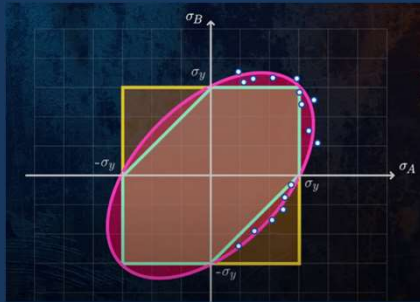


E5



Κριτήρια Αστοχίας (Διάτμηση Τοιχοποιίας)

Δρ. Σωτήρης Δέμης

Πολιτικός Μηχανικός
(Εντεταλμένος Διδάσκων)



1

6 ΝΕΚΡΟΙ

«Σε **αστοχία υλικού**» οφείλεται το σιδηροδρομικό δυστύχημα στην Γαλλία

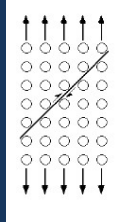
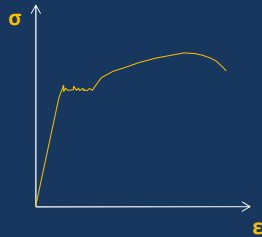
Σύμφωνα με τις πρώτες γνωματεύσεις των ειδικών, ο χθεσινός εκτροχιασμός της αμαξοστοιχίας έξω από το Παρίσι, που κόστισε την ζωή σε 6 ανθρώπους, φαίνεται να οφείλεται στην αστοχία ενός μεταλλικού τμήματος στη διακλάδωση αλλαγής της σιδηροτροχιάς στην οποία βρισκόταν ο συρμός, όπως εξήγησε σήμερα εκπρόσωπος των γαλλικών σιδηροδρόμων (SNCF).



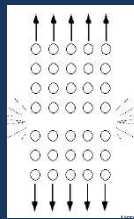
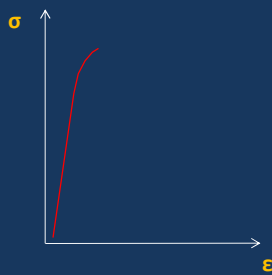
2

Έως τώρα ...

- Καταστατικός νόμος όλκιμων υλικών (αξονική καταπόνηση σε μία διεύθυνση)

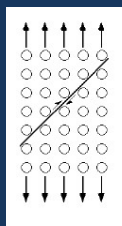
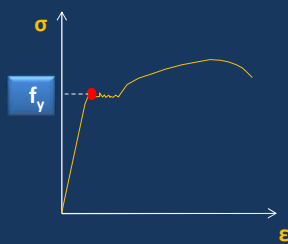


- Συμπεριφορά ψαθυρών υλικών



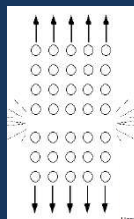
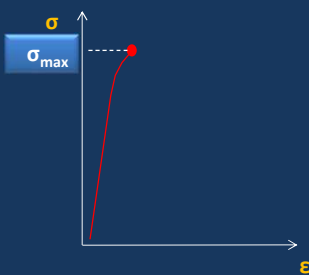
3

- Όλκιμα υλικά

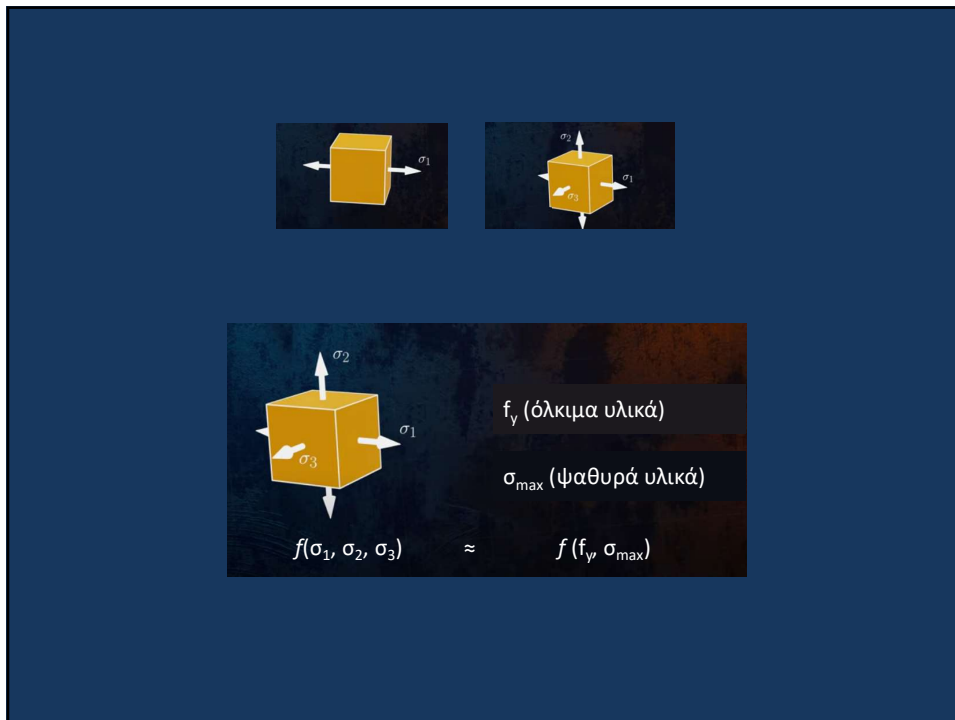


Ένας φορέας θεωρείται ότι αστόχησε όταν έχει παύσει να εξυπηρετεί το σκοπό για τον οποίο κατασκευάστηκε ή χρησιμοποιείται.

- Συμπεριφορά ψαθυρών υλικών



4



5

Για κάποια τιμή P_1 , θα επέλθει θραύση

Ύθραυση θα επέλθει για μεγαλύτερη τιμή $P_2 > P_1$

Για $p_B > p_A$, θραύση θα επέλθει για ακόμα μεγαλύτερη τιμή $P_3 > P_2 > P_1$

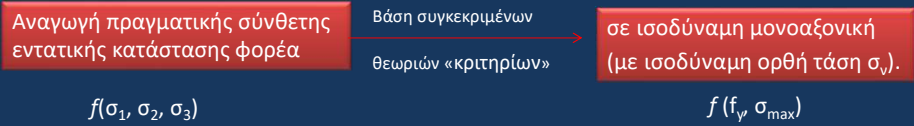
- Αξονική τάση στη κύρια διεύθυνση (τη στιγμή αστοχίας) εξαρτάται και από μέγεθος εγκάρσιων τάσεων
- Για να προβλέψουμε τη θλιπτική δύναμη αστοχίας πρίσματος θα πρέπει να είναι γνωστή η σχέση αξονικής τάσης – εγκάρσιας πίεσης.

