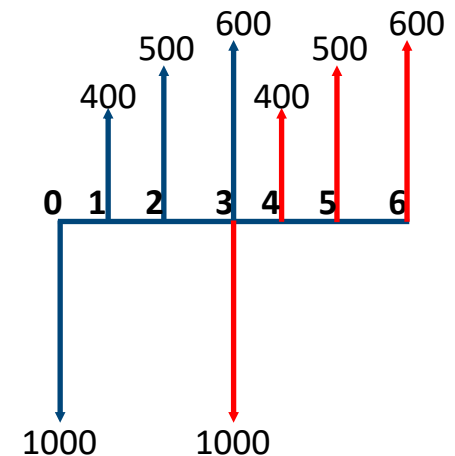


Παράδειγμα

Μετασχηματισμένη διάρκεια ζωής 6 ετών,
θεωρώντας 3 επαναλαμβανόμενες εφαρμογές



Μετασχηματισμένη διάρκεια ζωής 6 ετών,
θεωρώντας 2 επαναλαμβανόμενες εφαρμογές



Αξιολόγηση επενδύσεων με τη μέθοδο της ισοδύναμης ετήσιας αξίας

Οι δαπάνες και τα έσοδα μετασχηματίζονται σε ομοιόμορφα ετήσια ποσά κατανεμημένα στην περίοδο ανάλυσης.

Βάσει της (5), η **ισοδύναμη ετήσια αξία** (*equivalent annual worth, EAW*), δίνεται από τη σχέση:

$$EAW = PW \frac{i \cdot (1+i)^N}{(1+i)^N - 1} \quad (10)$$

όπου

PW : η παρούσα αξία της επένδυσης

i : ο ελάχιστος αποδεκτός ρυθμός απόδοσης (*MARR*)

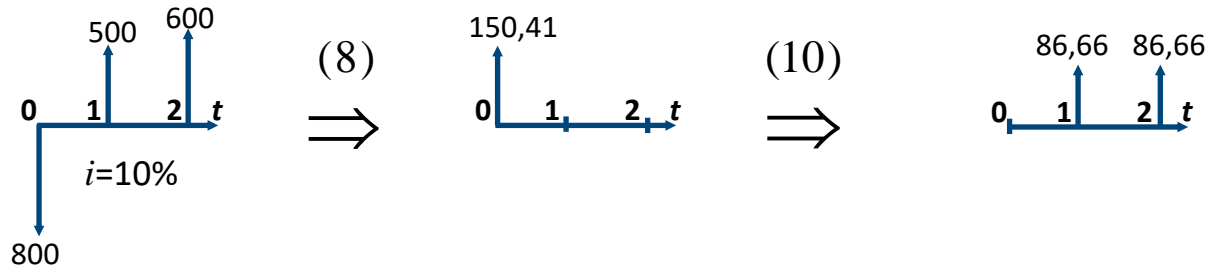
N : η διάρκεια ζωής

Η βέλτιστη επένδυση είναι αυτή με τη **μεγαλύτερη ισοδύναμη ετήσια αξία**.

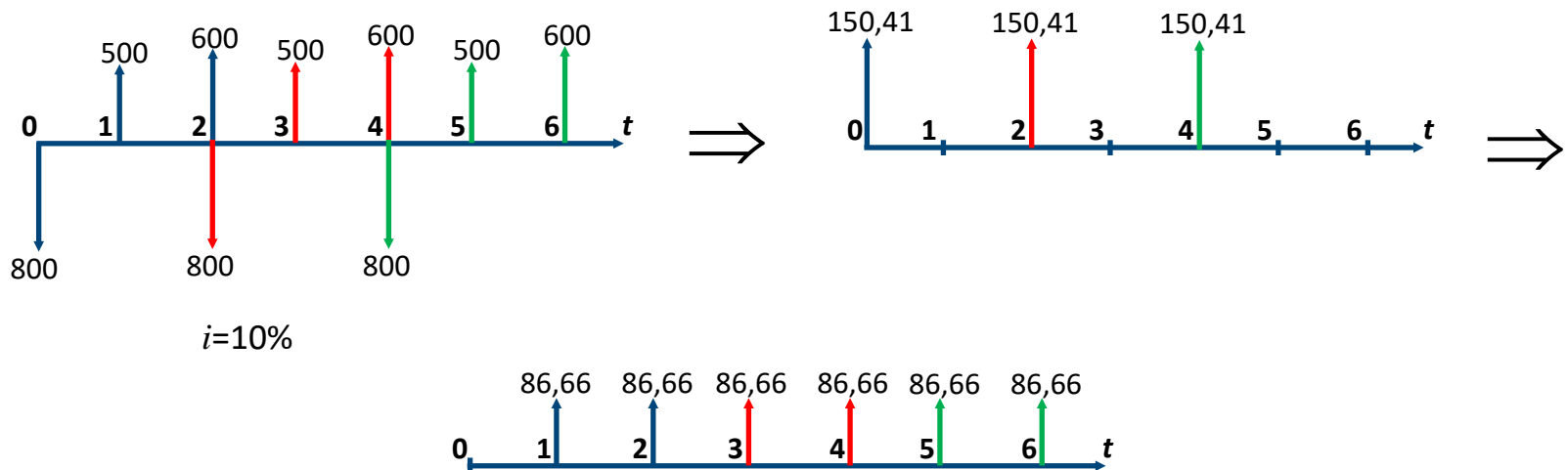
Πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι μπορεί να εφαρμοσθεί για τη σύγκριση προτάσεων με διαφορετική διάρκεια ζωής, διότι η ισοδύναμη ετήσια αξία από την εφαρμογή επαναλαμβανόμενων αγορών είναι **ίση** (ως ποσό) με την ισοδύναμη ετήσια αξία μιας μόνο αγοράς.

Αξιολόγηση επενδύσεων με τη μέθοδο ισοδύναμης ετήσιας αξίας (εφαρμόσιμη και σε άνισες διάρκειες ζωής)

Αρχική επένδυση:



3 επαναλαμβανόμενες αγορές της αρχικής:



Αξιολόγηση επενδυτικών προτάσεων μέσω της σύγκρισης του εσωτερικού ρυθμού απόδοσης τους

Σε μια τυπική επένδυση αρχικά υπάρχουν δαπάνες και στη συνέχεια ακολουθούν έσοδα.

