

Κεφάλαιο 5
ΘΕΩΡΙΕΣ ΑΣΤΟΧΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

1

Σημειώστε:

Θραύση

- Εξαρτάται (κυρίως) από τις ορθές τάσεις, οι οποίες δρουν ώστε να διαχωρίσουν ένα ατομικό επίπεδο από ένα άλλο.
- Οι διαρρηγμένοι ατομικοί δεσμοί δεν μπορούν να αναδιαταχθούν σε μια νέα θέση.

Διαρροή

- Εξαρτάται (κυρίως) από τις διατμητικές τάσεις, οι οποίες δρουν ώστε να κάνουν ένα ατομικό επίπεδο να ολισθήσει επί ενός άλλου.
- Οι διαρρηγμένοι ατομικοί δεσμοί αναδιατάσσονται σε μια νέα θέση.

2

Με τον όρο **αστοχία** - γενικά - εννοούμε:

Όλκιμα υλικά: Την εμφάνιση (έναρξη) διαρροής (τάση διαρροής f_y , σε παραμόρφωση ϵ_y)

Ψαθυρά υλικά: Την έναρξη του αποχωρισμού (θραύση)

3

Με τον όρο **αστοχία** - γενικά - εννοούμε:

Όλκιμα υλικά: Την εμφάνιση (έναρξη) διαρροής (τάση διαρροής f_y , σε παραμόρφωση ϵ_y)

Ψαθυρά υλικά: Την έναρξη του αποχωρισμού (θραύση)

4

Σχέση αξονικής τάσης – εγκάρσιας πίεσης κατά την αστοχία

Κριτήριο αστοχίας: $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$

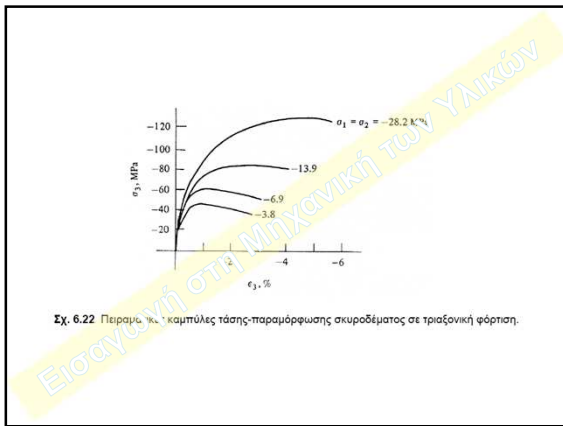
5

Σχέση αξονικής τάσης – εγκάρσιας πίεσης κατά την αστοχία

Κατά την αστοχία:

Κριτήριο αστοχίας: $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$

6



7

Τα κριτήρια (θεωρίες) αστοχίας συσχετίζουν την κατάσταση αντοχής μίας κατασκευής που υποβάλλεται σε σύνθετη κατάρτιση, με την κατάσταση αντοχής ενός δοκιμίου από το ίδιο υλικό, που υποβάλλεται σε μονοαξονικό εφελκυσμό ή θλίψη. Επομένως, αν κάποιος με το χρησιμοποιούμενο κριτήριο αστοχίας, η πραγματική εντατική κατάσταση (εξαστεί σε μία ισοδύναμη ή συγκριτική μονοαξονική εντατική κατάσταση, εξίσου «επικίνδυνη» με την πραγματική διαξονική ή τριαξονική.

Ανάλογα με την περίπτωση (είδος φορέα, είδος και η ένταση, υλικό, συνθήκες, κ.α.), διαφορετικά κριτήρια (θεωρίες) αστοχίας προβλέπουν την αστοχία με διαφορετική «ακρίβεια» το καθένα. Ακόμα και το ίδιο υλικό μπορεί να «τα» γράφεται από διαφορετικές θεωρίες αστοχίας. Το παράδειγμα, ορισμένοι χάλυβες σε χαμηλές θερμοκρασίες συμπεριφέρονται ως ψαθυρά υλικά, ενώ σε συνθήκες ή υψηλές θερμοκρασίες είναι άκκιμοι.