• Σχέση αξονικής τάσης – εγκάρσιας πίεσης κατά την αστοχία, "ποσοτικοποιείται" από τα κριτήρια αστοχίας

6

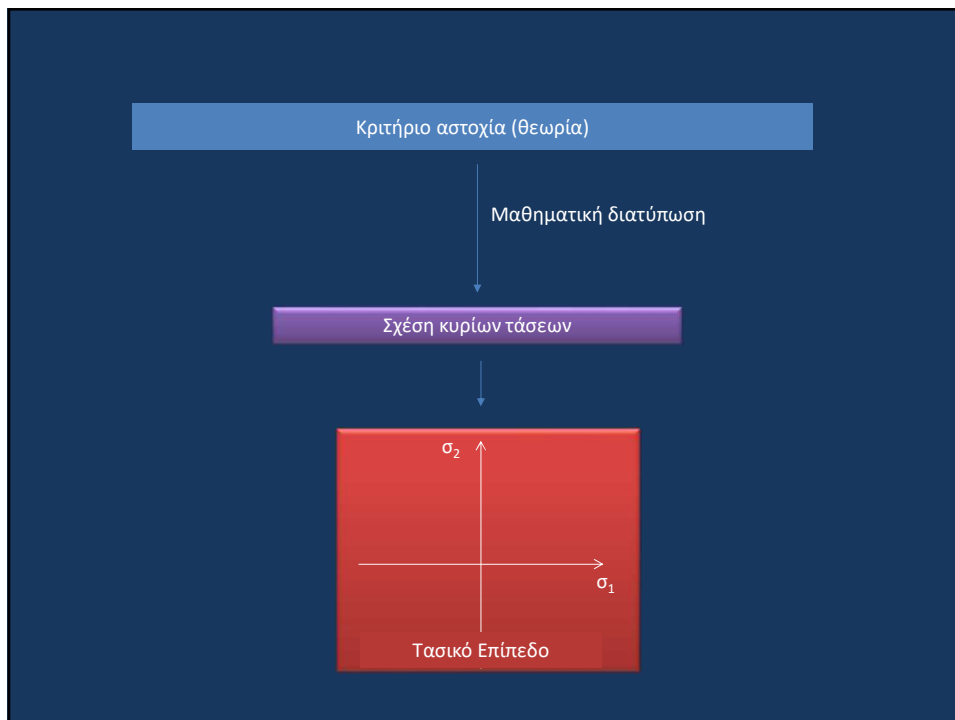
Κριτήριο Αστοχίας

- Αστοχία υλικού περιγράφεται από μία συγκεκριμένη θεωρία



- Ανάλογα με συγκεκριμένο κριτήριο, καθορίζεται τιμή κρίσιμου μεγέθους (τάση, παραμόρφωση) για μονοαξονική εντατική κατάσταση και για σύνθετη εντατική
- Εξισώνοντας τις τιμές του κρίσιμου μεγέθους προκύπτει το κριτήριο αστοχίας
- Γραφική απεικόνιση του κριτηρίου στο τασικό επίπεδο σ_1 - σ_2 (για επίπεδη εντατική κατάσταση)

7



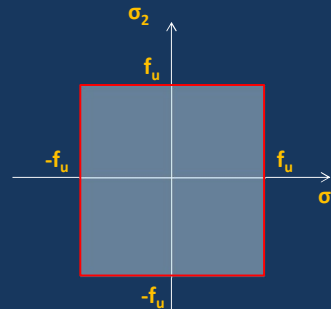
8

Κριτήριο Μέγιστης Κύριας Τάσης (Rankine)

- Αστοχία επέρχεται όταν μέγιστη κατά απόλυτη τιμή κύρια τάση φθάσει μία κρίσιμη τιμή, ανεξαρτήτως μεγέθους υπολοίπων τάσεων.
- Η κρίσιμη τιμή, προσδιοριζόμενη βάση της μονοαξονικής εντατικής κατάστασης, ισούται με την αντοχή του υλικού σε εφελκυσμό ή θλίψη (f_u).

$$|\sigma_1| = f_u, |\sigma_2| = f_u, |\sigma_3| = f_u$$

Περιγράφει αστοχία ψαθυρών υλικών



9

Κριτήριο Μέγιστης Διατμητικής Τάσης (Tresca)

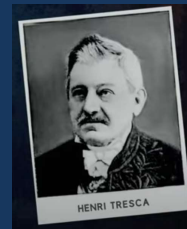
Αστοχία υλικού όταν η μέγιστη διατμητική τάση τ_{max} φθάσει κρίσιμη τιμή τ_{cr} που ισούται με τη διατμητική τάση κατά τη διαρροή σε μονοαξονική φόρτιση

TRESCA

maximum shear stress theory

$$\tau_{max} = \tau_y$$

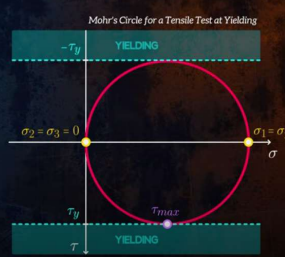
$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \tau_y$$



TRESCA

maximum shear stress theory

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_y}{2}$$



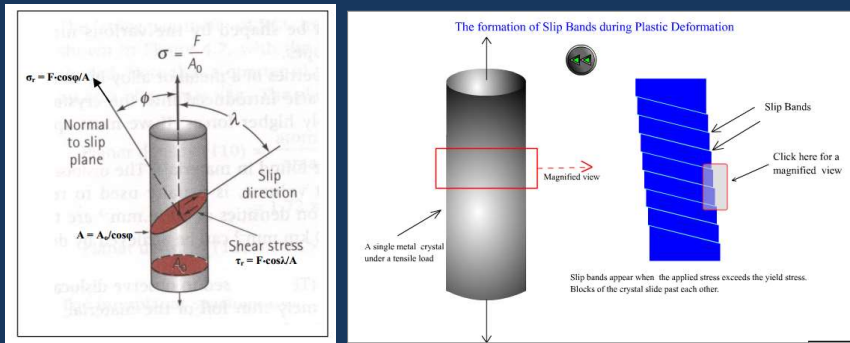
Περιγράφει αστοχία όλκιμων υλικών

Βασική προϋπόθεση: ίδια όρια διαρροής σε εφελκυσμό και θλίψη

10

Κριτήριο Μέγιστης Διατμητικής Τάσης (Tresca)

- Αστοχία υλικού όταν η τ_{max} φθάσει κρίσιμη τιμή τ_{cr} που ισούται με τη διατμητική τάση κατά τη διαρροή σε μονοαξονική φόρτιση
- Υλικό που καταπονείται με τριαξονικό σύστημα τάσεων θα αστοχήσει όταν η τ_{max} λάβει τη τιμή της μέγιστης διατμητικής που προκύπτει από το απλό πείραμα του εφελκυσμού (για μονοαξονική εντατική κατάσταση).

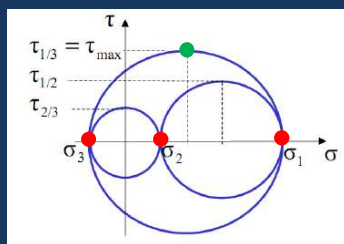


- Βασική προϋπόθεση: ίδια όρια διαρροής σε εφελκυσμό και θλίψη

11

Κριτήριο Μέγιστης Διατμητικής Τάσης (Tresca)

- Τριαξονική εντατική κατάσταση (γενικά)



$$\tau_{13} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \tau_{max}$$

$$\tau_{23} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}$$

$$\tau_{12} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

Κρίσιμο μέγεθος

Αστοχία υλικού όταν η μέγιστη διατμητική τάση τ_{max} φθάσει κρίσιμη τιμή τ_{cr} που ισούται με τη διατμητική τάση κατά τη διαρροή σε μονοαξονική φόρτιση

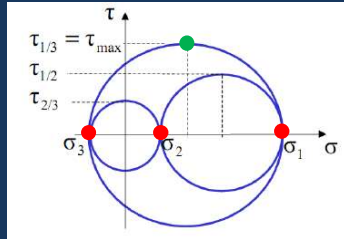
Από μονοαξονικό εφελκυσμό

$$f_y/2$$

12

Κριτήριο Μέγιστης Διατμητικής Τάσης (Tresca)