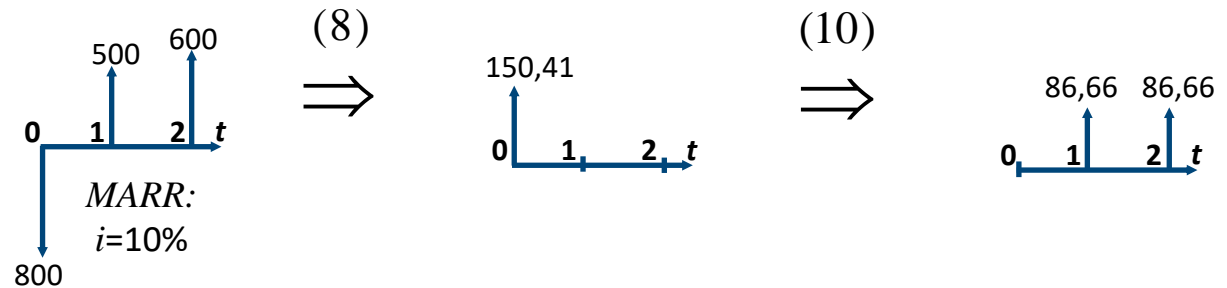
Ο **εσωτερικός ρυθμός απόδοσης** μιας επένδυσης (*internal rate of return*, **IRR**) αντιπροσωπεύει την τιμή εκείνη του επιτοκίου i που εξισώνει τις δαπάνες και τα έσοδα της επένδυσης, όταν τα ποσά αυτά έχουν μετασχηματιστεί ισοδύναμα σε κοινή βάση (π.χ. σε παρούσα αξία).

Ουσιαστικά, το *IRR* μιας επένδυσης εκφράζει την (εσωτερική) αξία μιας επενδυτικής πρότασης σε όρους επιτοκίου. Το *IRR* εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά της χρηματοροής (ποσά και χρόνους εμφάνισης) και εκφράζει το επιτόκιο που επιτυγχάνει η συγκεκριμένη επένδυση. Αντίθετα, το *MARR* είναι μια τιμή επιτοκίου που θέτει εξωτερικά ο χρήστης και υποδηλώνει το κατώφλι απόδοσης που επιθυμεί να επιτύχει από κάποια επένδυση.

Δείκτες αξιολόγησης επενδυτικών προτάσεων

Σε αντίθεση με το IRR , το οποίο εκφράζει την αξία μιας πρότασης σε όρους επιτοκίου και μόνο, η PW εκφράζει την (εσωτερική) αξία της πρότασης εν μέρει σε όρους επιτοκίου (αυτού του ελάχιστου αποδεκτού ρυθμού απόδοσης, με τον οποίο γίνεται ο υπολογισμός της) και εν μέρει σε όρους πραγματικής αξίας (αυτής του ποσού της PW).

Επένδυση:



Εναλλακτικοί τρόποι καταγραφής της επένδυσης:

- Η επένδυση αποδίδει 10% ετησίως & (επιπρόσθετα) 150,41 € σε χρόνο 0 (PW).
- Η επένδυση αποδίδει 10% ετησίως & (επιπρόσθετα) 86,66 € κάθε χρόνο (EAW)
- Η επένδυση αποδίδει 23,32% ετησίως (IRR).

Αξιολόγηση επενδυτικών προτάσεων μέσω της σύγκρισης του εσωτερικού ρυθμού απόδοσης τους

Σύμφωνα με τη μέθοδο, τα ποσά της χρηματοροής της επένδυσης μετασχηματίζονται συνήθως σε όρους παρούσας αξίας και επιλύεται η εξίσωση:

$$PW(i) = 0$$

όπου $PW(i)$ συνολική παρούσα αξία της επένδυσης και i ο άγνωστος IRR .

Η παραπάνω εξίσωση είναι μη γραμμική και συνήθως επιλύεται αριθμητικά, ή με τη μέθοδο «δοκιμής-σφάλματος» ή με αλγοριθμικές μεθόδους (π.χ., τη Newton Raphson). Άλλος τρόπος προσδιορισμού του IRR , είναι με χρήση της ρουτίνας *Goal Seek* ή της συνάρτησης IRR του Excel.

Η αξιολόγηση των επενδυτικών προτάσεων γίνεται αρχικά με βάση τον ελάχιστο αποδεκτό ρυθμός απόδοσης $MARR$. Προτάσεις με $IRR < MARR$ απορρίπτονται, γιατί το κόστος απόκτησης του χρήματος είναι μεγαλύτερο από τον εσωτερικό ρυθμό απόδοσης που πρέπει να έχει η επένδυση ώστε να εξασφαλίζεται η κερδοφορία της. Εξαίρεση σε αυτόν το κανόνα αποτελούν οι περιπτώσεις όπου αναγκαστικά πρέπει να υλοποιηθεί μια επένδυση.

Αξιολόγηση επενδυτικών προτάσεων μέσω της σύγκρισης του εσωτερικού ρυθμού απόδοσης τους

Για την τελική απόφαση της αξιολόγησης για το ποια από τις αξιολογούμενες προτάσεις είναι αποδοτικότερη, απαιτείται να ακολουθεί συγκεκριμένη μεθοδολογία.

Η επιλογή της επένδυσης με το μέγιστο IRR , δεν αποτελεί πάντα τη βέλτιστη λύση. Αυτό αποτελεί ένα **μειονέκτημα** της μεθόδου το οποίο όμως ξεπερνιέται με την εφαρμογή της ανάλυσης πρόσθετης επένδυσης η οποία εκφράζεται μέσω της διαφοράς των δύο επενδύσεων.

