

E₂

Διάτμηση Κοχλία

Δρ. Σωτήρης Δέμης

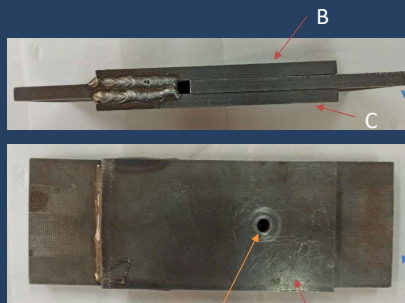
Πολιτικός Μηχανικός
(Εντεταλμένος Διδάσκων)

1

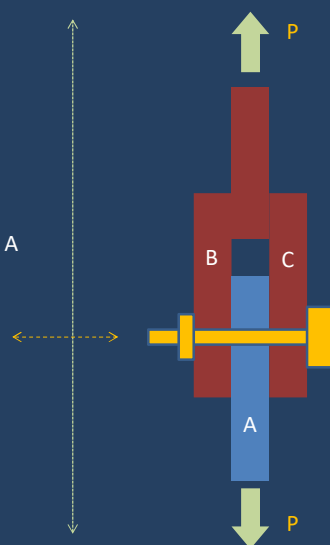
Βασική αρχή εργαστηριακής άσκησης

- Αξονικό φορτίο → Ανάπτυξη διατμητικών τάσεων σε στοιχεία σύνδεσης
- Μεταλλικό έλασμα A (πλάκα)
- Εφαρμόζεται εφελκυστικό φορτίο P

μεταλλικά ελάσματα B, C (δίχαλο)



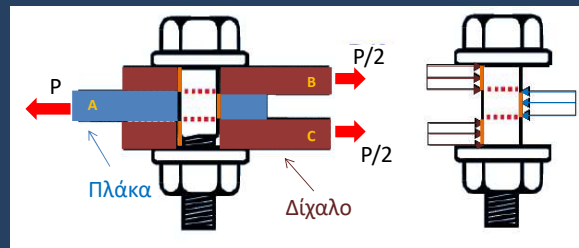
Οπή (θέση κοχλία)



2

Βασική αρχή εργαστηριακής άσκησης

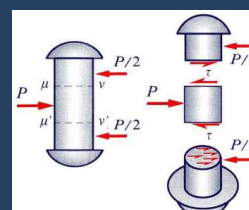
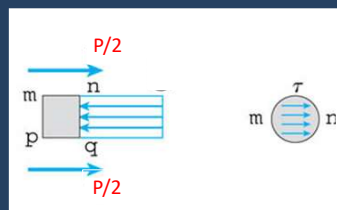
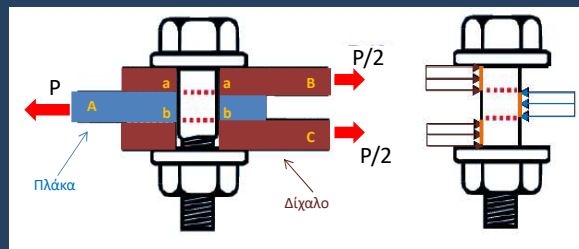
- Αξονικό φορτίο → Ανάπτυξη διατμητικών τάσεων σε στοιχεία σύνδεσης
- Μεταλλικό έλασμα A (πλάκα) συνδέεται με μεταλλικά ελάσματα B, C (δίχαλο) με κοχλία
- Εφαρμόζεται εφελκυστικό φορτίο P
- Το εφελκυστικό φορτίο «μεταβιβάζεται» στο κοχλία στα σημεία επαφής με τη πλάκα και το δίχαλο



3

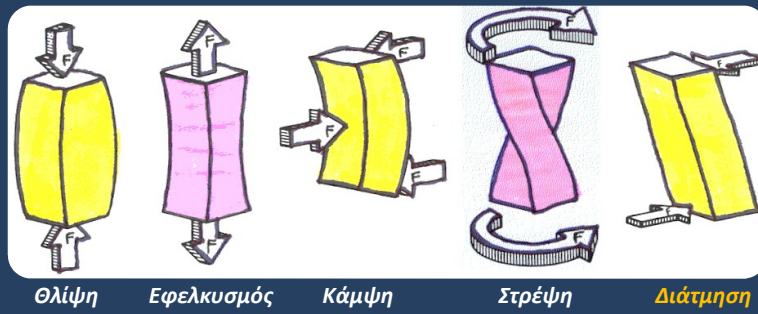
Βασική αρχή εργαστηριακής άσκησης

- Αξονικό φορτίο → Ανάπτυξη διατμητικών τάσεων σε στοιχεία σύνδεσης
- Αναπτύσσονται διατμητικές τάσεις στην εγκάρσια διατομή του κοχλία (επιφάνειες a-a, b-b)



4

Μορφές Καταπόνησης

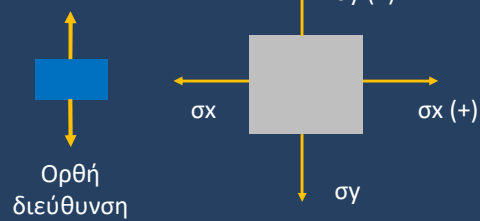


7

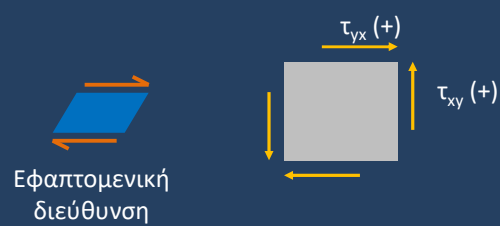
Έως τώρα ...