- Τριαξονική εντατική κατάσταση (γενικά)



$$\tau_{13} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \tau_{\max}$$

$$\tau_{23} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}$$

$$\tau_{12} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

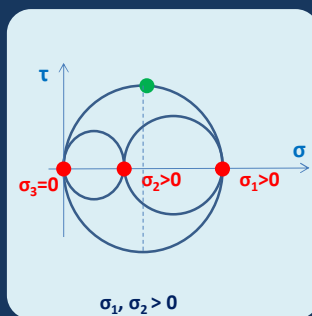
Αστοχία υλικού όταν η μέγιστη διατμητική τάση τ_{\max} φθάσει κρίσιμη τιμή τ_{cr} , που ισούται με τη διατμητική τάση κατά τη διαρροή σε μονοαξονική φόρτιση

$$\max(\tau_{13}, \tau_{23}, \tau_{12}) = f_y/2 \rightarrow \max(|\sigma_1 - \sigma_3|, |\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|) = f_y$$

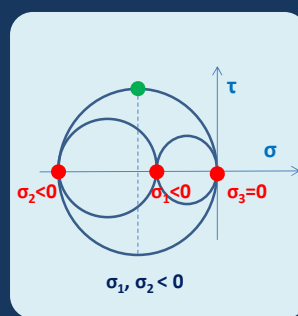
13

Κριτήριο Μέγιστης Διατμητικής Τάσης (Tresca)

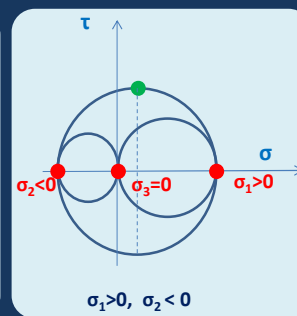
- Επίπεδη εντατική κατάσταση ($\sigma_3=0$)



$$\tau_{\max} = (0 - \sigma_1)/2 = \sigma_1/2$$



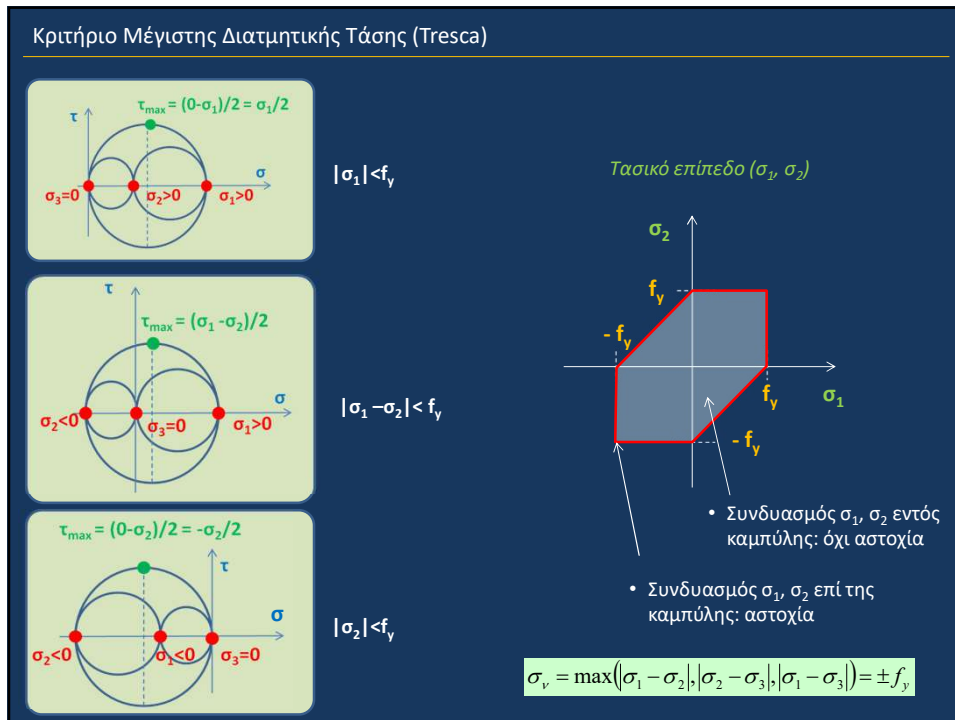
$$\tau_{\max} = (0 - \sigma_2)/2 = -\sigma_2/2$$



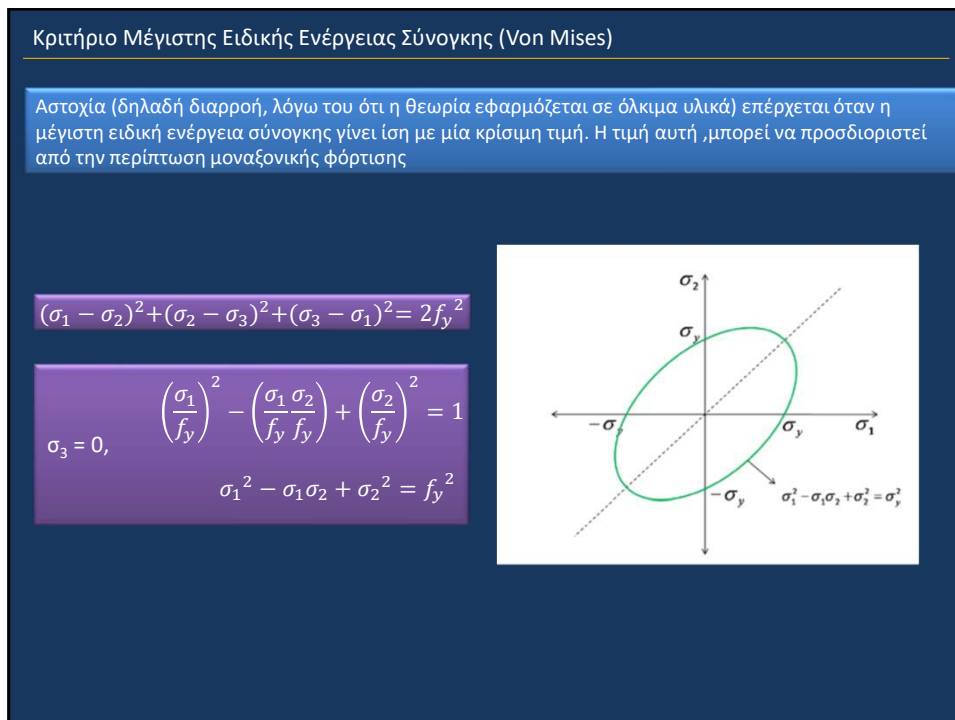
$$\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$$