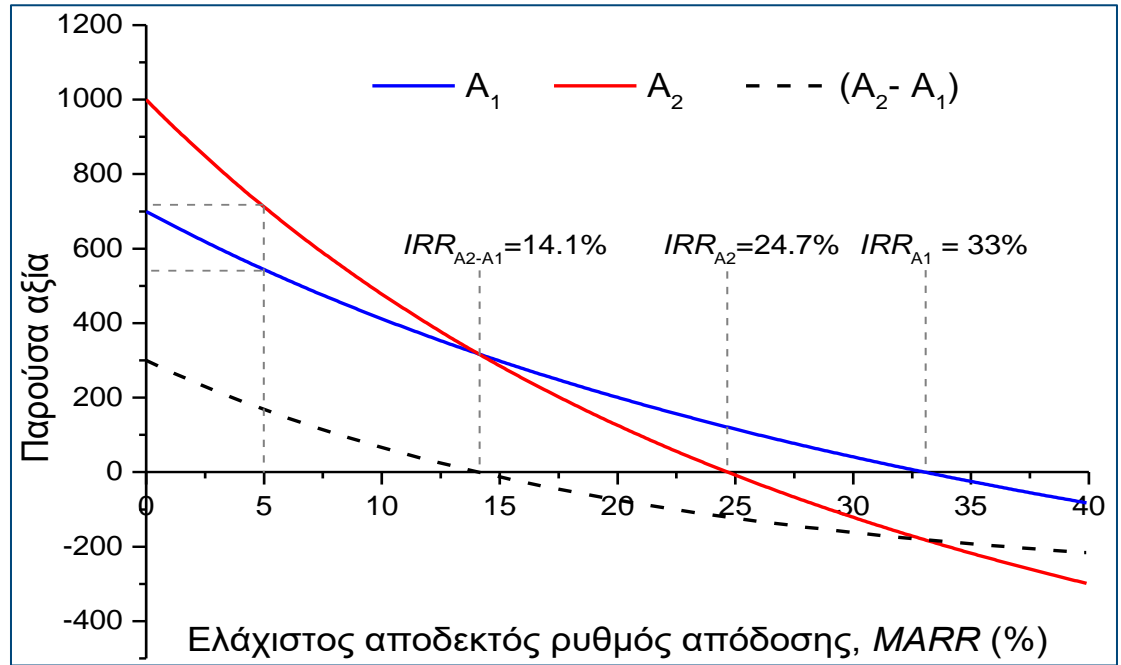
Έστω δύο επενδυτικές προτάσεις A_1 και A_2 . Η πρόσθετη επένδυση $A_2 - A_1$ είναι μια (θεωρητική, λογιστική) επένδυση που περιγράφει όμως αυτό που πραγματικά δίνουμε/παίρνουμε στην A_2 **πρόσθετα** από ό,τι δίνουμε/παίρνουμε την A_1 .

n (έτη)	A_1	A_2	$A_2 - A_1$
0	-1000	-1100	-100
1	700	200	-500
2	500	400	-100
3	300	600	300
4	200	900	700

Αξιολόγηση επενδυτικών προτάσεων μέσω της σύγκρισης του εσωτερικού ρυθμού απόδοσης τους

Το παρακάτω διάγραμμα δείχνει πώς αλλάζει η παρούσα αξία κάθε πρότασης για διαφορετικές τιμές του $MARR$.

t (έτη)	A_1	A_2	$A_2 - A_1$
0	-1000	-1100	-100
1	700	200	-500
2	500	400	-100
3	300	600	300
4	200	900	700



Η πρόταση A_1 , παρόλο που έχει το μεγαλύτερο IRR , δε δίνει τις μεγαλύτερες παρούσες αξίες για όλα τα $MARR$, άρα δεν αποτελεί βέλτιστη λύση για όλα τα πιθανά $MARR$.

- Για $MARR < 14.1\%$, επιλέγεται η A_2
- Για $14.1\% < MARR < 33\%$, επιλέγεται η A_1
- Για $MARR > 33\%$, δεν επιλέγεται καμία από τις δύο.

Αξιολόγηση επενδυτικών προτάσεων μέσω της σύγκρισης του εσωτερικού ρυθμού απόδοσης τους

Αλγόριθμος επιλογής μεταξύ n αμοιβαία αποκλειόμενων προτάσεων

- 1) Υπολογίζουμε τα IRR_k ($k=1,2,\dots,n$) όλων των προτάσεων
- 2) Απορρίπτουμε τις προτάσεις με $IRR_k < MARR$
- 3) Ταξινομούμε σε αύξουσα σειρά A_k ($k=1, n$), **βάσει του αρχικού κόστους επένδυσης**
- 4) Θέτουμε ως βασική την A_1 πρόταση, **ήτοι αυτή με το μικρότερο αρχικό κόστος επένδυσης**
- 5) Υπολογίζουμε το $IRR_{(A_2-A_1)}$, της πρόσθετης επένδυσης (A_2-A_1)
- 6) Εάν $IRR_{(A_2-A_1)} < MARR$ απορρίπτουμε την A_2 και επαναλαμβάνουμε το βήμα 5 για την επόμενη πρόταση, εφόσον υπάρχει, ήτοι για την πρόσθετη επένδυση A_3-A_1 .
- 7) Εάν $IRR_{(A_2-A_1)} > MARR$ τότε η A_2 είναι καλύτερη της βασικής και τη θέτουμε ως βασική. Επαναλαμβάνουμε το βήμα 5 για την επόμενη πρόταση, εφόσον υπάρχει, ήτοι για την πρόσθετη επένδυση A_3-A_2 .
- 8) Όταν τελειώσει η εξέταση όλων των προτάσεων, η τελευταία που φέρνει τον τίτλο της βασικής είναι η βέλτιστη.

Αξιολόγηση προτάσεων με διαφορετική διάρκεια μέσω της σύγκρισης του εσωτερικού ρυθμού απόδοσης τους

Όπως και στην περίπτωση της ισοδύναμης ετήσιας αξίας EAW, έτσι και ο εσωτερικός ρυθμός απόδοσης IRR μιας επενδυτικής πρότασης παραμένει ο ίδιος όταν έχουμε διαδοχικές επαναλήψεις της πρότασης.

Παρά την ευκολία αυτή στους υπολογισμούς όμως, δε συνιστάται η εφαρμογή της μεθόδου με το IRR σε περίπτωση προτάσεων με διαφορετική διάρκεια. Τούτο διότι, για να υπολογιστεί ο ρυθμός απόδοσης της πρόσθετης επένδυσης (π.χ., $A_2 - A_1$), απαιτείται να υλοποιηθεί η διαδικασία επαναλαμβανόμενων αγορών προκειμένου να δομηθεί η εξίσωση $PW_{A_2-A_1}(i) = 0$. Η προκύπτουσα χρηματοροή όμως παρουσιάζει πολλαπλές εναλλαγές προσήμου στο χρόνο (από αρνητικά ποσά σε θετικά και τούμπαλιν).

Σε περιπτώσεις πολλαπλών εναλλαγών προσήμου, η καμπύλη της παρούσας αξίας δεν είναι μια ομαλά φθίνουσα καμπύλη ως προς το ρυθμός απόδοσης i ($= MARR$) σε όλο το εύρος τιμών του – όπως στο διάγραμμα στην προ-προηγούμενη διαφάνεια – και η παραπάνω εξίσωση εμφανίζει πολλαπλές ρίζες, χωρίς να είναι εμφανές σε ποια περιοχή του επιτοκίου η επένδυση είναι αποδεκτή και σε ποιες όχι, παρά μόνο αν σχεδιαστεί η σχετική καμπύλη.