Αξονική φόρτιση σε δομικό

→ ανάπτυξη ορθών τάσεων



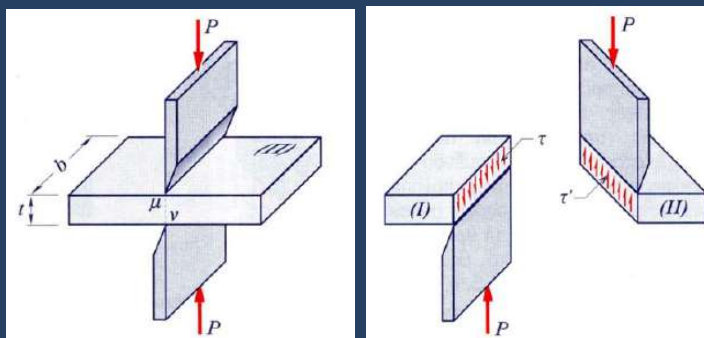
→ ανάπτυξη διατμητικών τάσεων (σε στοιχεία συνδέσεων)



8

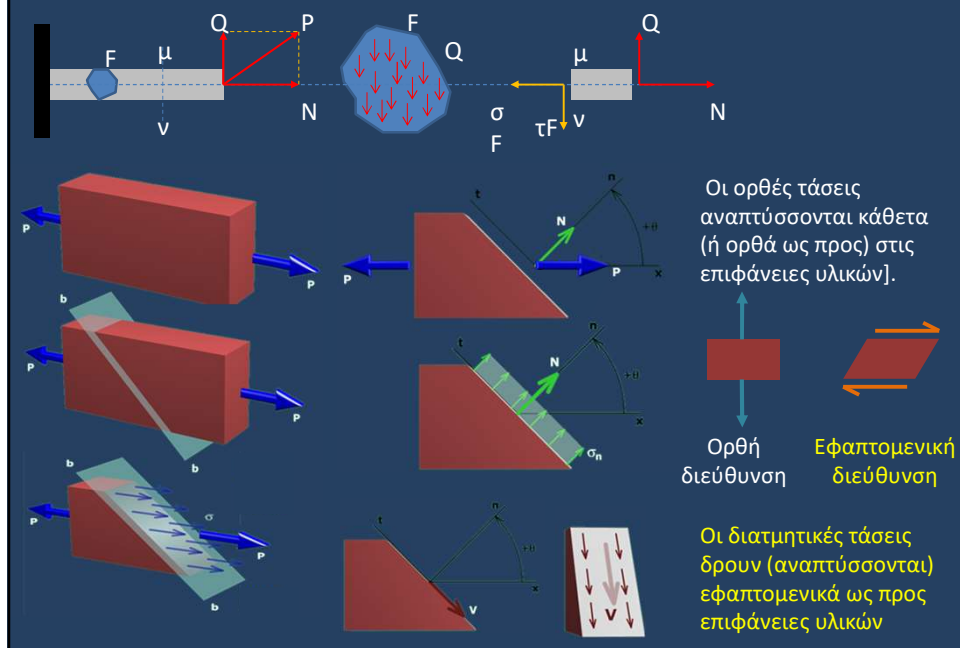
Εισαγωγή στη έννοια της Διάτμησης

Διάτμηση (Διά – τμήση) ?



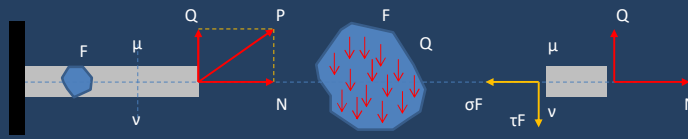
9

Εισαγωγή στη έννοια της Διατμητικής τάσης



10

Εισαγωγή στη έννοια της Διατμητικής τάσης/παραμόρφωσης



$$\tau = \frac{Q}{F}$$

→ Μέση Διατμητική τάση
(Συνολική Τέμνουσα δύναμη Q σε μία επιφάνεια / εμβαδόν της)

$$\tau = G \cdot \gamma$$

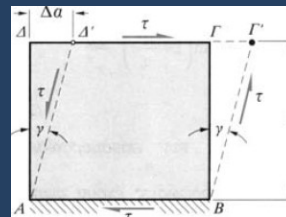
→ Μέτρο Διάτμησης
(Χαρακτηριστική ιδιότητα Υλικού)

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Γωνιακή (διατμητική) παραμόρφωση
πρίσματος

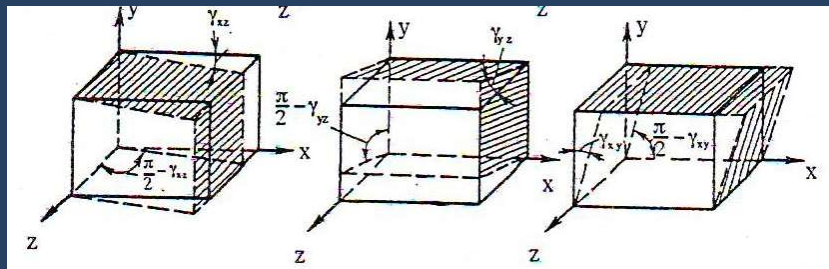
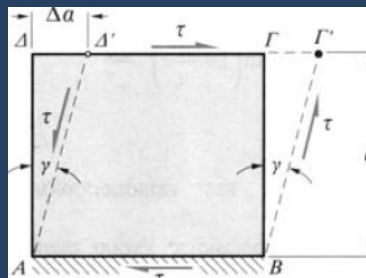
$$\gamma = \frac{\Delta \Delta'}{\Delta \Delta} = \frac{\Delta \alpha}{\alpha}$$

Πολύ μικρές μεταβολές στην αρχική
γωνία μεταξύ δύο υποθετικών
επιπέδων στο στοιχείο



11

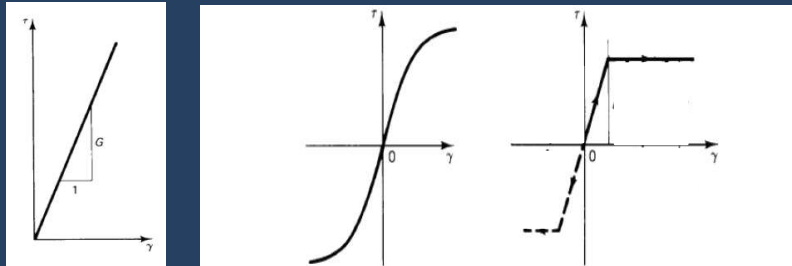
Εισαγωγή στη έννοια της Διατμητικής τάσης/παραμόρφωσης



