

Εισαγωγικές ασκήσεις Τεχνικής Οικονομικής

Ενότητα 1 — Μεταφορά ενός ποσού στο μέλλον (Future Value)

Άσκηση 1.1 – Βασική μεταφορά

Ένα ποσό 10.000 € επενδύεται σήμερα με ετήσιο επιτόκιο 5% για 4 έτη.
Να υπολογιστεί η μελλοντική αξία του.

Άσκηση 1.2 – Διαφορετικό επιτόκιο

Ποιο θα είναι το ποσό μετά από 6 χρόνια αν σήμερα επενδυθούν 8.000 € με επιτόκιο 3,5% ετησίως;

Άσκηση 1.3 – Σύγκριση επιτοκίων

Ένα ποσό 15.000 € επενδύεται για 5 έτη:

- α) με επιτόκιο 4%
- β) με επιτόκιο 6%

Να συγκριθούν τα τελικά ποσά.

Ενότητα 2 — Μεταφορά δύο ποσών στο ίδιο χρονικό σημείο

Άσκηση 2.1 – Δύο ποσά σήμερα

Ένα έργο απαιτεί:

- 20.000 € σήμερα
- 15.000 € σε 2 χρόνια

Να υπολογιστεί η συνολική αξία τους στο τέλος του 5ου έτους, αν το επιτόκιο είναι 5%.

Άσκηση 2.2 – Ποσά σε διαφορετικούς χρόνους

Δίνονται:

- 10.000 € στο τέλος του 1ου έτους
- 12.000 € στο τέλος του 3ου έτους

Να μεταφερθούν και τα δύο στο τέλος του 6ου έτους με $i = 4\%$.

Ενότητα 3 — Μεταφορά ποσού από το μέλλον (Present Value)

Άσκηση 3.1 – Απλή προεξόφληση

Θα εισπραχθούν 25.000 € σε 5 χρόνια.
Ποια είναι η σημερινή τους αξία αν $i = 6\%$;

Άσκηση 3.2 – Απόφαση επένδυσης

Ένα έργο θα αποδώσει 40.000 € σε 3 χρόνια.

Αν η απαιτούμενη απόδοση είναι 7%, ποιο είναι το μέγιστο ποσό που πρέπει να επενδυθεί σήμερα;

Ενότητα 4 — Μεταβλητό επιτόκιο

Άσκηση 4.1 – Μεταβαλλόμενο επιτόκιο (βασική)

Ένα ποσό 12.000 € επενδύεται σήμερα.

Τα επιτόκια είναι:

- 1ο έτος: 4%
- 2ο έτος: 5%
- 3ο έτος: 6%

Να υπολογιστεί η αξία στο τέλος του 3ου έτους.

Άσκηση 4.2 – Μεταβλητό επιτόκιο & προεξόφληση

Θα εισπραχθούν 30.000 € σε 3 χρόνια.

Τα επιτόκια είναι:

- 1ο έτος: 3%
- 2ο έτος: 4%
- 3ο έτος: 5%

Να υπολογιστεί η σημερινή αξία.

Ενότητα 5 — Σύνθετες μικρές εισαγωγικές ασκήσεις

Άσκηση 5.1 – Συνδυασμός

Δίνονται οι ταμειακές ροές:

Έτος Ποσό (€)

0 -20.000

2 -10.000

5 +40.000

Να μεταφερθούν όλα στο έτος 5 με $i = 5\%$.

Άσκηση 5.2 – Σύγκριση εναλλακτικών

Εναλλακτική A: 10.000 € σήμερα

Εναλλακτική B: 12.000 € σε 3 χρόνια

Με $i = 6\%$, ποια είναι οικονομικά προτιμότερη;

Λύσεις

Άσκηση 1 — Μεταφορά ενός ποσού στο μέλλον (Future Value)

Δεδομένα:

- Σήμερα: $P = 10.000\text{€}$
- Επιτόκιο: $i = 5\% = 0,05$ (ετήσιο)
- Χρόνια: $n = 4$

Τύπος σύνθετου τόκου (μελλοντική αξία):

$$F = P(1 + i)^n$$

Εφαρμογή:

$$F = 10.000(1 + 0,05)^4 = 10.000(1,05)^4$$
$$F = 10.000 \times 1,21550625 = 12.155,06$$