Το θέμα επεξηγείται καλύτερα στη συνέχεια με το ακόλουθο παράδειγμα.

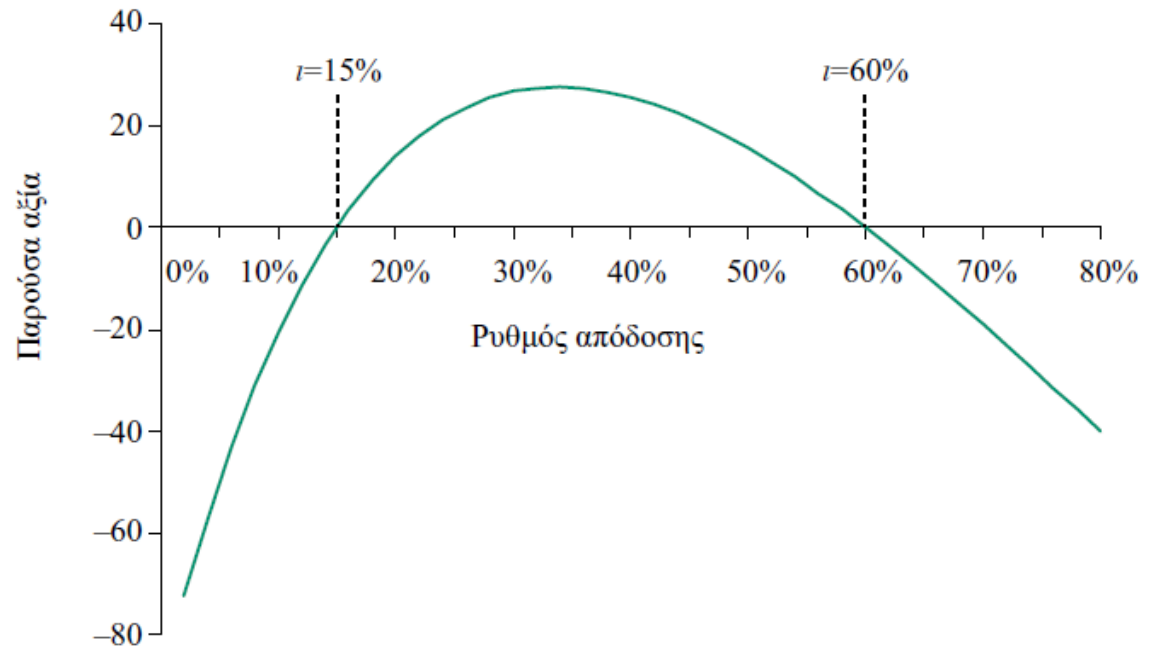
Πολλαπλές τιμές εσωτερικού ρυθμού απόδοσης - Παράδειγμα

Δίνεται η παρακάτω χρηματοροή η οποία εμπεριέχει δύο εναλλαγές προσήμου στα ποσά της. Η καμπύλη της παρούσας αξίας ως προς το ρυθμό απόδοσης $MARR$ φαίνεται στο διάγραμμα. Από την ανάλυση προκύπτει ότι η πρόταση γίνεται αποδεκτή για

$$15\% < MARR < 60\%$$

ενώ δε γίνεται αποδεκτή για τις υπόλοιπες τιμές $MARR$.

t	Ποσό
0	-1000
1	2750
2	-1840



$$PW = -1000 + 2750/(1+i) - 1840/(1+i)^2$$

Σύγκριση μεθόδων αξιολόγησης επενδυτικών προτάσεων

❖ **Παρούσα αξία PW (και μελλοντική αξία FW)**

Πλεονέκτημα: Η παρούσα αξία παρέχει μια άμεση και πλήρη αξιολόγηση της αξίας κάθε επενδυτικής πρότασης. Έτσι, επιλέγεται η πρόταση με τη μεγαλύτερη (αλγεβρικά) παρούσα αξία.

Μειονέκτημα: Δε μπορεί να εφαρμοστεί άμεσα σε προτάσεις με διαφορετική διάρκεια ζωής. Θα πρέπει οι προτάσεις να αναδημιουργηθούν (συνήθως με επαναλαμβανόμενες αγορές) ώστε να έχουν την ίδια διάρκεια.

❖ **Ισοδύναμη ετήσια αξία EAW (και ισοδύναμο ετήσιο κόστος EAC)**

Πλεονέκτημα: Μπορούν να εφαρμοστούν άμεσα σε προτάσεις με διαφορετική διάρκεια ζωής χωρίς να απαιτείται να θεωρηθούν επαναλαμβανόμενες αγορές.

Μειονέκτημα: Απαιτούν υπολογιστικά μεγαλύτερη προσπάθεια από αυτήν για την παρούσα αξία. Συνήθως υπολογίζεται πρώτα η παρούσα αξία κι από αυτήν υπολογίζεται στη συνέχεια η ισοδύναμη ετήσια αξία.

Σύγκριση μεθόδων αξιολόγησης επενδυτικών προτάσεων

❖ **Εσωτερικός ρυθμός απόδοσης IRR ή i^***

Πλεονέκτημα: Ο εσωτερικός ρυθμός απόδοσης είναι πιο άμεσα κατανοητός, ως μέγεθος απόδοσης μιας επένδυσης, από ό,τι η παρούσα αξία ή η ισοδύναμη ετήσια αξία.

Μειονέκτημα: Δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί άμεσα για την αξιολόγηση επενδυτικών προτάσεων (δεν ισχύει δηλαδή ότι η πρόταση με το μέγιστο IRR είναι πάντα η βέλτιστη) καθώς η παράμετρος αυτή εμφανίζει μόνο το ρυθμό απόδοσης (στη μονάδα του κεφαλαίου), αλλά δεν εμπεριέχει το αρχικό ποσό στο οποίο εφαρμόζεται αυτός ο ρυθμός απόδοσης. Αντίθετα, οι υπόλοιπες μέθοδοι αξίας εσωκλείουν και συνεκτιμούν και το κεφάλαιο της επένδυσης.

Αξιολόγηση επενδύσεων με τη μέθοδο της περιόδου αποπληρωμής

Η **περίοδος αποπληρωμής** μιας επένδυσης είναι ο χρόνος που απαιτείται για να ανακτηθεί, μέσω των ετήσιων εσόδων, τα κεφάλαια που δαπανάται στην αρχή της επένδυσης. Δηλώνει δηλαδή, πόσο γρήγορα αναμένεται να ανακτηθεί το κεφάλαιο της επένδυσης.