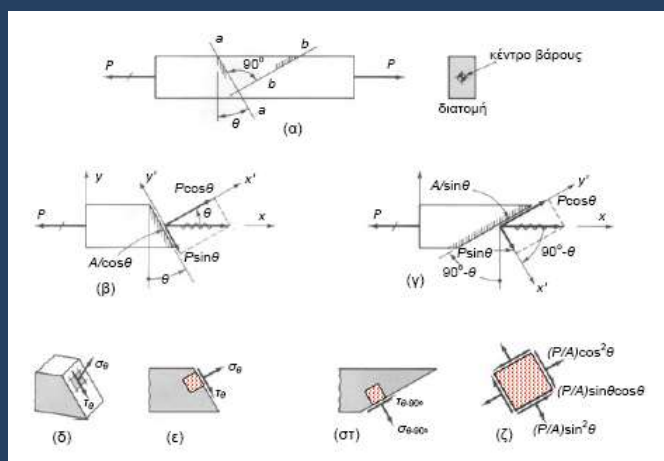
12

Καταστατικοί νόμοι τ - γ

- Όπως και στη περίπτωση ορθών τάσεων, για γραμμικά ελαστικά υλικά τ , γ ανάλογες
- Στην περίπτωση όλκιμων υλικών, ο καταστατικός νόμος είναι μη γραμμικός



13



Μέγιστη
διατμητική τάση
εμφανίζεται σε
επίπεδα που
σχηματίζουν γωνία
 45° με άξονα
ράβδου

Μέγιστη
διατμητική τάση σε
μονοαξονικά
καταπονούμενη
ράβδο ισούται με
μισό μέγιστης
ορθής τάσης

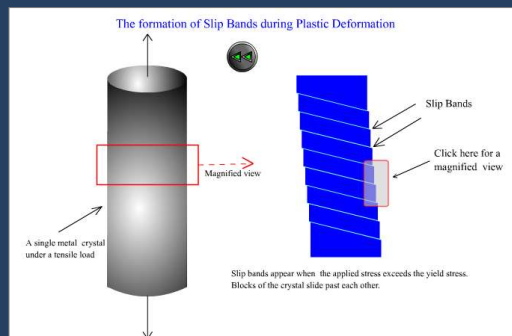
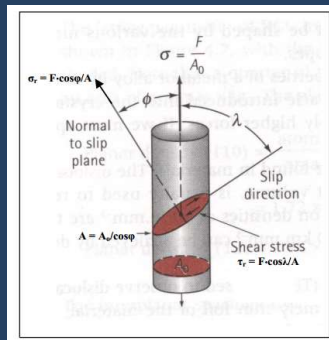
$$\sigma_\theta = \frac{P \cdot \cos \theta}{A / \cos \theta} = \frac{P}{A} \cos^2 \theta \xrightarrow{\theta=0, 180^\circ} \sigma_{\max} = \frac{P}{A}$$

$$\tau_\theta = -\frac{P \cdot \sin \theta}{A / \cos \theta} = -\frac{P}{A} \sin \theta \cdot \cos \theta \xrightarrow{\theta=\pm 45^\circ} \tau_{\max} = \frac{P}{2A} = \frac{\sigma_x}{2}$$

14

Αξονικό Φορτίο – Διατμητική Τάση ?

- Τόσο η μέγιστη ορθή όσο και η διατμητική τάση είναι καθοριστικές για σχεδιασμό δομικών στοιχείων σε εφελκυσμό.
- Σε γενικές γραμμές στα όλκιμα υλικά, η μέγιστη διατμητική τάση λαμβάνεται ως κριτήριο, λόγω του ότι όταν οι διατμητικές τάσεις ξεπεράσουν ένα κρίσιμο όριο, το υλικό αρχίζει να ρέει.
- η πλαστική παραμόρφωση των μεταλλικών υλικών (σε μακροσκοπική κλίμακα) συντελείται με την ολίσθηση κρυσταλλικών επιπέδων (σε μικροσκοπική κλίμακα) μέσω διατμητικών τάσεων



15

Συνδέσεις Επιφανειών

• Χαρακτηριστικό Παράδειγμα στις Συνδέσεις Διεπιφανειών

Αξονικές δυνάμεις σε
δομικά στοιχεία



ανάπτυξη διατμητικών
τάσεων σε διεπιφάνειες

Μέση
διατμητική
τάση

$$\tau_{avg} = \frac{V}{A}$$

Τέμνουσα δύναμη που
ασκείται στη διεπιφάνεια

Εμβαδόν Επιφάνειας

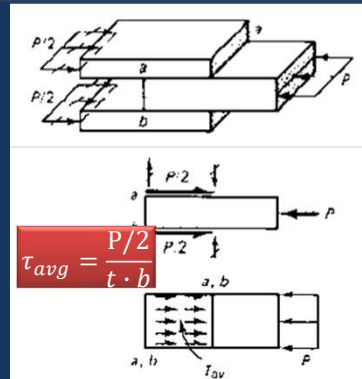
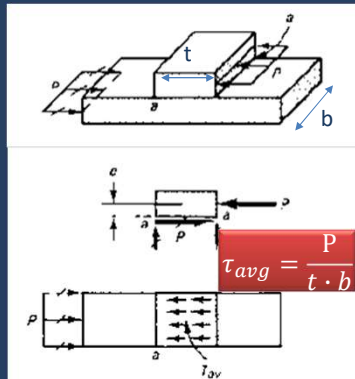
16

Συνδέσεις Επιφανειών

Μέση
διατμητική
τάση

$$\tau_{avg} = \frac{V}{A}$$

Τέμνουσα δύναμη που
ασκείται στη διεπιφάνεια
Εμβαδόν Επιφάνειας

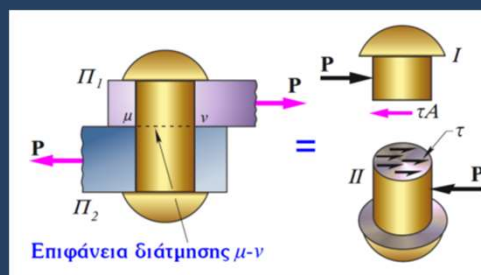


Δύναμη Φόρτισης $P \rightarrow$ Τέμνουσα στη διεπιφάνεια $\rightarrow$ υπολογισμός μέσης διατμητικής τάσης