8

Θεωρία της μέγιστης διατμητικής τάσης

Η αστοχία ενός υλικού επέρχεται όταν η μέγιστη διατμητική τάση τ_{max} φθάσει στην κρίσιμη τιμή τ_{cr} , η οποία συνήθως ισούται με την διατμητική τάση κατά τη «θραύση» σε **μονοαξονική φόρτιση**.

$$\tau_{max} = \tau_{cr} = \frac{\sigma_{cr}}{2} = \frac{\sigma_y}{2}$$

9

Ο κύκλος Mohr για τον μονοαξονικό εφελκυσμό:

Δηλαδή, η γενική μορφή του κριτηρίου της μέγιστης διατμητικής τάσης είναι:

$$\sigma_{max} - \sigma_{min} = \sigma_y$$

10

Επίπεδο 1-3

σ_{max}, σ_{min} ομόσημες

$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$, $\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2 = (|\sigma_1| + |\sigma_3|)/2$

Επίπεδο ολίσθησης

Επίπεδο 1-3

σ_{max}, σ_{min} ετερόσημες

$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$, $\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2 = (|\sigma_1| + |\sigma_3|)/2$

Επίπεδο ολίσθησης

11

Επίπεδο 1-3

σ₁, σ₂ ομόσημες

$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$, $\tau_{max} = (|\sigma_1| + |\sigma_3|)/2$

Επίπεδο ολίσθησης

Επίπεδο 1-3

σ₁, σ₂ ετερόσημες

$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$, $\tau_{max} = (|\sigma_1| + |\sigma_3|)/2$

Επίπεδο ολίσθησης

12

Θεωρία της μέγιστης διατμητικής τάσης

$$\tau_{max} = \tau_{cr} = \pm \frac{\sigma_1}{2} = \frac{f_y}{2}$$

Για ομόσημες σ_1 και σ_2 το υλικό βρίσκεται στην ελαστική περιοχή, δηλαδή, δεν αστοχεί, όταν ισχύουν οι συνθήκες:

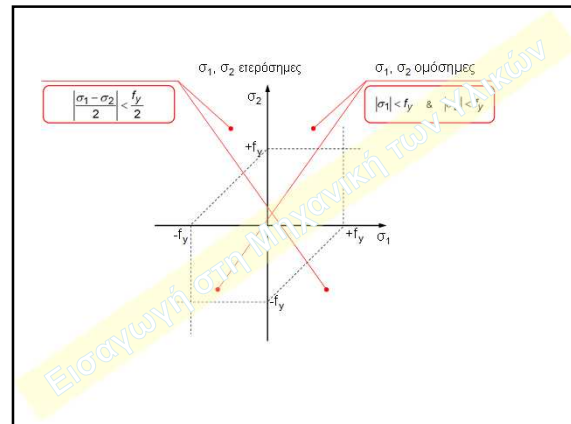
$$|\sigma_1| < f_y \quad \& \quad |\sigma_2| < f_y$$

Για ετερόσημες σ_1 και σ_2 το υλικό δεν αστοχεί όταν ισχύει η συνθήκη:

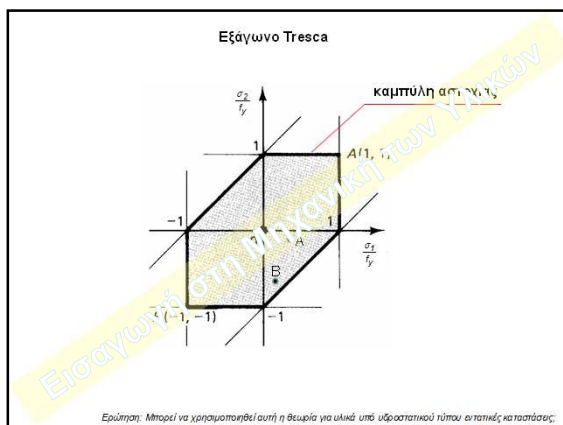
$$\left| \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right| < \frac{f_y}{2}$$

κριτήριο Tresca

13



14



15

Θεωρία της μέγιστης ειδικής ενέργειας αστοχίας (ή διατμητικής) παραμόρφωσης

16

Μέση δύναμη = $(1/2)\sigma_x dydz$
Μετακίνηση = $\epsilon_x dx$

Παραγόμενο έργο = $(1/2)\sigma_x dydz \times \epsilon_x dx = dU$ (ενέργεια παραμόρφωσης)