Η περίοδος αποπληρωμής, ως παράμετρος αξιολόγησης επενδύσεων, παρέχει περισσότερο ένδειξη ρευστότητας χρήματος και λιγότερο αποδοτικότητας της επένδυσης.

❖ Για μηδενικό ρυθμό απόδοσης και **σταθερό καθαρό ετήσιο** έσοδο έχουμε:

$$\text{Περίοδος αποπληρωμής} = \frac{\text{Αρχικό κόστος}}{\text{Καθαρό ετήσιο έσοδο}}$$

Σημείωση: Για μηδενικό ρυθμό απόδοσης και **μεταβλητό καθαρό ετήσιο έσοδο** χρησιμοποιείται η μεθοδολογία που περιγράφεται για μη μηδενικό ρυθμό απόδοσης στη συνέχεια.

Αξιολόγηση επενδύσεων με τη μέθοδο της περιόδου αποπληρωμής

- ❖ Για μη μηδενικό ρυθμό απόδοσης, η περίοδος αποπληρωμής προσδιορίζεται μέσω του υπολογισμού της διακριτής συνάρτησης $PW(t)$.
- ❖ Τα ποσά της χρηματοροής που λαμβάνονται υπόψη για τον υπολογισμό της $PW(t)$ κάθε χρονική στιγμή t , είναι από το χρόνο 0 έως την τρέχουσα χρονική στιγμή t .
- ❖ Δεδομένου ότι, η επένδυση έχει ένα αρχικό κόστος, οι αρχικές τιμές της συνάρτησης $PW(t)$ είναι αρνητικές.
- ❖ Η διακριτή χρονική στιγμή t , όπου η συνάρτηση $PW(t)$ αλλάζει πρόσημο και γίνεται θετική αντιστοιχεί στην περίοδο αποπληρωμής.
- ❖ Συνήθως ο προσδιορισμός γίνεται μέσω της ανάπτυξης του πίνακα «Περίοδος αποπληρωμής επενδυτικής πρότασης» που ακολουθεί.

Πίνακας «Περίοδος αποπληρωμής επενδυτικής πρότασης»

Στοιχεία επενδυτικής πρότασης:

Αρχικό κόστος: 3850€

Διάρκεια ζωής: 7 έτη

Καθαρό ετήσιο έσοδο: 1100 €

Επιθυμητός ρυθμός απόδοσης $i=15\%$

t (έτη)	Ποσό	PW	$\sum_{t=0}^n PW$
0	-3850	-3850	-3850
1	1100	957	-2893
2	1100	832	-2061
3	1100	723	-1338
4	1100	629	-709
5	1100	547	-162
6	1100	476	314
7	1100	414	728

Από τον πίνακα προκύπτει: **Περίοδος αποπληρωμής = 6 έτη**

Διάγραμμα απόδοσης επένδυσης (project balance)

Καθορίζει το επίπεδο της απόδοσης κάθε χρονική στιγμή κατά τη διάρκεια της επένδυσης. Κατασκευάζεται μέσω της επαναληπτικής διαδικασίας:

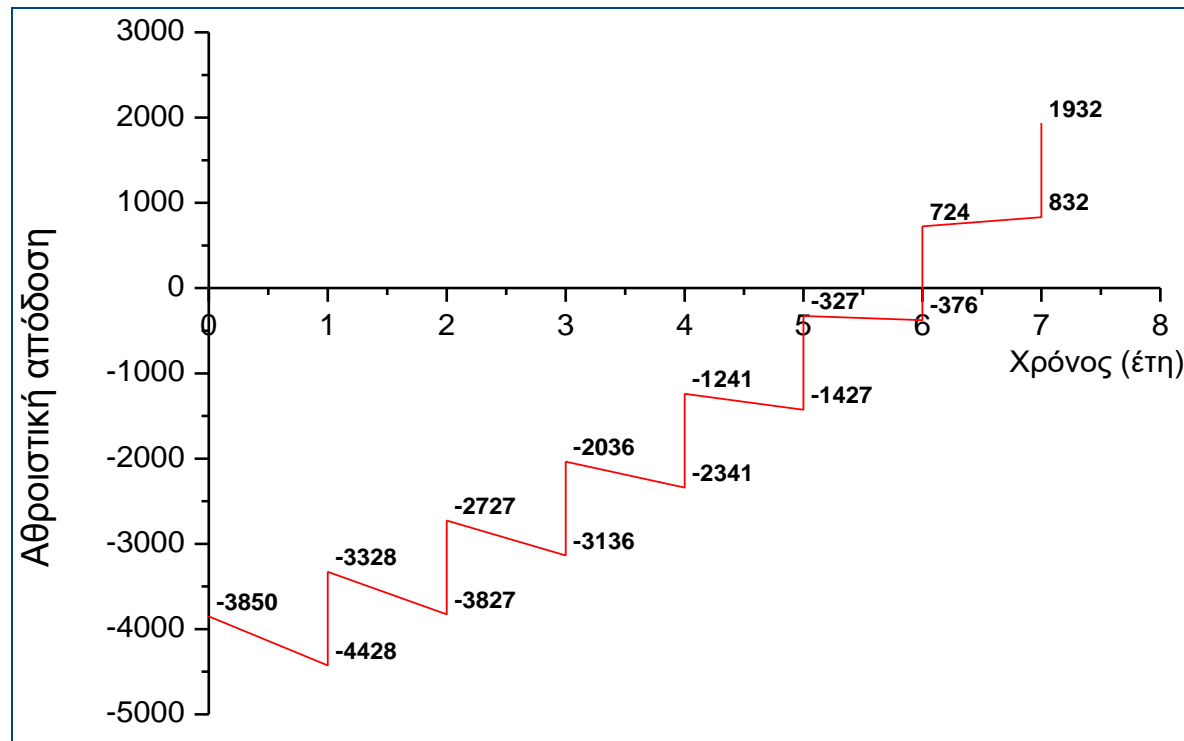
$$PB_0 = A_0$$

$$PB_t = PB_{t-1}(1+i) + A_t, \quad t = 1, 2, \dots, n \quad \text{κ.ο.κ.}$$

όπου A_t το ποσό της χρηματοροής σε χρόνο t

Το διάγραμμα παρέχει πληροφορίες για:

- 1) Τη ζημιά ή το κέρδος σε περίπτωση πρόωρου τερματισμού της επένδυσης.
- 2) Τη FW στο τέλος του έργου.
- 3) Την περίοδο αποπληρωμής.