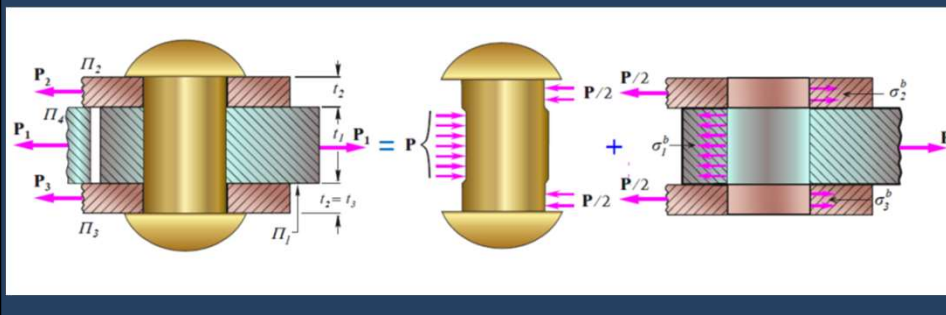
17

Συνδέσεις Επιφανειών

- Χαρακτηριστικό Παράδειγμα στις Κοχλιώσεις

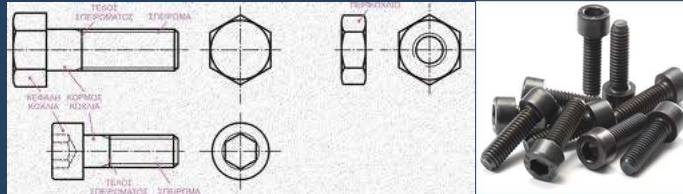


Επιφάνεια διάτμησης $\mu-v$



18

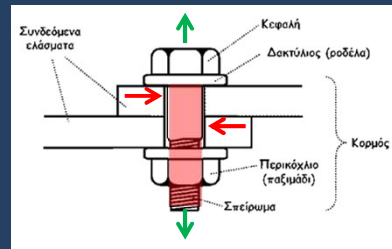
Κοχλιώσεις



• Δύναμη Φόρτισης $P \rightarrow$ από έλασμα σε έλασμα $\rightarrow$ στους κοχλίες

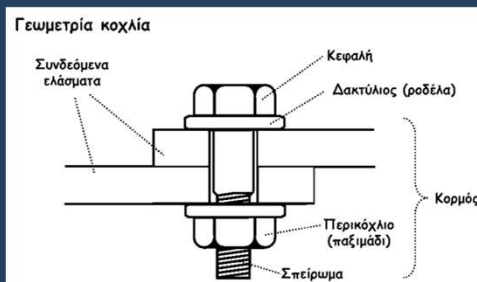
• Μια κοχλίωση σχεδιάζεται προκειμένου να παραλάβει:

- Διατμητική δύναμη - κάθετη στον άξονα του κορμού
- Εφελκυστική δύναμη - παράλληλη στον άξονα του κορμού
- Διατμητική και εφελκυστική δύναμη ταυτόχρονα



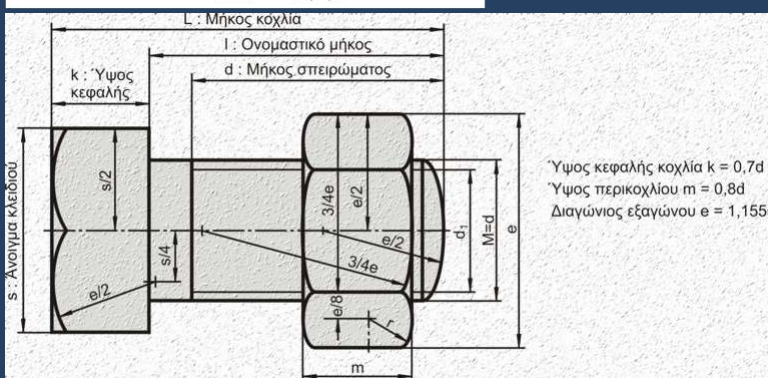
19

Γεωμετρικά στοιχεία κοχλία



Επιφάνεια Διατομής A (mm^2)
δίνεται από κατασκευαστή

Έστω κοχλίας ονομαστικής
διαμέτρου 10 mm, με
επιφάνεια διατομής 58 mm^2



20

Κατηγορία Ποιότητας Κοχλίας M a.b

- Κατηγορία Ποιότητας Κοχλίας M a.b

Εφελκυστική Αντοχή

a: $1/100$ αντοχής σε εφελκυσμό
 $\Rightarrow$ αντοχή σε εφελκυσμό (f_u) = $100 \cdot a$,
(π.χ. 400 MPa, για κοχλία ποιότητας M4.6).

Κατηγορία Ποιότητας	f_u (N/mm ²)	f_y (N/mm ²)
4.6	400	240
5.6	500	300
6.6	600	360
8.8	800	640
10.9	1000	900

Όριο Διαρροής

a · b: $1/10$ του ορίου διαρροής σε εφελκυσμό
 $\Rightarrow$ όριο διαρροής σε εφελκυσμό (f_y) = $10 \cdot a \cdot b$
(π.χ. 240 MPa, για κοχλία ποιότητας M4.6).

21

Κατηγορία Ποιότητας Κοχλίας M a.b

- Κατηγορία Ποιότητας Κοχλίας M a.b

3 Connections made with bolts, rivets or pins

3.1 Bolts, nuts and washers

3.1.1 General

- (1) All bolts, nuts and washers should comply with 1.2.4 Reference Standards: Group 4.
- (2) The rules in this Standard are valid for the bolt classes given in Table 3.1.
- (3) The yield strength f_{yb} and the ultimate tensile strength f_{ub} for bolt classes 4.6, 4.8, 5.6, 5.8, 6.8, 8.8 and 10.9 are given in Table 3.1. These values should be adopted as characteristic values in design calculations.

Table 3.1: Nominal values of the yield strength f_{yb} and the ultimate tensile strength f_{ub} for bolts

Bolt class	4.6	4.8	5.6	5.8	6.8	8.8	10.9
f_{yb} (N/mm ²)	240	320	300	400	480	640	900
f_{ub} (N/mm ²)	400	400	500	500	600	800	1000

NOTE: The National Annex may exclude certain bolt classes.

