

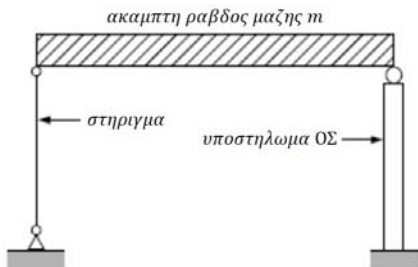
ΑΣΚΗΣΗ:(10 μονάδες):

Η εικονιζόμενη κατασκευή (Σχ. α) προσομοιώνεται με το ισοδύναμο σύστημα του Σχ. β. Για τον προσδιορισμό των αριθμητικών τιμών των παραμέτρων c και k του μαθηματικού μοντέλου του ανωτέρω ισοδύναμου συστήματος, το υποστήλωμα εξοπλισμένου σκυροδέματος (ΟΣ) υπεβλήθει σε καταπόνηση αρμονικού φορτίου, ως εικονίζεται στο Σχ. γ. Όταν η συχνότητα του αρμονικού φορτίου είναι $\Omega = 10 \frac{rad}{sec}$, η καταγραφομένη καμπύλη δυνάμεως – μετατοπίσεως (δηλ. ο βρόγχος υστερήσεως) εικονίζεται στο Σχ. δ. Απο το ανωτέρω δεδομένα:

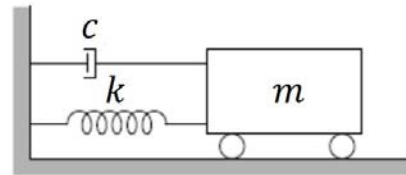
- (1) (1 μονάδα) Να προσδιορισθεί η δυσκαμψία k .
- (2) (3 μονάδες) Υποθέτοντας μηχανισμό ιξώδους αποσβέσεως, να προσδιορισθεί ο λόγος ξ φαινομενικής ιξώδους αποσβέσεως και ο αντίστοιχος συντελεστής αποσβέσεως c .
- (3) (1 μονάδα) Υποθέτοντας μηχανισμό ‘υστερετικής’ αποσβέσεως (δηλ. αποσβέσεως ανεξαρτήτου της συχνότητας), να προσδιορισθεί ο συντελεστής αποσβέσεως η .

Επαναλαμβάνουμε το πείραμα καταπόνησεως του Σχ. γ με συχνότητα $\Omega = 20 \frac{rad}{sec}$, και διαπιστώνουμε ότι η καταγραφομένη καμπύλη δυνάμεως – μετατοπίσεως (δηλ. ο βρόγχος υστερήσεως) παραμένει αναλλοίωτος. Στην παρούσα περίπτωση:

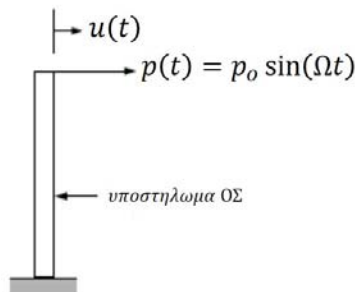
- (4) (2 μονάδες) Να προσδιορισθούν οι συντελεστές ξ και c της ισοδύναμου/φαινομενικής ιξώδους αποσβέσεως.
- (5) (2 μονάδες) Να προσδιορισθεί ο συντελεστής η της ισοδύναμου/φαινομενικής ‘υστερετικής’ αποσβέσεως.
- (6) (1 μονάδα) Με βάση τα αποτελέσματα των ανωτέρω δύο πειραμάτων ($\Omega = 10 \frac{rad}{sec}$ και $\Omega = 20 \frac{rad}{sec}$), ποίος μηχανισμός απόσβεσης θεωρείται ο πλέον πιθανός - μηχανισμός ιξώδους αποσβέσεως ή μηχανισμός ‘υστερετικής’ αποσβέσεως?