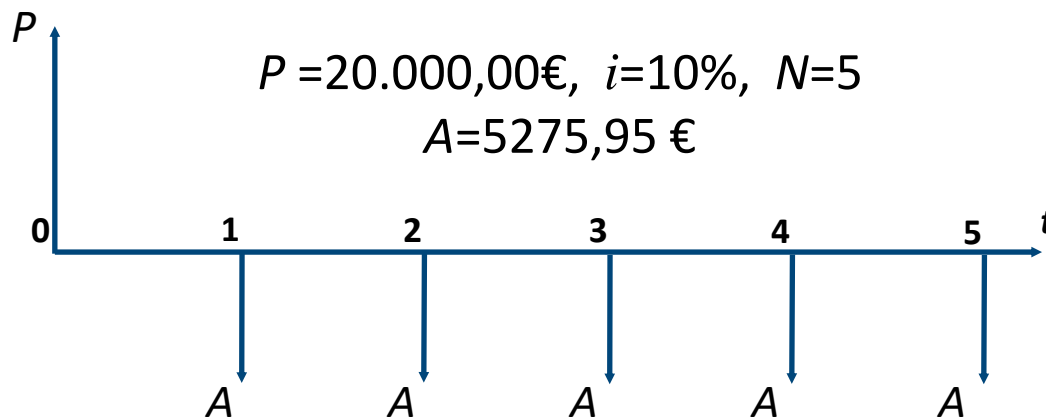
Διάγραμμα απόδοσης της επένδυσης του προηγούμενου παραδείγματος

Ανάλυση της δόσης δανείου σε ποσά για την αποπληρωμή του κεφαλαίου και την απόδοση του τόκου

Έστω ποσό δανείου $P=20.000,00\text{€}$, με ετήσιο επιτόκιο $i=10\%$ και περίοδο αποπληρωμής $t_N=5$ έτη.

Από την (5), η δόση του δανείου A προκύπτει ότι είναι:

$$A = P \frac{i \cdot (1+i)^N}{(1+i)^N - 1} = 20000 \frac{0.1 \cdot (1+0.1)^5}{(1+0.1)^5 - 1} \Rightarrow A = 5275,95 \text{ €}$$



Ανάλυση της δόσης δανείου σε ποσά για την αποπληρωμή του κεφαλαίου και την απόδοση του τόκου

➤ 1^η περίοδος ανατοκισμού από $t=0$ έως $t=1$ έτος

Κεφάλαιο που τοκίζεται στην περίοδο: $P_0 = 20000,00\text{€}$

Τόκος περιόδου: $\Delta P_1 = P_0 \cdot i = 20000 \times 0.1 = 2000,00\text{€}$

Τμήμα δόσης για απόδοση τόκου: $A_{\Delta P_1} = \Delta P_1 = 2000,00 \text{ €}$

Τμήμα δόσης για αποπληρωμή κεφ.: $A_{P_1} = A - A_{\Delta P_1} = 5275,95 - 2000 = 3275,95\text{€}$

➤ 2^η περίοδος ανατοκισμού από $t=1$ έως $t=2$ έτος

Κεφάλαιο που τοκίζεται στην περίοδο: $P_1 = P_0 - A_{P_1} = 20000 - 3275,95 = 16724,05\text{€}$

Τόκος περιόδου: $\Delta P_2 = P_1 \cdot i = 16724,05 \times 0.1 = 1672,41\text{€}$

Τμήμα δόσης για απόδοση τόκου: $A_{\Delta P_2} = \Delta P_2 = 1672,41\text{€}$

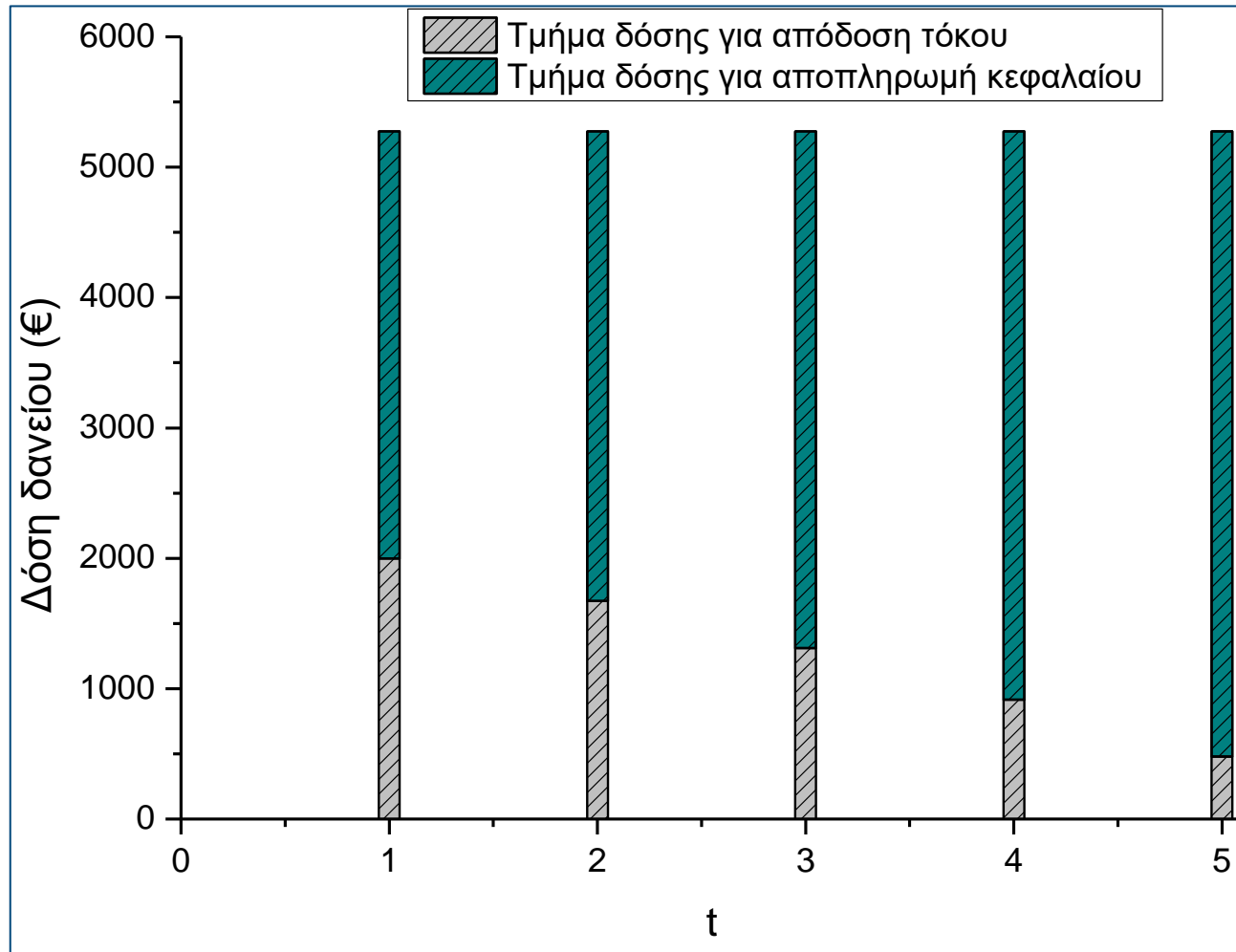
Τμήμα δόσης για αποπληρωμή κεφ.: $A_{P_2} = A - A_{\Delta P_2} = 5275,95 - 1672,41 = 3603,54\text{€}$