Απάντηση:

$$F \approx 12.155\text{€}$$

Άσκηση 2 — Μεταφορά δύο ποσών στο ίδιο χρονικό σημείο (έτος 5)

Δεδομένα:

- Ποσό 1: $P_1 = 20.000\text{€}$ στο έτος 0
- Ποσό 2: $P_2 = 15.000\text{€}$ στο έτος 2
- Θέλουμε αξία στο τέλος του έτους 5
- Επιτόκιο: $i = 5\% = 0,05$

Βήμα 1: Μεταφορά του 20.000€ από έτος 0 → έτος 5

Από το 0 στο 5 είναι 5 έτη:

$$F_1 = 20.000(1,05)^5$$
$$F_1 = 20.000 \times 1,2762815625 = 25.525,63$$

Βήμα 2: Μεταφορά του 15.000€ από έτος 2 → έτος 5

Από το 2 στο 5 είναι 3 έτη:

$$F_2 = 15.000(1,05)^3$$
$$F_2 = 15.000 \times 1,157625 = 17.364,38$$

Βήμα 3: Άθροισμα στο έτος 5

$$F = F_1 + F_2 = 25.525,63 + 17.364,38 = 42.890,01$$

Απάντηση:

$$F \approx 42.890\text{€ στο έτος 5}$$

Άσκηση 3 — Προεξόφληση (Present Value)

Δεδομένα:

- Μελλοντικό ποσό: $F = 25.000\text{€}$ στο έτος 5
- Επιτόκιο: $i = 6\% = 0,06$
- Χρόνια: $n = 5$

Τύπος προεξόφλησης:

$$P = \frac{F}{(1+i)^n}$$

Εφαρμογή:

$$P = \frac{25.000}{(1,06)^5}$$
$$((1,06)^5 = 1,3382255776$$
$$P = \frac{25.000}{1,3382255776} = 18.681,45$$

Απάντηση:

$$P \approx 18.681\text{€}$$

Άσκηση 4 — Μεταβλητό επιτόκιο (διαφορετικό κάθε έτος)

Δεδομένα:

- $P = 12.000\text{€}$ σήμερα
- 1ο έτος: $i_1 = 4\% = 0,04$
- 2ο έτος: $i_2 = 5\% = 0,05$
- 3ο έτος: $i_3 = 6\% = 0,06$

Όταν το επιτόκιο αλλάζει, **πολλαπλασιάζουμε** τους ετήσιους συντελεστές:

$$F = P(1 + i_1)(1 + i_2)(1 + i_3)$$

Εφαρμογή:

$$F = 12.000 \cdot 1,04 \cdot 1,05 \cdot 1,06$$
$$1,04 \cdot 1,05 \cdot 1,06 = 1,15752$$
$$F = 12.000 \cdot 1,15752 = 13.890,24$$

Απάντηση:

$$F \approx 13.890\text{€}$$

Άσκηση 5 — Συνδυαστική (μεταφορά όλων στο έτος 5 + καθαρό αποτέλεσμα)

Δεδομένα (ταμειακές ροές):

- Έτος 0: -20.000€
- Έτος 2: -10.000€
- Έτος 5: $+40.000\text{€}$
- Επιτόκιο: $i = 5\% = 0,05$
- Θέλουμε όλα στο έτος 5

Βήμα 1: Μεταφορά του -20.000€ από έτος 0 \rightarrow έτος 5

$$F_{0 \rightarrow 5} = 20.000(1,05)^5 = 25.525,63$$

(το κρατάμε ως “κόστος στο έτος 5”)

Βήμα 2: Μεταφορά του -10.000€ από έτος 2 \rightarrow έτος 5

3 έτη:

$$F_{2 \rightarrow 5} = 10.000(1,05)^3 = 10.000 \times 1,157625 = 11.576,25$$

Βήμα 3: Το $+40.000\text{€}$ είναι ήδη στο έτος 5

$$F_5 = 40.000$$

Βήμα 4: Καθαρό αποτέλεσμα στο έτος 5

$$\begin{aligned} F_{\text{net}} &= 40.000 - 25.525,63 - 11.576,25 \\ F_{\text{net}} &= 2.898,12 \end{aligned}$$

Απάντηση:

$$F_{\text{net}} \approx +2.898\text{€}$$

Εφόσον είναι **θετικό**, με κριτήριο “καθαρό αποτέλεσμα στο έτος 5” (future worth), **συμφέρει**.