22

Παραδείγματα Κοχλιωτών Συνδέσεων



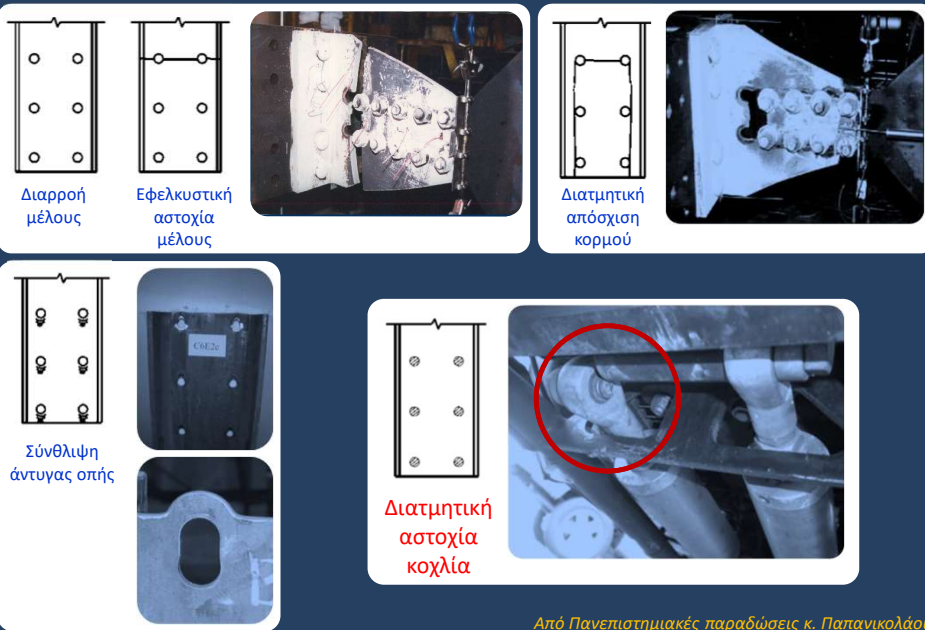
23

Παραδείγματα Κοχλιωτών Συνδέσεων



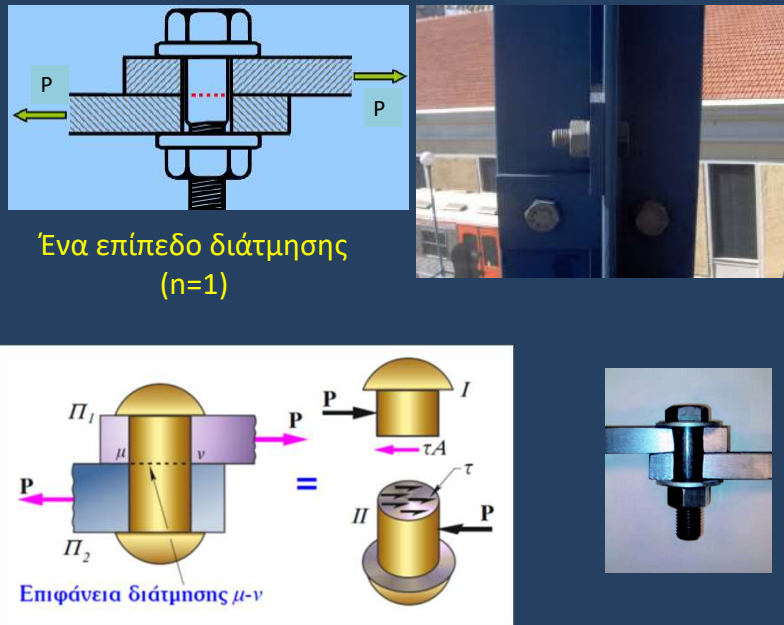
24

Αστοχία Κοχλιωτών Συνδέσεων λόγω



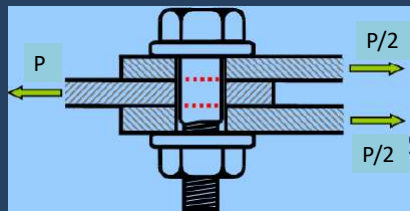
25

Μονότμητη Σύνδεση

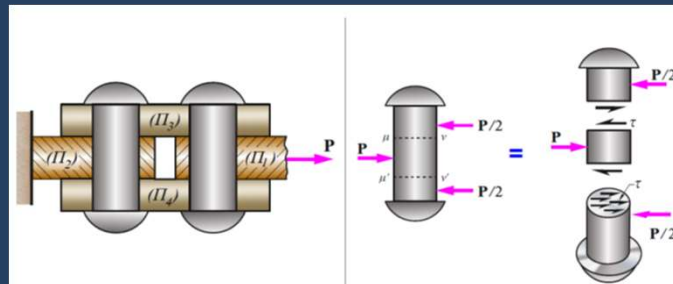


26

Δίτμητη Σύνδεση

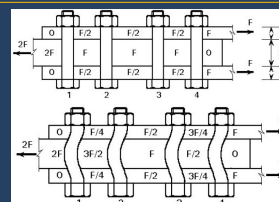
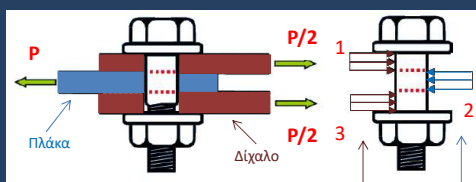


Δύο επίπεδα διάτμησης
($n=2$)