➤ Κ.Ο.Κ.

Ανάλυση της δόσης δανείου σε ποσά για την αποπληρωμή του κεφαλαίου και την απόδοση του τόκου

Χρόνος t	Δόση A (€)	Τμήμα δόσης για απόδοση τόκου $A_{\Delta P_i}$ (€)	Τμήμα δόσης για αποπληρωμή κεφαλαίου A_{P_i} (€)	Υπόλοιπο δανείου P_i (€)
0				20000,00
1	5275,95	2000,00	3275,95	16724,05
2	5275,95	1672,41	3603,54	13120,51
3	5275,95	1312,05	3963,90	9156,61
4	5275,95	915,66	4360,29	4796,32
5	5275,95	479,63	4796,32	0,00

Ανάλυση της δόσης δανείου σε ποσά για την αποπληρωμή του κεφαλαίου και την απόδοση του τόκου



Ανάλυση της δόσης δανείου σε ποσά για την αποπληρωμή του κεφαλαίου και την απόδοση του τόκου

Γενικεύοντας τις σχέσεις του παραδείγματος, προκύπτει:

➤ **k -στή περίοδος ανατοκισμού από $t=k-1$ έως $t=k$ έτος**

Κεφάλαιο που τοκίζεται στην περίοδο: $P_k = P \cdot (1+i)^k + A \frac{1-(1+i)^k}{i}$

Τόκος περιόδου: $\Delta P_k = P_k \cdot i$

Τμήμα δόσης για απόδοση τόκου: $A_{\Delta P_k} = \Delta P_k$

Τμήμα δόσης για απόδοση κεφαλαίου: $A_{P_k} = A - A_{\Delta P_k}$

Συναρτήσεις EXCEL για δόσεις δανείου

Η συνάρτηση PMT() υπολογίζει τη δόση του δανείου, IPMT() το ποσό του τόκου στην τρέχουσα δόση και η PPMT() το ποσό του κεφαλαίου που αποπληρώνεται στην τρέχουσα δόση.

Μέρος 3^ο: Αμοιβαία αποκλειόμενες και ανεξάρτητες επενδύσεις

- ❖ **Διάκριση αμοιβαία αποκλειόμενων και ανεξάρτητων επενδύσεων**
- ❖ **Αμοιβαία αποκλειόμενες επενδύσεις**
- ❖ **Ανεξάρτητες και εξαρτημένες επενδύσεις**
- ❖ **Αξιολόγηση ανεξάρτητων επενδύσεων**

Αμοιβαία αποκλειόμενες και ανεξάρτητες επενδύσεις

Η ακολουθούμενη διαδικασία για την αξιολόγηση και τελικά η απόφαση επιλογής υλοποίησης μεταξύ μιας σειράς επενδυτικών προτάσεων συναρτάται με τον επιθυμητό στόχο του επενδυτή.

Αν ο στόχος είναι να χρηματοδοτηθεί μόνο μια πρόταση (διότι η επιλογή της μιας εκ των προτάσεων αποκλείει εκ των πραγμάτων την υλοποίηση των άλλων, π.χ., αγορά ή μίσθωση εξοπλισμού), τότε η πρόταση που επιλέγεται πρέπει να είναι και η αποδοτικότερη μεταξύ όλων.

Αν ο στόχος είναι η βέλτιστη επένδυση ενός συγκεκριμένου κεφαλαίου σε διάφορες επενδύσεις με περιορισμό του κεφαλαίου που μπορεί να επενδυθεί σε κάθε επένδυση (π.χ., δημόσιες επενδύσεις μιας Περιφέρειας), τότε απαιτείται ιεράρχηση των προτάσεων από τις πιο αποδοτικές προς τις λιγότερο αποδοτικές, και απόφαση υλοποίησης κατά προτεραιότητα τόσων προτάσεων, όσων μπορούν να χρηματοδοτηθούν με το διαθέσιμο κεφάλαιο, με την προϋπόθεση πάντα, ότι ακόμα και η λιγότερο αποδοτική επένδυση έχει εσωτερικό ρυθμό απόδοσης (*IRR*) μεγαλύτερο ή ίσο από τον τεθέντα ελάχιστο αποδεκτό ρυθμό απόδοσης (*MARR*).

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, οι επενδυτικές προτάσεις κατηγοριοποιούνται σε **αμοιβαία αποκλειόμενες, ανεξάρτητες** και **εξαρτημένες** προτάσεις.

Αμοιβαία αποκλειόμενες και ανεξάρτητες επενδύσεις

Ο όρος «**αμοιβαία αποκλειόμενες**» προέρχεται από την επιστήμη της στατιστικής, και υποδηλώνει ότι δύο ή περισσότερες καταστάσεις ή γεγονότα δεν δύναται να λάβουν χώρα **ταυτόχρονα**, ήτοι η υλοποίηση της μιας, αποκλείει την υλοποίηση των υπολοίπων.

Παραδείγματα:

Με μια ζαριά είναι αδύνατο να εμφανιστεί και το τρία και το τέσσερα. Εκ των πραγμάτων, το ένα γεγονός αποκλείει το άλλο.

Οι διαφορετικοί τρόποι μετάβασης ενός ταξιδιώτη στον προορισμό του, με αυτοκίνητο, αεροπλάνο ή τρένο, αποτελούν αμοιβαία αποκλειόμενα γεγονότα, μιας και η επιλογή του ενός αποκλείει τα άλλα.