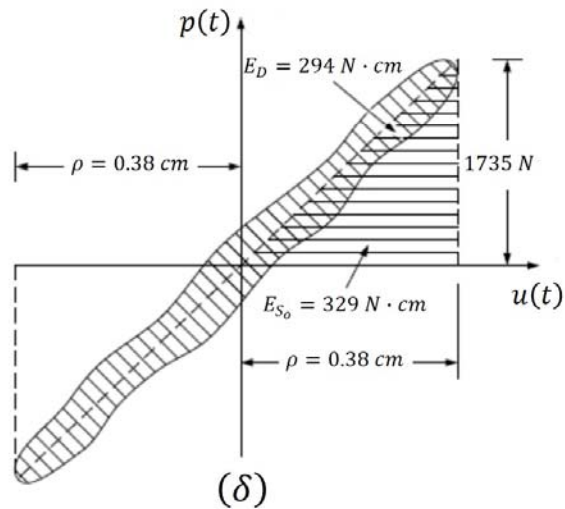
(α)



(β)



(γ)



(δ)

SOLUTION:

- (1) The maximum value of the elastic force (i.e. force of the equivalent elastic spring) is:

$$(f_s)_{max} = k \cdot \rho$$

Therefore:

$$k = \frac{(f_s)_{max}}{\rho} = \frac{1735 \text{ N}}{0.38 \text{ cm}} = \boxed{4,566 \frac{\text{kN}}{\text{cm}}}$$

- (2) As pointed out by CHOPRA (2012; Section 3.9), the experiment leading to the force–deformation curve of FIG. (δ) and hence E_D should be conducted at $\Omega = \omega_n$ (i.e. resonance), where the response of the system is most sensitive to damping. In that case, $E_D = 4\pi\xi_{eq} \left(\frac{\Omega}{\omega_n}\right) E_{S_0}$ reduces to $E_D = 4\pi\xi_{eq} E_{S_0}$, i.e.

$$\xi_{eq} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{E_D}{E_{S_0}}$$

Always according to CHOPRA (2012; Section 3.9), the damping ratio ξ_{eq} determined from a test at $\Omega = \omega_n$ would not be correct at any other exciting frequency, but it would be a satisfactory approximation.

Therefore, we proceed in our computations by assuming that the measurements are conducted at resonance, i.e. $\Omega = \omega_n$.

$$\xi_{eq} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{E_D}{E_{S_0}} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{294}{329} = \boxed{7,1\%}$$

Recall that the damping ratio ξ is defined as:

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2m\omega_n}$$

Therefore,

$$\left. \begin{aligned} \omega_n &= \Omega \\ \xi_{eq} &= \frac{c_{eq}}{2m\Omega} \\ \xi_{eq} &= \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{E_D}{E_{S_0}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{E_D}{k\rho^2} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{E_D}{m\Omega^2\rho^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow c_{eq} = \frac{E_D}{\pi\Omega\rho^2} = \frac{294 \text{ N} \cdot \text{cm}}{\pi \cdot \left(10 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}\right) \cdot (0.38 \text{ cm})^2}$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{c_{eq} = 64,81 \frac{\text{N} \cdot \text{sec}}{\text{cm}}}$$

- (3) If the damping mechanism is assumed to be ‘hysteretic’ (i.e. frequency independent), then for resonance (i.e. $\Omega = \omega_n$):

$$\xi_{eq} = \frac{\eta}{2}$$

Therefore:

$$\eta = 2\xi_{eq} = 2 \cdot 0.071 = 14.2\%$$

- (4) Changing the excitation frequency to $\Omega = 20 \frac{rad}{sec}$ we observe that the force–deformation curve of FIG. (δ) and hence E_D & E_{S_0} remain the same. Therefore, assuming again resonance (*i.e.* $\Omega = \omega_n$) we obtain again $\xi_{eq} = 7.1\%$.

However,

$$c_{eq} = \frac{E_D}{\pi\Omega\rho^2} = \frac{294 \text{ N} \cdot \text{cm}}{\pi \cdot \left(20 \frac{rad}{sec}\right) \cdot (0.38 \text{ cm})^2} = \boxed{32.41 \frac{N \cdot sec}{cm}}$$

- (5) Evidently, in this case we get again

$$\eta = 2\xi_{eq} = 2 \cdot 0.071 = 14.2\%$$

- (6) In view of the fact that the damping mechanism appears to be independent of the frequency of excitation, it is reasonable to conclude that the damping mechanism is **hysteretic**.