$$\tau_{cr} = f_y/2$$

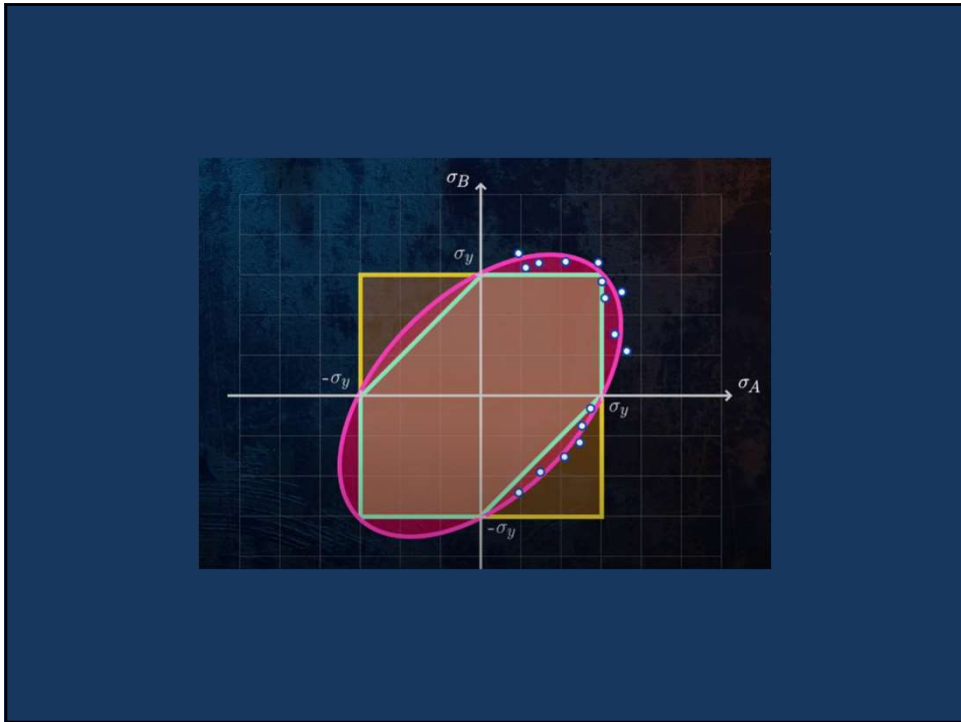
14



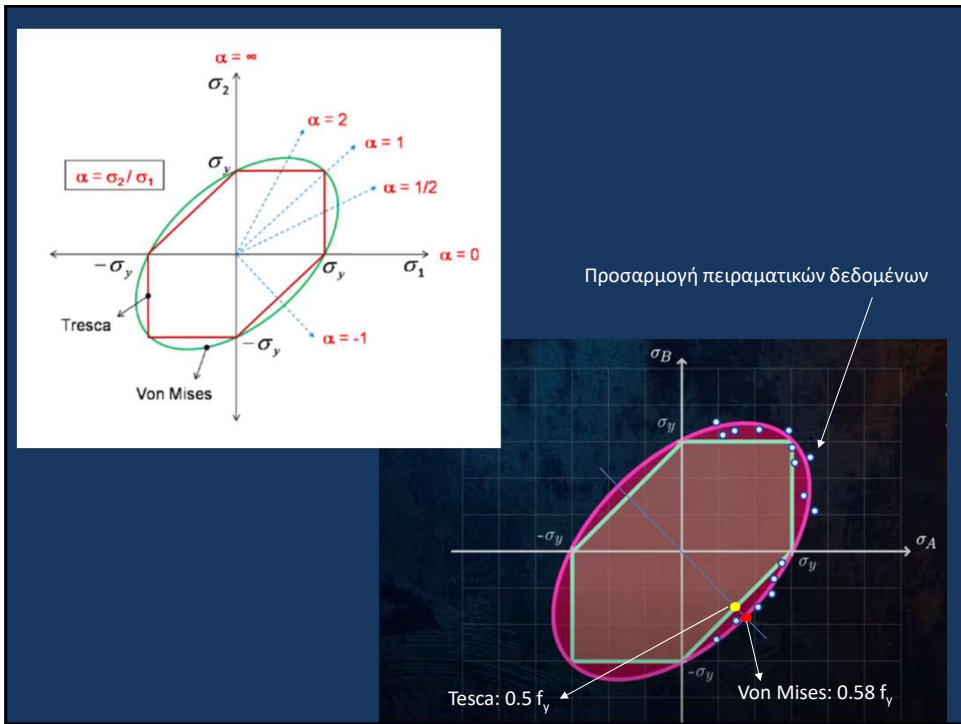
15



16



17



18

Κριτήριο Εσωτερικής Τριβής (Coulomb)

- Η κρίσιμη διατμητική τάση σε κάποιο επίπεδο κατά την οποία επέρχεται αστοχία του υλικού επηρεάζεται από την παρουσία εσωτερικών δυνάμεων τριβής, οι οποίες επηρεάζονται από τη μέση ορθή τάση στο επίπεδο (ολίσθησης) της μέγιστης διατμητικής.

Περιγράφει αστοχία υλικών στα οποία η διατμητική αντοχή αυξάνεται γραμμικά με θλιπτική τάση

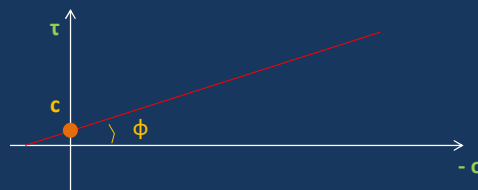
- Αστοχία συμβαίνει όταν διατμητική τάση σε ένα οποιοδήποτε επίπεδο, ξεπεράσει τη διατμητική αντοχή που είναι γραμμική συνάρτηση της ορθής τάσης στο επίπεδο αυτό

$$\tau_{\max} = \alpha \sigma_m + \beta$$

, α, β : σταθερές που εξαρτώνται από μηχανικές ιδιότητες υλικού

$$\tau_{\max} = \tan\phi \sigma_m + c$$

, ϕ : γωνία τριβής, c : συνοχή του υλικού



19

Κριτήριο Εσωτερικής Τριβής (Coulomb)

- Ανάλογα με τα πρόσημα των σ_1, σ_2 (επίπεδη εντατική) οι σταθερές α, β και το κριτήριο αστοχίας διαμορφώνονται ανάλογα

$$\tau_{\max} = \alpha \sigma_m + \beta$$

- Θεωρούμε σ_1 εφελκυστική, σ_2 θλιπτική τάση

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \alpha + \beta$$

$$\sigma_1 (1-\alpha) - \sigma_2 (1+\alpha) = 2\beta$$

- Εάν θεωρήσουμε ότι $\sigma_2 = 0$, αστοχία θα επέλθει όταν $\sigma_1 = f_y$
- Εάν θεωρήσουμε ότι $\sigma_1 = 0$, αστοχία θα επέλθει όταν $\sigma_2 = f_y'$ (όριο διαρροής στη θλίψη)

$$\alpha = \frac{f_y - f_y'}{f_y + f_y'}, \beta = \frac{f_y \cdot f_y'}{f_y + f_y'}$$

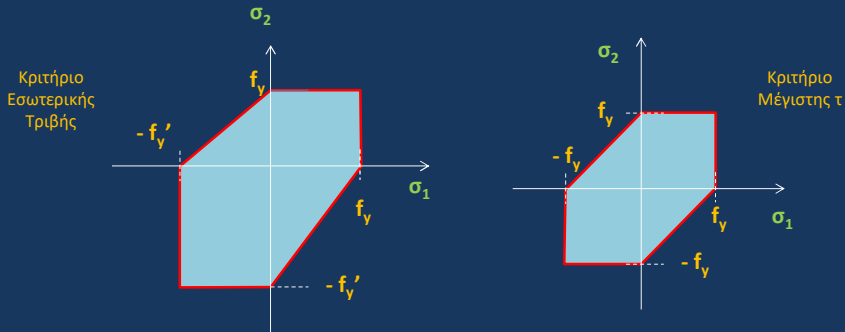
- Οπότε το κριτήριο αστοχίας μπορεί να εκφραστεί ως: $\sigma_1 - (f_y/f_y') \sigma_2 = f_y'$

20

Κριτήριο Εσωτερικής Τριβής (Coulomb)