Απόλυτες ενέργειες = 0

Έργο στοιχείου

$$dU = \frac{1}{2} \sigma_x dydz \cdot \epsilon_x dx = \frac{1}{2} \sigma_x \epsilon_x dx dy dz = \frac{1}{2} \sigma_x \epsilon_x dV$$

$$U_0 = \frac{dU}{dV} = \frac{\sigma_x \epsilon_x}{2} = \frac{\sigma_x^2}{2E}$$

Μέση ορθή ή υδροστατική τάση: $\bar{\sigma} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$

17

$$U_0 = \frac{\sigma_1 \epsilon_1}{2} + \frac{\sigma_2 \epsilon_2}{2} + \frac{\sigma_3 \epsilon_3}{2} \quad (\text{τριστονική εντατική κατάσταση})$$

$$\begin{cases} \epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_2}{E} - \nu \frac{\sigma_3}{E} \\ \epsilon_2 = -\nu \frac{\sigma_1}{E} + \frac{\sigma_2}{E} - \nu \frac{\sigma_3}{E} \\ \epsilon_3 = -\nu \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_2}{E} + \frac{\sigma_3}{E} \end{cases}$$

$$U_0 = \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1)$$

Μέση ορθή ή υδροστατική τάση: $\bar{\sigma} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$

18

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\sigma} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\sigma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_1 - \bar{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 - \bar{\sigma} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 - \bar{\sigma} \end{pmatrix} \quad \bar{\sigma} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

Ισοτροπός ή υδροστατικός τανυστής τάσεων Αποκλίνων τανυστής τάσεων (ή τανυστής μεταβολών σχήματος)

Τριαξονική ελαστική κατάσταση

Μονοαξονική κατάσταση

19

Ειδική ενέργεια παραμόρφωσης U_0 = Ειδική ενέργεια σύμμορφης παραμόρφωσης $U_{0,v}$ (σε αυτήν που οφείλεται στις υδροστατικές τάσεις) + Ειδική ενέργεια σύνογκης παραμόρφωσης $U_{0,s}$ - ή ειδική ενέργεια εφελκυσμόθλιψης παραμόρφωσης - (σε αυτήν που οφείλεται στις αποκλίνουσες τάσεις).

$$U_0 = \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)$$

που $\sigma_1 = \bar{\sigma} = p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$

$$U_{0,v} = \frac{3(1-2\nu)}{2E} p^2 = \frac{1-2\nu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$$

$$U_{0,s} = U_0 - U_{0,v} = \frac{G= E/2(1+\nu)}{12G} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

20

Θεωρία της μέγιστης ειδικής ενέργειας σύνογκης (ή διατμητικής) παραμόρφωσης: Η αστοχία του υλικού (δηλαδή η διαρροή) επέρχεται όταν η ενέργεια αυτή γίνει ίση με μία κρίσιμη τιμή.

$$U_{0,s} = \frac{1}{12G} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

Για μονοαξονικό εφελκυσμόθλιψη:

$$\sigma_1 = f_y \quad \& \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

$$U_{0,s} = \frac{1}{12G} \equiv U_{0,s,σH}$$

Κριτήριο Hencky-Mises ή απλώς κριτήριο von Mises $2f_y^2 = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2$

21

$$\left(\frac{\sigma_1}{f_y}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_1 \sigma_2}{f_y f_y}\right) + \left(\frac{\sigma_2}{f_y}\right)^2 = 1 \quad (\text{επίπεδη ενταπτική κατάσταση})$$

22

Άξονας κυλίνδρου και εξαγωνικού πρίσματος (υδροστατικός άξονας)