27

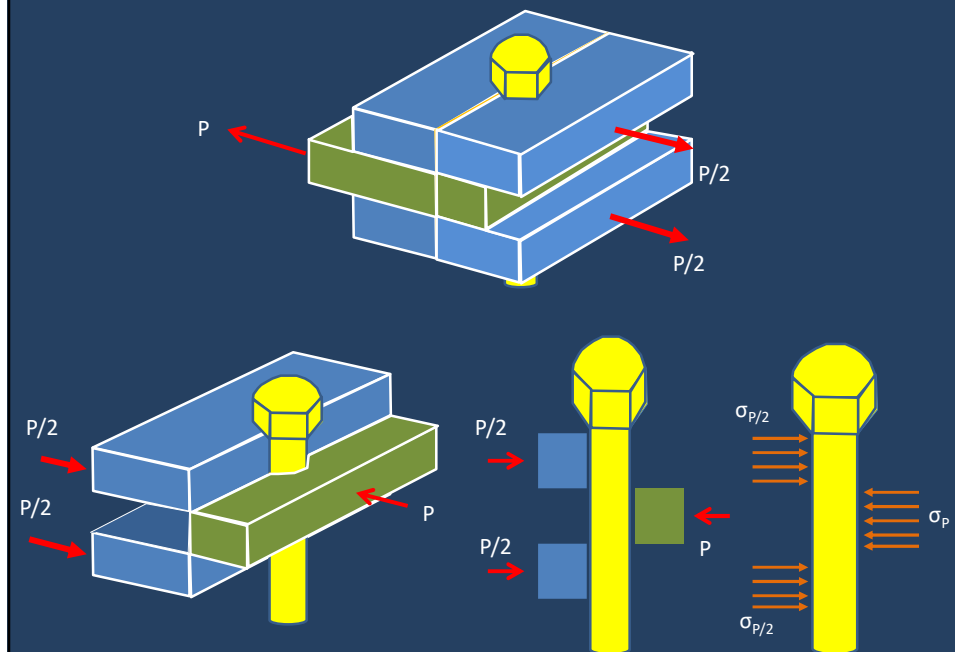
Όλα ξεκινούν από την αξονική φόρτιση



- Δύναμη Φόρτισης $P \rightarrow$ από έλασμα σε έλασμα $\rightarrow$ στους κοχλίες
- Υπό την εφαρμογή του αξονικού φορτίου P , πλάκα και δίχαλο θα βρουν αντίσταση στον κοχλία, στον οποίον θα αναπτυχθούν τάσεις λόγω επαφής.
- Η πλάκα και το δίχαλο τείνουν να τμήσουν τον κοχλία.
- Τάσεις επαφής δίχαλου-κοχλία αναπτύσσονται στις περιοχές 1 & 3
- Τάσεις επαφής πλάκας-κοχλία αναπτύσσονται στην περιοχή 2
- Αυτή η τάση αναχαιτίζεται από την ανάπτυξη διατμητικών τάσεων στον κοχλία.

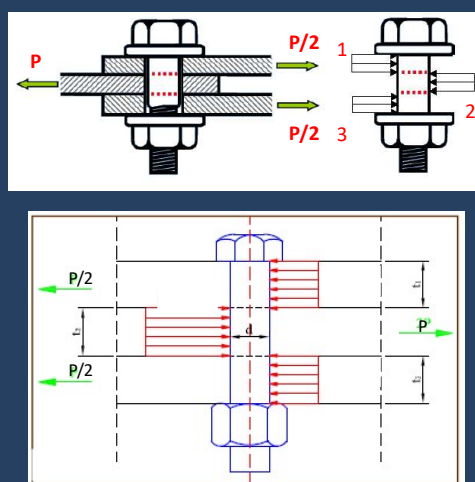
28

Τάσεις Επαφής



29

Τάσεις Επαφής



30

Τάσεις Επαφής

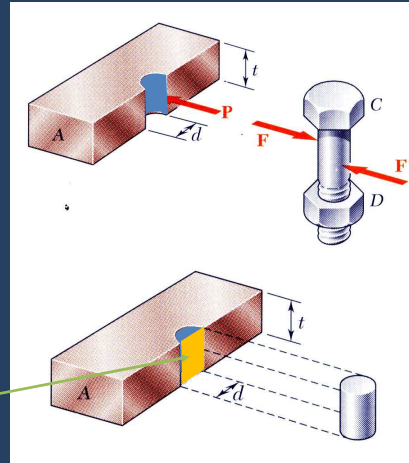
- Εάν υποθέσουμε ομοιόμορφη κατανομή τάσεων, μπορούμε να υπολογίσουμε τη μέση τάση επαφής ως:

$$\sigma_b = \frac{F_b}{A_b}$$

Δύναμη επαφής
Εμβαδόν επιφάνειας που φέρει δύναμη επαφής

- Επιφάνεια A_b :** προβαλλόμενη επιφάνεια καμπύλης επιφάνειας που φέρει δύναμη επαφής (σε επίπεδο κάθετο προς διεύθυνση αυτής).

Ορθογωνική με ύψος ίσο με πάχος δίσχαιου (t)
πλάτος ίσο με διάμετρο κοχλία (d).

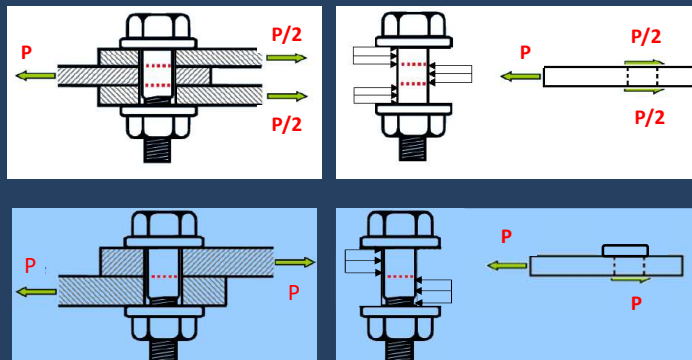


$$\text{Τάσεις Επαφής } \sigma_b = \frac{P}{A} = \frac{P}{td}$$

Από Πανεπιστημιακές παραδόσεις κ. Παπανικολάου

31

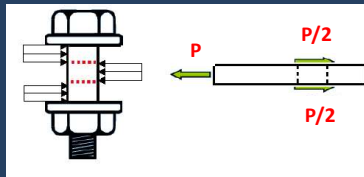
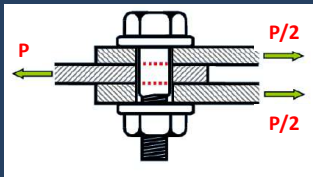
Μέση Διατμητική Τάση σε Κοχλιωτή Σύνδεση



$$\text{Μέση Διατμητική Τάση Κοχλία } \tau_{avg} = \frac{\text{Διατμητικό Φορτίο που ασκείται στον κάθε κοχλία}}{\text{Ονομαστική επιφάνεια διατομής κοχλία}}$$

32

Μέση Διατμητική Τάση σε Δίτημη Κοχλιωτή Σύνδεση



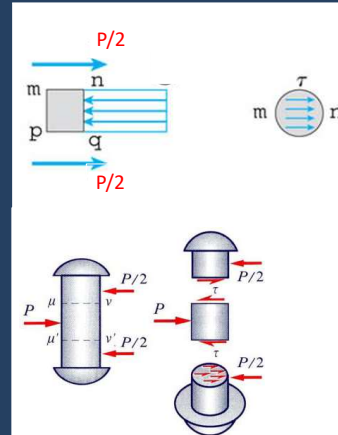
Ο (ένας) κοχλίας της σύνδεσης δέχεται διατμητικό φορτίο $P/2$.