- Κριτήριο αστοχίας εσωτερικής τριβής για επίπεδη εντατική κατάσταση όταν σ_1 εφελκυστική, σ_2 θλιπτική:

$$\sigma_1 - (f_y/f_y') \sigma_2 = f_y'$$



- Εάν τα όρια διαρροής του υλικού σε εφελκυσμό (f_y) και θλίψη (f_y') είναι ίδια τότε το κριτήριο εσωτερικής τριβής συμπίπτει με το κριτήριο της μέγιστης διατμητικής τάσης

21

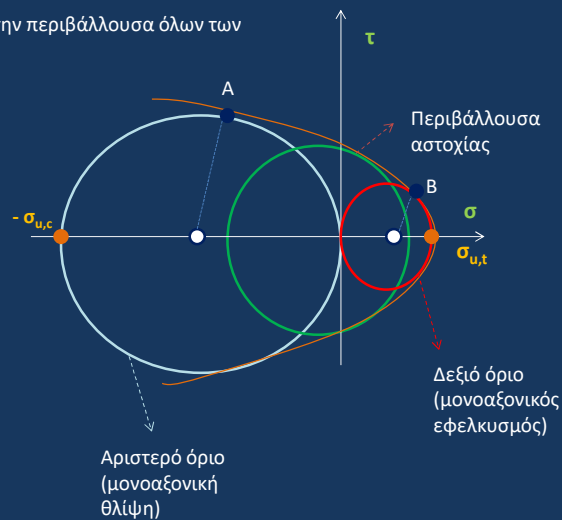
Κριτήριο Αστοχίας Mohr

- Η θεωρεία εσωτερικής τριβής (Coulomb) μπορεί να θεωρηθεί και σαν ειδική περίπτωση της θεωρίας αστοχίας του Mohr.
- Κατασκευή κύκλου τάσεων (Mohr) για κάθε εντατική κατάσταση που δίνει αστοχία υλικού (όγκιμου και ψαθυρού)
- Η καμπύλη αστοχίας προκύπτει από την περιβάλλουσα όλων των δυνατών κύκλων

- Κάθε σημείο (π.χ. A, B) πάνω στη περιβάλλουσα αντιστοιχεί σε συνδυασμό τάσεων ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$) που προκαλούν αστοχία

Ή αλλιώς

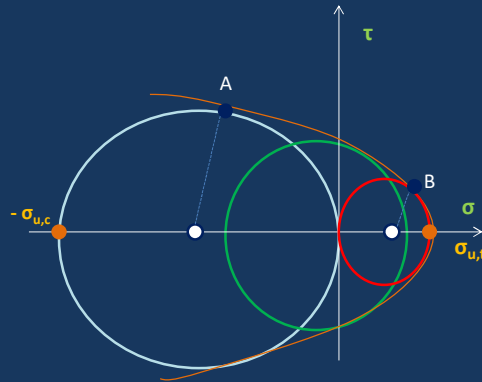
- Κάθε κύκλος Mohr που εφάπτεται τις περιβάλλουσας αντιστοιχεί σε εντατική κατάσταση που μπορεί να προκαλέσει αστοχία



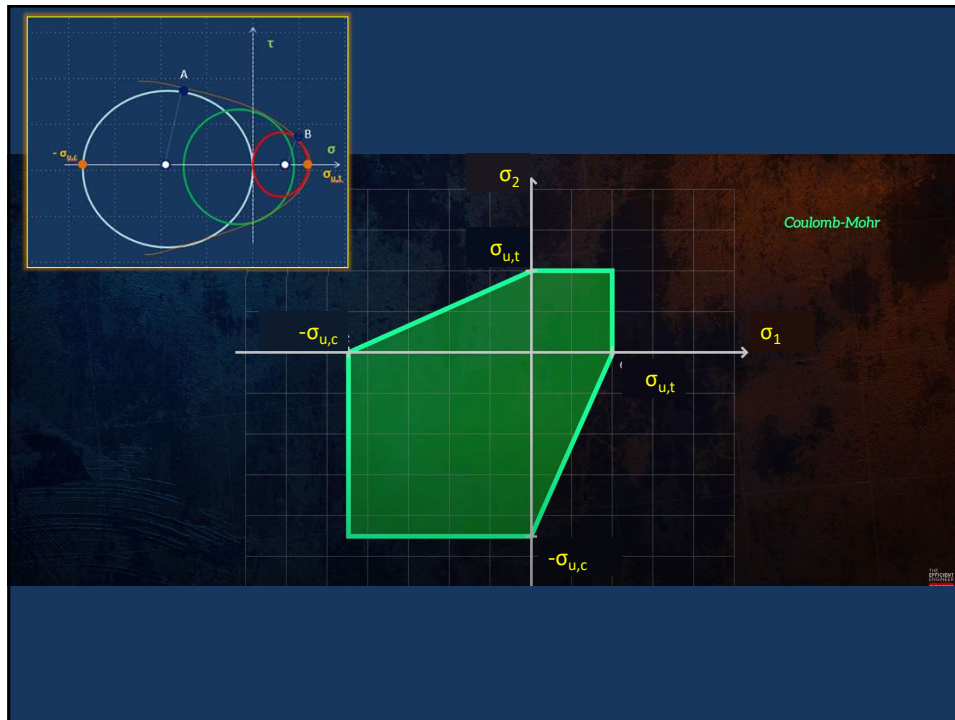
22

Κριτήριο Αστοχίας Mohr

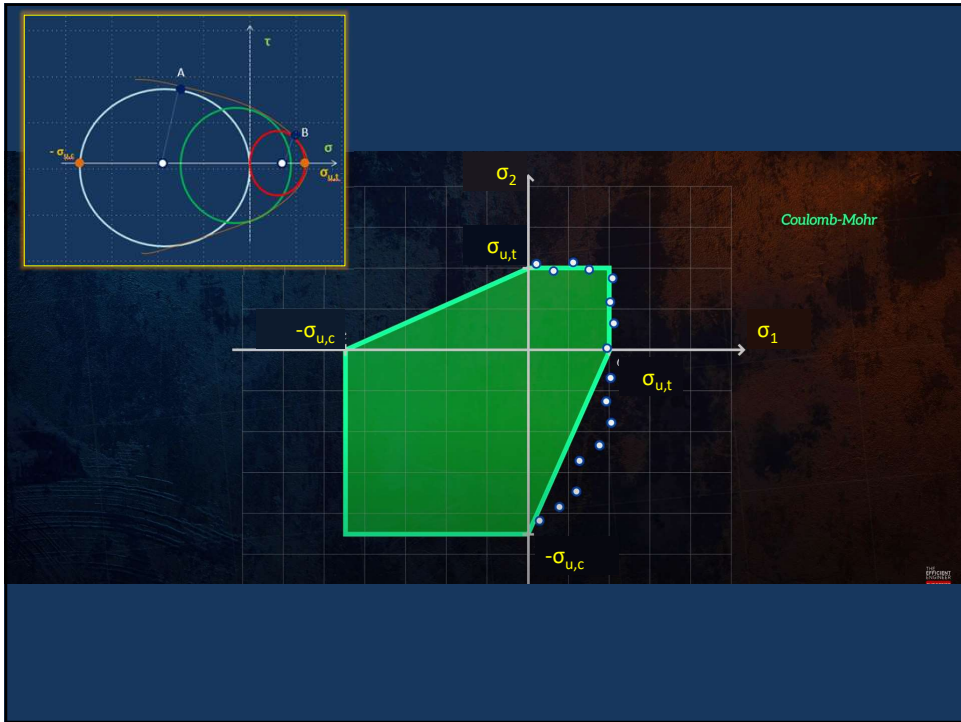
- Η θεωρία εσωτερικής τριβής (Coulomb) μπορεί να θεωρηθεί και σαν ειδική περίπτωση της θεωρίας αστοχίας του Mohr.