Επιχείρηση εξετάζει την αντικατάσταση του παραγωγικού εξοπλισμού της. Οι επενδύσεις «διατήρηση του παλιού εξοπλισμού» ή «αγορά νέου εξοπλισμού» είναι (καταρχήν) εναλλακτικές (αμοιβαία αποκλειόμενες) επενδυτικές προτάσεις. Μπορεί βέβαια να αξιολογείται και μια πρόταση συμπληρωματικής λειτουργίας παλιού και νέου εξοπλισμού. Η πρόταση αυτή, αν κρίνεται ως δυνητικά ανταγωνιστική με τις άλλες δύο, θα αξιολογηθεί ως μια τρίτη εναλλακτική (αμοιβαία αποκλειόμενη) πρόταση.

Αμοιβαία αποκλειόμενες και ανεξάρτητες επενδύσεις

Γεγονότα που εκ των πραγμάτων δύναται να συμβούν ταυτόχρονα και ανεξάρτητα μεταξύ τους κατηγοριοποιούνται ως **ανεξάρτητα** ενώ όταν πρέπει να συμβούν σε συνδυασμό με κάποια θεωρούνται **εξαρτημένα**.

Παραδείγματα:

Το γεγονός ότι σε μια ζαριά εμφανίστηκε το τρία, δεν έχει καμιά επίδραση στο γεγονός για το ποιος αριθμός θα εμφανιστεί στην επόμενη ζαριά. Συνεπώς, η εμφάνιση δύο συγκεκριμένων αριθμών σε δύο ζαριές είναι ανεξάρτητα γεγονότα.

Έστω ότι μια επιχείρηση διαθέτει κεφάλαιο 1000€ και οι επενδυτικές προτάσεις A, B και Γ έχουν κόστος 800€, 800€ και 200, αντίστοιχα. Οι A και B καταλήγουν να είναι αμοιβαία αποκλειόμενες επενδύσεις, διότι η επιλογή της μιας αποκλείει την άλλη. Η Γ όμως μπορεί να υλοποιηθεί ανεξάρτητα με τις A και B. Όποια εκ των A ή B και εάν επιλεγεί, η Γ μπορεί να υλοποιηθεί ανεξάρτητα, χωρίς να επηρεασθεί από την επιλογή των άλλων.

Ανεξάρτητες και εξαρτημένες επενδύσεις

Παραδείγματα (συνέχεια):

Η επένδυση «Κατασκευή υδροηλεκτρικού σταθμού» είναι εξαρτημένη με την επένδυση «Κατασκευή φράγματος», διότι εάν δεν κατασκευασθεί το φράγμα, ο σταθμός δε θα έχει επαρκή ποσότητα νερού ώστε να μπορεί να λειτουργήσει.

Αυτό σημαίνει ότι ο σταθμός θα πρέπει να ληφθεί υπόψη μόνο ως συνδυαστική πρόταση έργου με το φράγμα ενώ δεν αποτελεί εφικτή (αξιοποιήσιμη) λύση η υλοποίηση του σταθμού ως μεμονωμένο έργο.

Αντίθετα, το φράγμα μόνο του θα μπορούσε να αποτελεί (ανεξάρτητη) επένδυση προς αξιολόγηση αλλά μόνο αν η υλοποίηση του σχετιζόταν με άλλες ανάγκες, π.χ., ύδρευση, άρδευση, κλπ.

Αξιολόγηση ανεξάρτητων επενδύσεων

Οι μεθοδολογίες αξιολόγησης επενδύσεων που παρουσιάστηκαν ως τώρα αφορούσαν σε αμοιβαία αποκλειόμενες προτάσεις, μιας και σε όλες τις περιπτώσεις έπρεπε, μεταξύ των διαθέσιμων εναλλακτικών προτάσεων, να επιλεγεί η αποδοτικότερη, λαμβάνοντας υπόψη τον τεθέντα ελάχιστο αποδεκτό ρυθμό απόδοσης *MARR*.

Στην περίπτωση ανεξάρτητων προτάσεων, όλες οι προτάσεις με ελκυστική απόδοση (όπως αυτή προσδιορίζεται από τον *MARR*) γίνονται αποδεκτές, στο πλαίσιο βέβαια του διαθέσιμου κεφαλαίου. Για την αξιολόγηση ανεξάρτητων επενδύσεων μπορούν να χρησιμοποιηθούν εναλλακτικά δύο μεθοδολογίες:

1. Επιλογή των επενδύσεων με τις υψηλότερες αποδόσεις.
2. Καταγραφή όλων των εφικτών συνδυασμών επενδύσεων και επιλογή του βέλτιστου συνδυασμού.

Αξιολόγηση ανεξάρτητων επενδύσεων

Η επιλογή των επενδύσεων με βάση τις υψηλότερες αποδόσεις περιγράφεται με τα ακόλουθα βήματα:

1. Προσδιορίζεται το *IRR* της κάθε πρότασης.
2. Απορρίπτονται οι προτάσεις με $IRR < MARR$.
3. Τίθενται οι προτάσεις σε φθίνουσα σειρά ταξινόμησης βάσει του *IRR*.
4. Αποφασίζεται η υλοποίηση των προτάσεων με την παραπάνω σειρά ταξινόμησης, έως την κάλυψη του διαθέσιμου κεφαλαίου.

Αξιολόγηση ανεξάρτητων επενδύσεων

Η μεθοδολογία με καταγραφή και αξιολόγηση όλων των εφικτών συνδυασμών επενδύσεων συνίσταται στα ακόλουθα βήματα:

1. Καταγράφονται όλοι οι εφικτοί συνδυασμοί επενδύσεων (π.χ., αν υπάρχουν τρεις ανεξάρτητες επενδύσεις A, B και Γ, οι εφικτοί συνδυασμοί περιλαμβάνουν εκτός από κάθε επένδυση ξεχωριστά και τις A+B, A+Γ, B+Γ, A+B+Γ). Κάθε συνδυασμός προτάσεων θεωρείται ως μια νέα επένδυση (π.χ., $\Delta=A+B$).
2. Συνδυασμοί επενδύσεων με (συνολικό) κόστος μεγαλύτερο από το διαθέσιμο κεφάλαιο αποκλείονται από την αξιολόγηση ως μη οικονομικά εφικτές.
3. Επειδή θα επιλεγεί ένας μόνο συνδυασμός επενδύσεων (και θα αποκλειστούν όλοι οι άλλοι συνδυασμοί), το πρόβλημα μεταπίπτει στην κατηγορία αξιολόγησης αμοιβαία αποκλειόμενων προτάσεων.

Τέλος παρουσίασης