Κύβλος von Mises

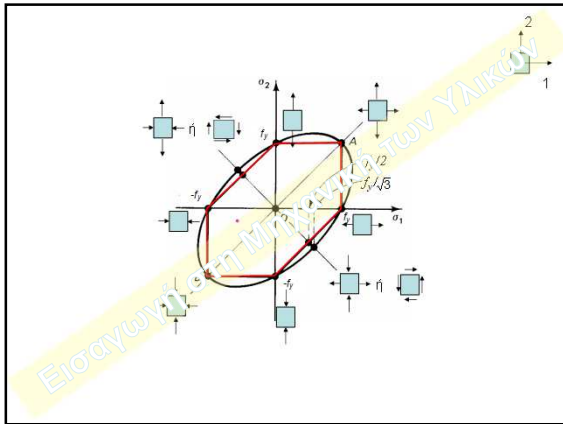
Εξέλιξη

Ώση κατά μήκος του άξονα του

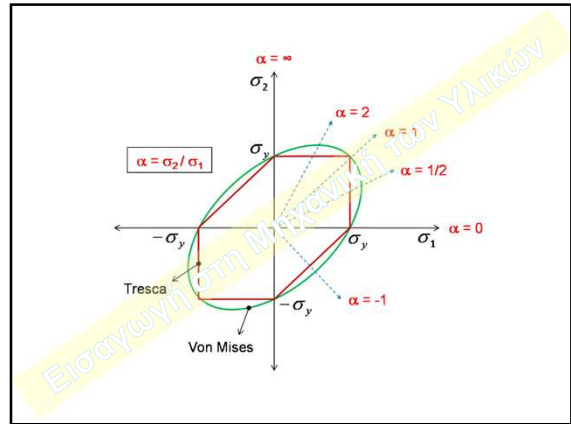
23

[Source : Wikipedia]