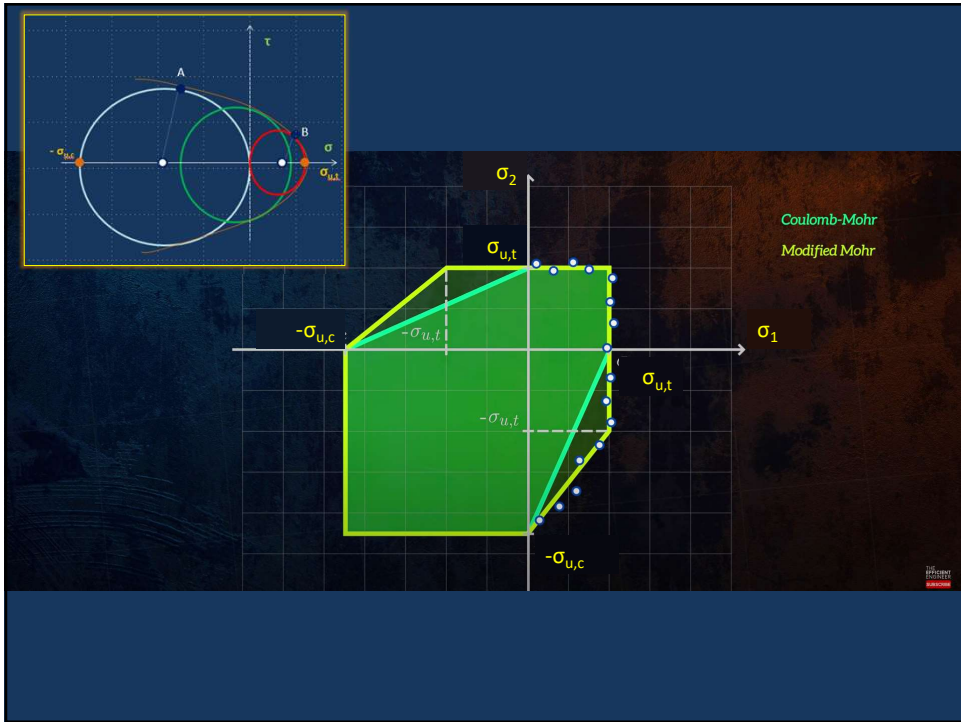
23



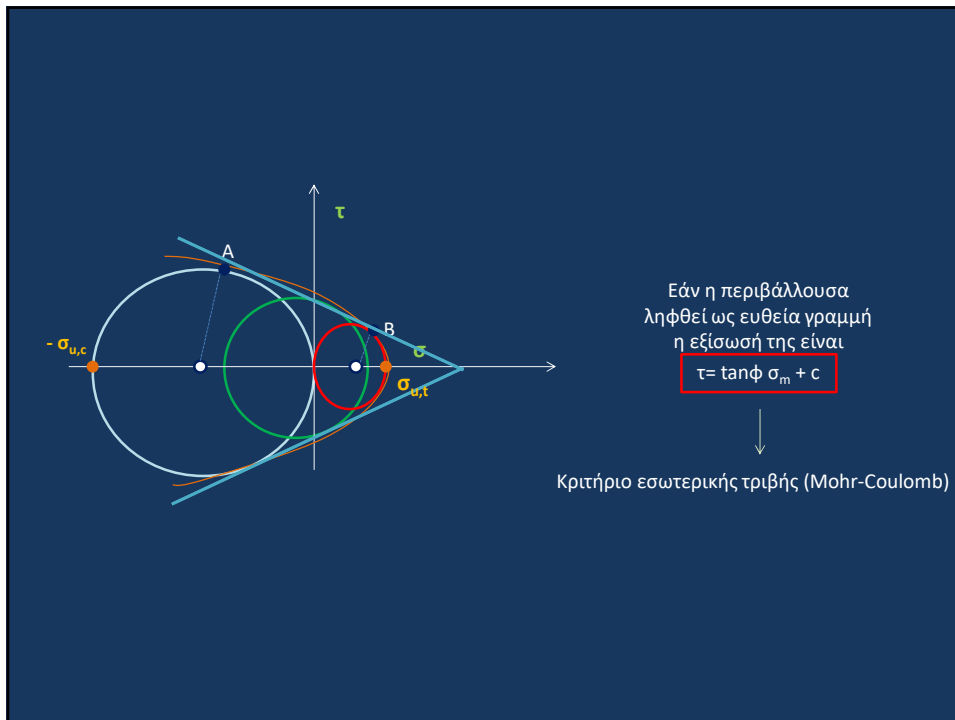
24



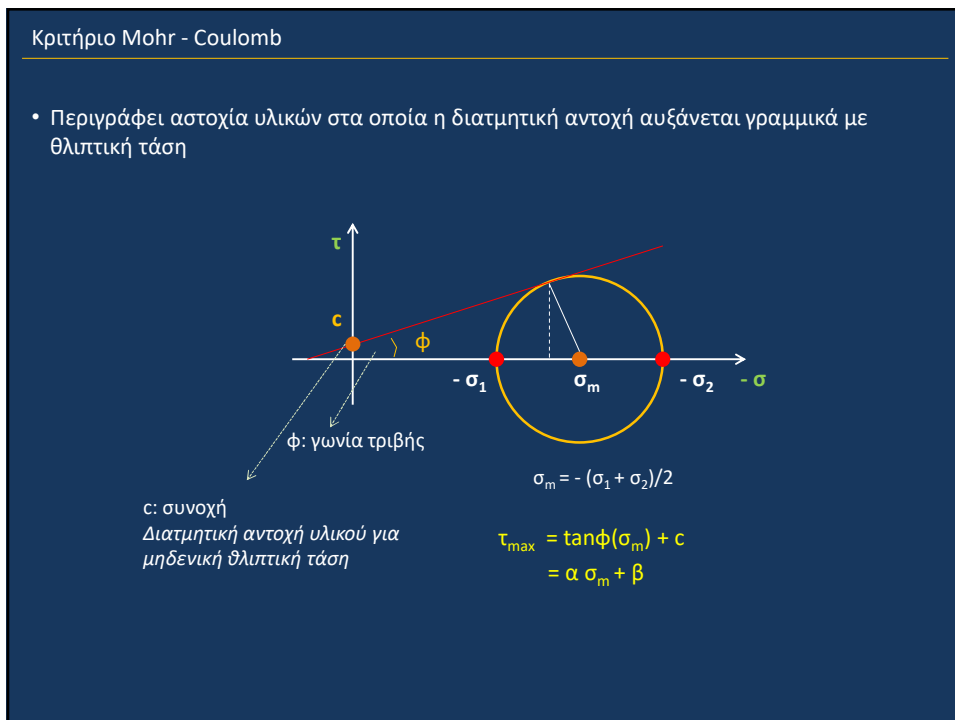
25



26

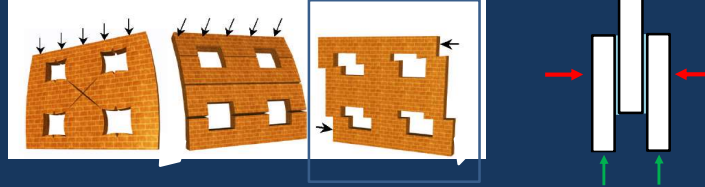


27



28

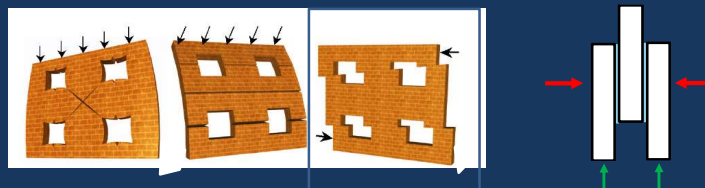
Εφαρμογή κριτηρίου Mohr-Coulomb στη Διάτμηση (εντός επιπέδου) Τοιχοποιίας