Ο κοχλίας τείνει να τμηθεί κατά μήκος διατομών mn & pq.

$$\text{Διατμητική Αντοχή Κοχλίας} \quad \tau_{avg} = \frac{P_{max}/2}{A}$$

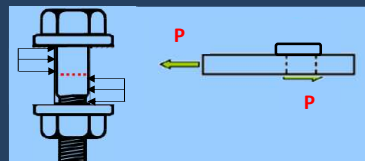
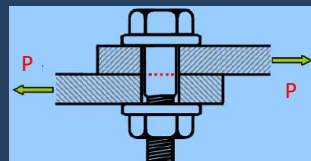
Για n αριθμό κοχλίων (δίτημη σύνδεση)

$$\text{Διατμητική Αντοχή Κοχλίας} \quad \tau_{avg} = \frac{P_{max}/2 \cdot n}{A}$$



33

Μέση Διατμητική Τάση σε Μονότημη Κοχλιωτή Σύνδεση



Ο (ένας) κοχλίας της σύνδεσης δέχεται διατμητικό φορτίο P

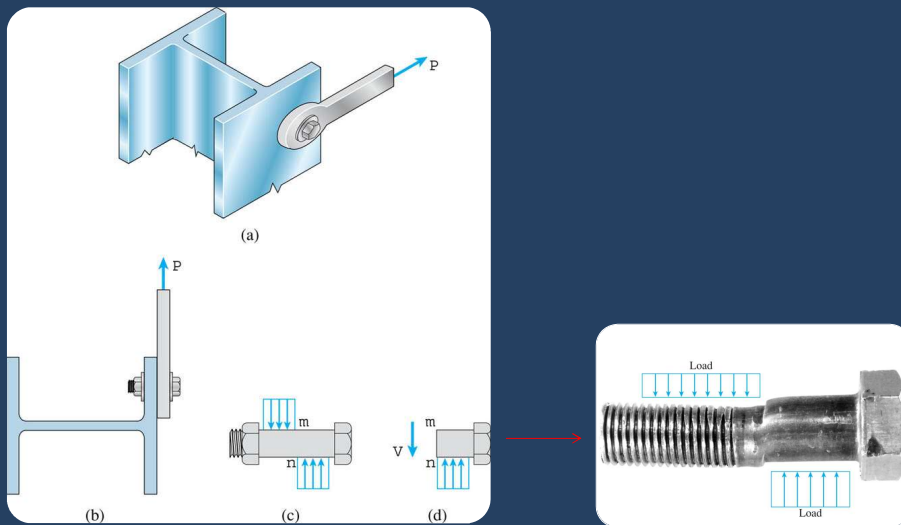
$$\text{Διατμητική Αντοχή Κοχλίας} \quad \tau_{avg} = \frac{P_{max}}{A}$$

Για n αριθμό κοχλίων

$$\text{Διατμητική Αντοχή Κοχλίας} \quad \tau_{avg} = \frac{P_{max}/n}{A}$$

34

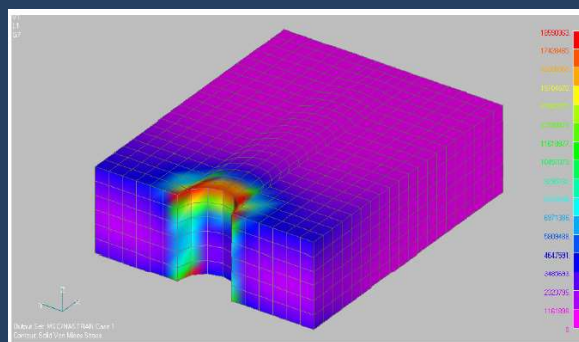
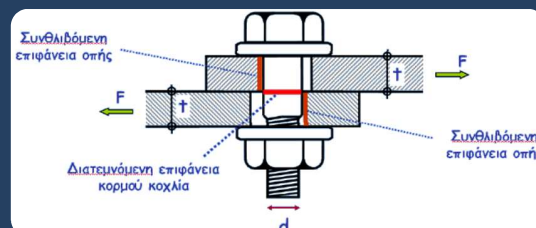
Διατμητική μορφή αστοχίας κοχλίας



Από Πανεπιστημιακές παραδόσεις κ. Παπανικολάου

35

Σύνθλιψη Άντυνας Οπών



36

Κατηγορία Ποιότητας Κοχλία M a.b

- Κατηγορία Ποιότητας Κοχλία M a.b

Εφελκυστική Αντοχή

a: 1/100 αντοχής σε εφελκυσμό
 $\Rightarrow$ αντοχή σε εφελκυσμό (f_u) = $100 \cdot a$,
 (π.χ. 400 MPa, για κοχλία ποιότητας M4.6).

Διάτμητική Αντοχή
 ($\tau_{\max}$) ?

Όριο Διαρροής

a · b: 1/10 του ορίου διαρροής σε εφελκυσμό
 $\Rightarrow$ όριο διαρροής σε εφελκυσμό (f_y) = $10 \cdot a \cdot b$
 (π.χ. 240 MPa, για κοχλία ποιότητας M4.6).

Κατηγορία Ποιότητας	f_u (N/mm ²)	f_y (N/mm ²)
4.6	400	240
5.6	500	300
6.6	600	360
8.8	800	640
10.9	1000	900

37

Κριτήρια Αστοχίας (παρένθεση) Θεωρία της μέγιστης διατμητικής τάσης (κριτήριο Tresca)

Η θεωρία της μέγιστης διατμητικής τάσης¹ διατυπώθηκε βάσει της παρατήρησης ότι τα **όλκιμα υλικά αστοχούν (διαρρέουν) μέσω ολίσθησης σε ορισμένα επίπεδα**, οπότε κρίσιμη για την αστοχία τους είναι η μέγιστη διατμητική τάση. Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή η αστοχία ενός υλικού επέρχεται όταν η μέγιστη διατμητική τάση $\tau_{\max}$ [εξ. (4.9)] φθάσει μία κρίσιμη τιμή τ_{cr} , η οποία συνήθως ισούται με τη διατμητική τάση κατά τη διαρροή σε μονοαξονική φόρτιση:

$$\tau_{\max} = \tau_{cr} = \left| \pm \frac{\sigma_1}{2} \right| = \frac{f_y}{2} \quad (5.1)$$

όπου f_y η τάση διαρροής σε μονοαξονική φόρτιση, θεωρούμενη ίση για εφελκυσμό ή θλίψη (η f_y λαμβάνεται θετική). Χαρακτηριστική εφαρμογή της θεωρίας μέγιστης

Από το βιβλίο «Μηχανική Των Υλικών» του κ. Τριανταφύλλου

38

Κριτήρια Αστοχίας (παρένθεση)

Θεωρία της μέγιστης ειδικής ενέργειας σύνογκης (ή διατμητικής παραμόρφωσης) – Κριτήριο von Mises