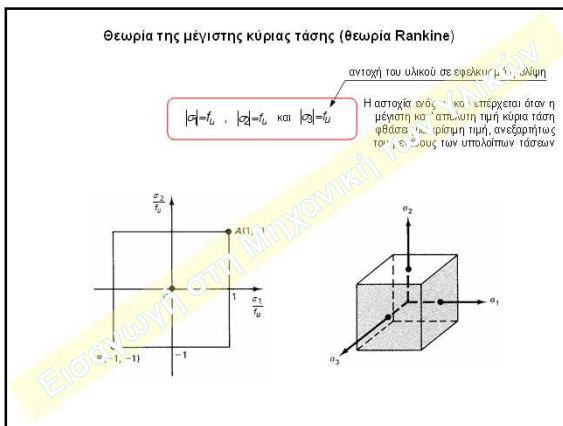
24



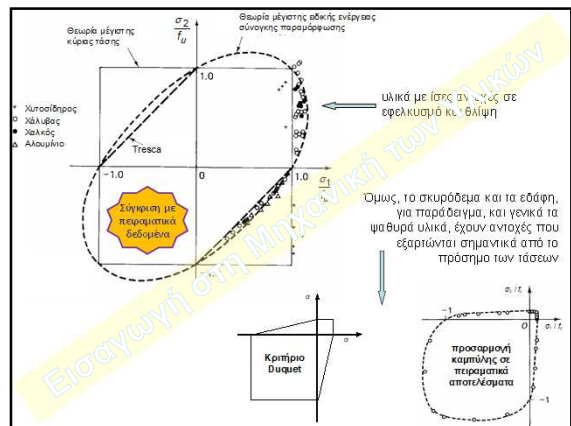
25



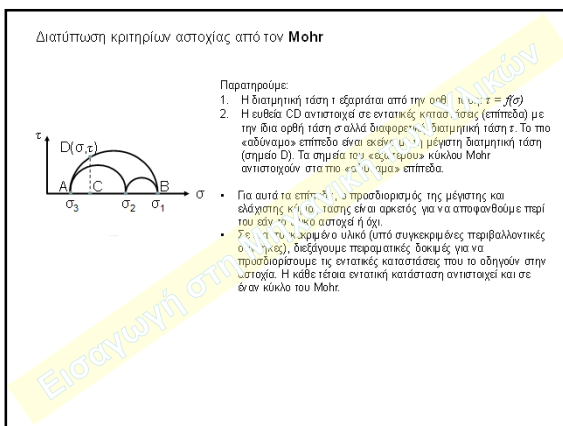
26



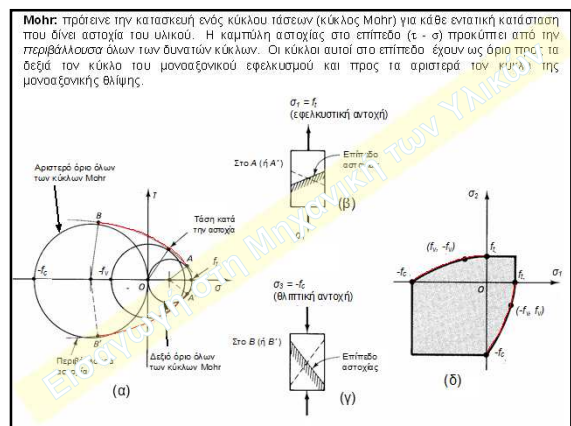
27



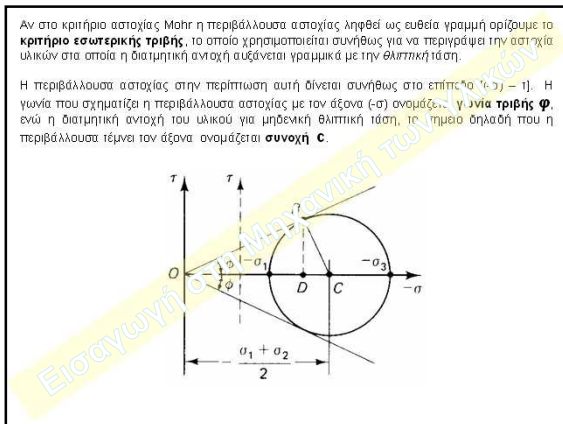
28



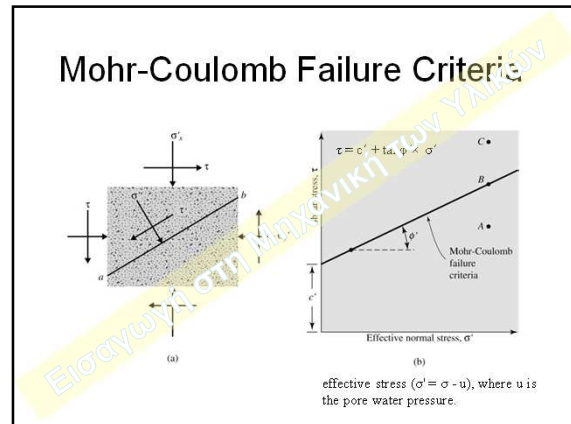
29



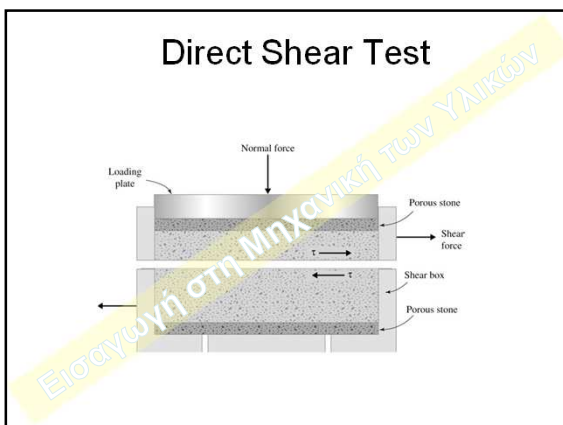
30



31



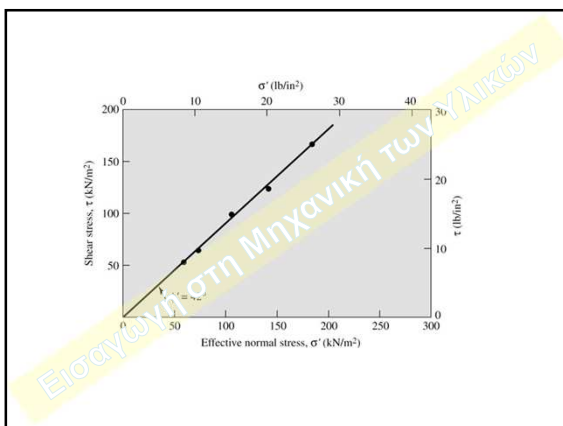
32



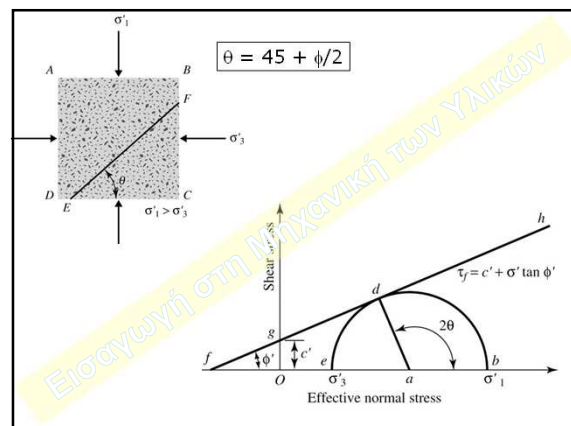
33



34



35



36