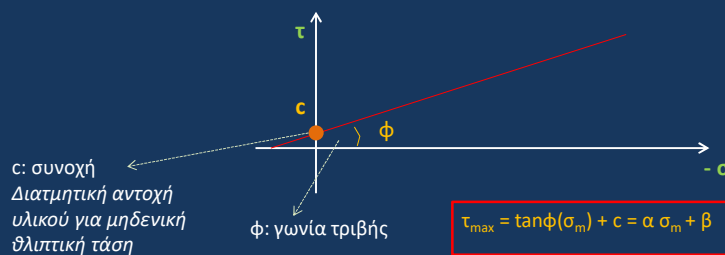
- Αστοχία παράλληλα στους αρμούς οφείλεται σε ρηγμάτωση και ολίσθηση κατά μήκος διεπιφάνειας μεταξύ κονιάματος και λιθοσωμάτων
- Το αντίστοιχο φορτίο αστοχίας (δηλαδή η διατμητική αντοχή) εξαρτάται σε σημαντικό βαθμό από ύπαρξη αξονικής δύναμης (θλίψης), και από αλληλεπίδραση διατμητικών-ορθών τάσεων.
- Η *σχέση* που κατά κανόνα υιοθετείται για επίδραση θλιπτικής τάσης σ_n στη αντοχή τ παράλληλα στους οριζόντιους αρμούς είναι *τύπου Coulomb*.

29

Εφαρμογή κριτηρίου Mohr-Coulomb στη Διάτμηση (εντός επιπέδου) Τοιχοποιίας



- Διατμητική αντοχή εξαρτάται σε σημαντικό βαθμό από ύπαρξη αξονικής δύναμης και από αλληλεπίδραση διατμητικών-ορθών τάσεων.



30

Εργαστηριακή Άσκηση



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ
ΠΑΤΡΑ 26500

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Εαρινό Εξάμηνο 2023 - 2024

5^η ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ - Κριτήρια Αστοχίας - Διάτμηση Τοιχοποιίας

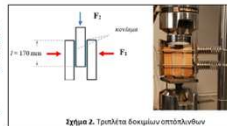


Ο τοίχος του Σχήματος 1 (μήκους $L = 1.0$ m, όπου A το τελευταίο ψηφίο του αριθμού μητρώου σας) αποτελείται από μία σειρά οπτόπλινθων (πλάτους, κάθετα στη σελίδα, $b = 70$ mm), αστόχησε διατμητικά λόγω της επιβολής του φορτίου P, με μία συνεχή ρωγμή κατά μήκος ενός οριζόντιου αρμού (όπως απεικονίζεται στο σχήμα 1).

Να εκτιμηθεί το φορτίο αστοχίας P του τοίχου, με βάση τα ακόλουθα.

Δίνονται:

- Τρία (3) ζύγη τιμών φόρτισης (F_u, F_d), που εφαρμόστηκαν περασματικά σε τριπλέτες δοκιμών οπτόπλινθων με συνδετικό υλικό κονίαμα (Σχήμα 2), σύμφωνα με τα δεδομένα του Πίνακα 1.
- Μήκος αρμών κονιάματος στις τριπλέτες οπτόπλινθων, $l = 170$ mm



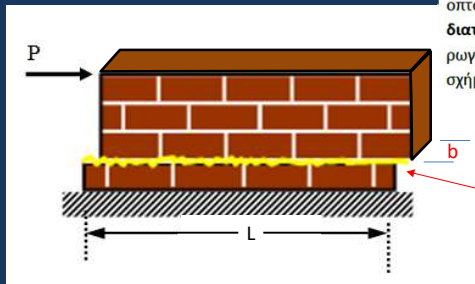
Πίνακας 1. Φορτίσεις (F_u, F_d) Τριπλέτες Δοκιμών Οπτόπλινθων (με βάση τελευταίο ψηφίο A.M)

α/α	Τελευταίο Ψηφίο Αριθμού Μητρώου (A. M.)											
	0		1		2		3		4		5	
	F_u (kN)	F_d (kN)	F_u (kN)	F_d (kN)	F_u (kN)	F_d (kN)	F_u (kN)	F_d (kN)	F_u (kN)	F_d (kN)	F_u (kN)	F_d (kN)
1	113	7.57	174	8.13	1.60	8.10	1.25	7.80	1.42	8.14		
2	3.95	10.8	4.60	12.24	4.75	12.26	4.12	11.3	4.36	11.9		
3	6.97	15.8	7.71	17.03	7.81	16.89	7.36	16.2	7.67	15.4		
	6		7		8		9					
	F_u (kN)	F_d (kN)	F_u (kN)	F_d (kN)	F_u (kN)	F_d (kN)	F_u (kN)	F_d (kN)	F_u (kN)	F_d (kN)	F_u (kN)	F_d (kN)
1	1.64	7.30	1.85	8.70	1.42	7.89	1.69	8.58	1.77	8.72		
2	6.20	11.5	5.15	13.6	4.42	11.6	4.82	12.16	5.12	13.5		
3	7.95	16.2	8.12	17.6	7.36	16.7	7.78	16.57	7.14	16.3		

Διακρίματα υποβλήθης Εργαστηριακής Άσκησης έχουν όσον φοιητές παρακολούθησαν τις εργαστηριακές δοκιμές.
Προσοχή - Η ΑΣΚΗΣΗ ΕΙΝΑΙ ΑΥΣΤΗΡΑ ΑΤΟΜΙΚΗ

31

Εργαστηριακή Άσκηση



Ο τοίχος του σχήματος 1 (μήκους $L = 1.0$ m, όπου A το τελευταίο ψηφίο του αριθμού μητρώου σας) αποτελείται από μία σειρά οπτόπλινθων (πλάτους, κάθετα στη σελίδα, $b = 70$ mm), αστόχησε διατμητικά λόγω της επιβολής του φορτίου P, με μία συνεχή ρωγμή κατά μήκος ενός οριζόντιου αρμού (όπως απεικονίζεται στο σχήμα 1).

Διατμητική αστοχία

Ανάπτυξη διατμητικών τάσεων στη διεπιφάνεια



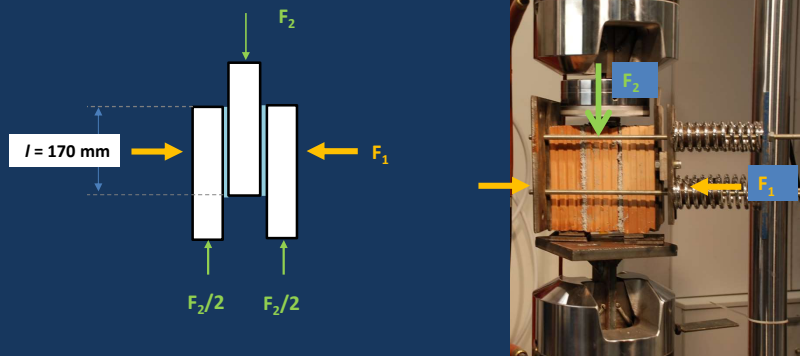
$$\tau_{max} = \frac{P_{max}}{A}$$

32

Εργαστηριακή Άσκηση

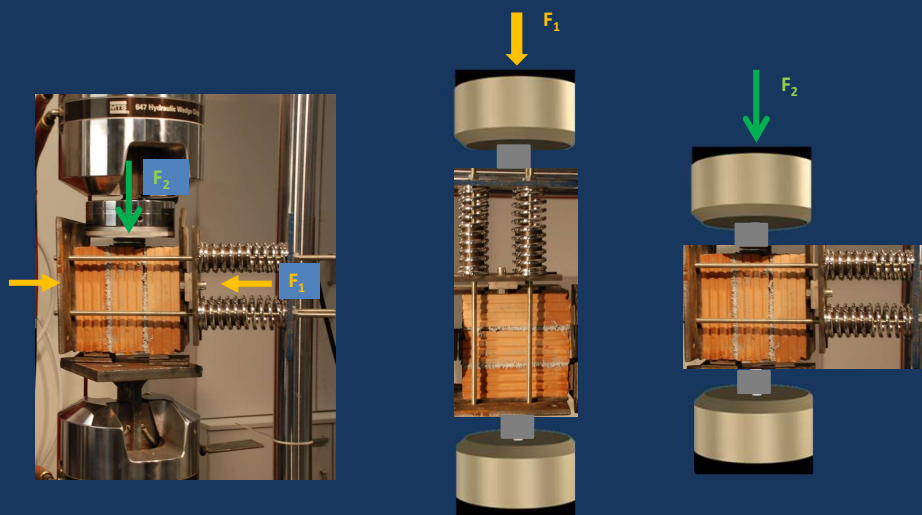
Πίνακας 1. Φορτίσεις (F_1 , F_2) Τριπλέτας Δοκιμών Οπτόπλινθων (με βάση τελευταίο ψηφίο Α.Μ.)

α/α	Τελευταίο Ψηφίο Αριθμού Μητρώου (Α. Μ.)									
	0		1		2		3		4	
	F_1 (kN)	F_2 (kN)	F_1 (kN)	F_2 (kN)	F_1 (kN)	F_2 (kN)	F_1 (kN)	F_2 (kN)	F_1 (kN)	F_2 (kN)
1	1.13	7.67	1.74	8.13	1.60	8.10	1.25	7.80	1.42	8.14
2	3.95	10.8	4.60	12.24	4.75	12.26	4.12	11.3	4.36	11.9
3	6.97	15.8	7.71	17.03	7.81	16.89	7.36	16.2	7.67	15.4

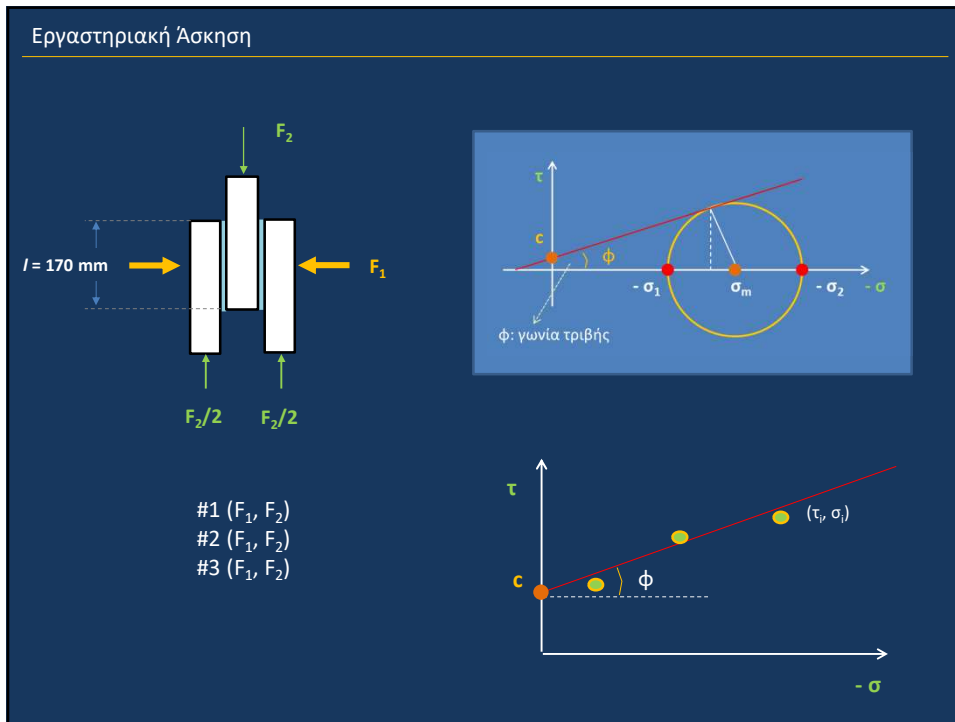


33

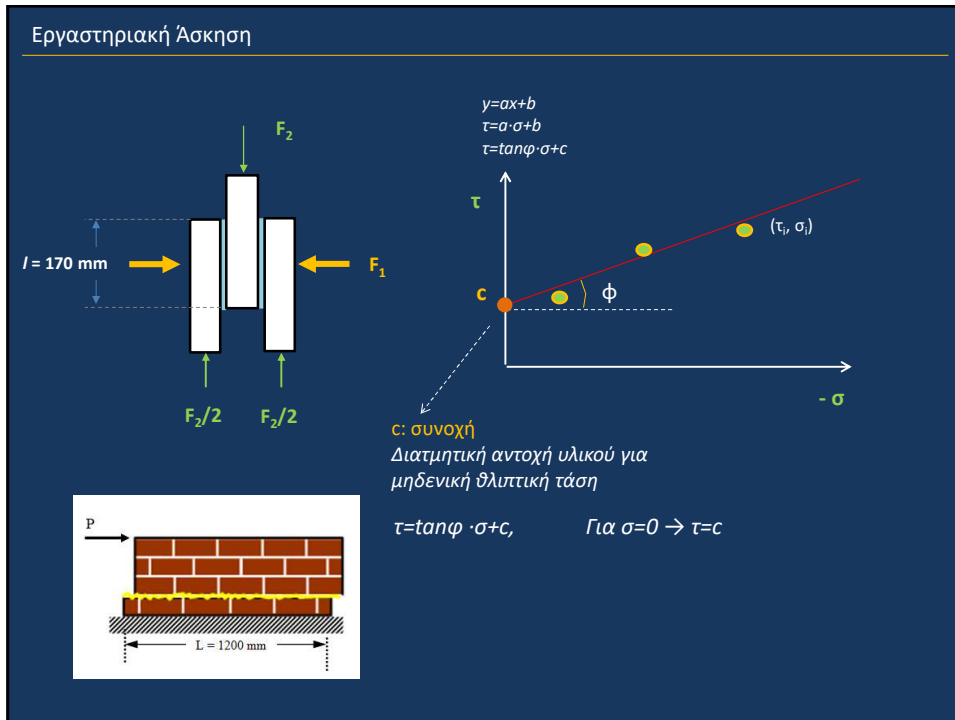
Εργαστηριακή Άσκηση



34



35



36