Σύμφωνα λοιπόν με τη θεωρία της μέγιστης ειδικής ενέργειας σύνογκης (ή διατμητικής) παραμόρφωσης, η αστοχία του υλικού (δηλαδή η διαρροή, καθώς η θεωρία αυτή εφαρμόζεται κυρίως για τα όλκιμα υλικά) επέρχεται όταν η ενέργεια αυτή γίνει ίση με μία κρίσιμη τιμή. Η τιμή αυτή μπορεί να προσδιοριστεί από την περίπτωση μονοαξονικής φόρτισης, θέτοντας δηλαδή στην εξ. (5.9) $\sigma_1 = f_y$ και $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, οπότε η αντίστοιχη ενέργεια ισούται με $2f_y^2 / 12G$. Εξισώνοντας την τιμή αυτή με το δεξιό μέλος της εξ. (5.9) καταλήγουμε στο παρακάτω κριτήριο αστοχίας, γνωστό και ως κριτήριο Huber-Hencky-Mises ή απλώς κριτήριο von Mises:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2f_y^2 \quad (5.10)$$

$$\tau_{\max} = f_y / \sqrt{3}$$

Από το βιβλίο «Μηχανική Των Υλικών» του κ. Τριανταφύλλου

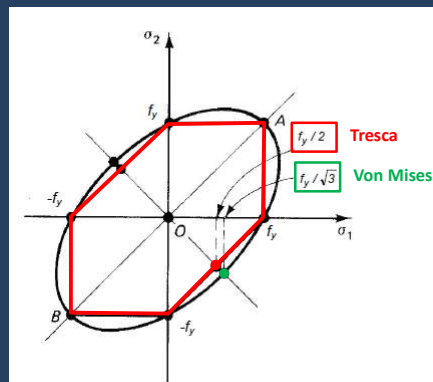
39

Κριτήρια Αστοχίας (παρένθεση)

Βάση κριτηρίων αστοχίας
όλκιμων υλικών σε
μονοαξονική φόρτιση, όριο
αντοχής σε διάτμηση:

$$\tau_{\max} = f_y / 2 = 0.50 f_y$$

$$\tau_{\max} = f_y / \sqrt{3} = 0.58 f_y$$



Σύγκριση καμπυλών αστοχίας von Mises /
Tresca στην επίπεδη εντατική κατάσταση

Από το βιβλίο «Μηχανική Των Υλικών» του κ. Τριανταφύλλου

40



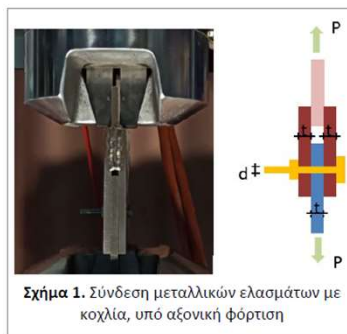
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ
ΠΑΤΡΑ 26500



ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ
Εαρινό Εξάμηνο 2024 – 2025

2^η ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ
Διάτμηση Κοχλία

Τρία μεταλλικά ελάσματα πάχους $t = 11 \text{ mm}$ το κάθε ένα, συνδεδεμένα με κοχλία ποιότητας M8.8 (ονομαστικής διαμέτρου $d = 10 \text{ mm}$ και επιφάνειας διατομής $A = 58 \text{ mm}^2$) υποβάλλονται σε αξονική φόρτιση (Σχήμα 1).



Σχήμα 1. Σύνδεση μεταλλικών ελασμάτων με κοχλία, υπό αξονική φόρτιση

41



42



43



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ
ΠΑΤΡΑ 26500

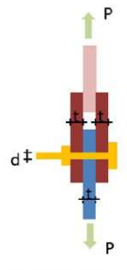


ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ
Εαρινό Εξάμηνο 2024 – 2025

2^η ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ
Διάτμηση Κοχλίας

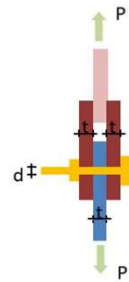
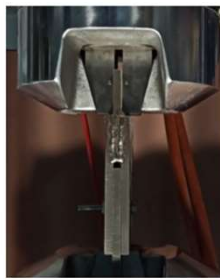
Τρία μεταλλικά ελάσματα πάχους $t = 11 \text{ mm}$ το κάθε ένα, συνδεδεμένα με κοχλία ποιότητας M8.8 (ονομαστικής διαμέτρου $d = 10 \text{ mm}$ και επιφάνειας διατομής $A = 58 \text{ mm}^2$) υποβάλλονται σε αξονική φόρτιση (Σχήμα 1).

Με βάση τα αρχεία με τα δεδομένα των δοκιμών, που σας δίνονται, ζητούνται:

Σχήμα 1. Σύνδεση μεταλλικών ελασμάτων με κοχλία, υπό αξονική φόρτιση

44

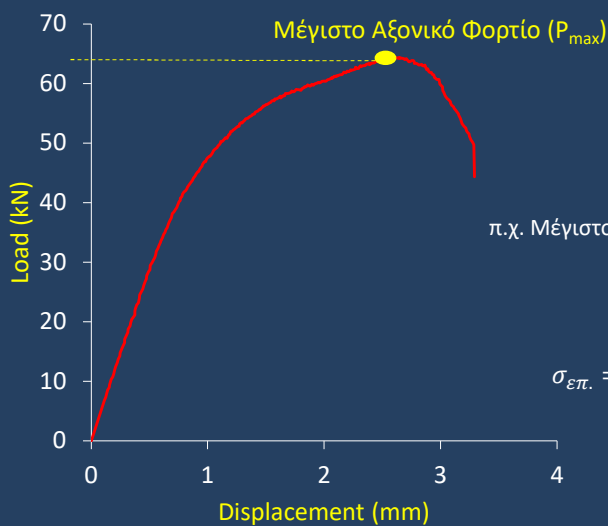


Σχήμα 1. Σύνδεση μεταλλικών ελασμάτων με κοχλία, υπό αξονική φόρτιση

1. Να κατασκευασθεί το διάγραμμα αξονικού φορτίου P (που ασκείται στη σύνδεση ελασμάτων) – μετατόπισης δ (του εμβόλου της εργαστηριακής μηχανής).
2. Να υπολογισθεί η διατμητική αντοχή (μέση τάση) του κοχλία.
3. Να υπολογισθεί το μέγιστο φορτίο που μπορεί να φέρει η σύνδεση των ελασμάτων, εάν αυτή γίνει με (α) δύο, ή (β) τέσσερις κοχλίες, όμοιους με αυτόν της δοκιμής.

45

Εργαστηριακή Άσκηση



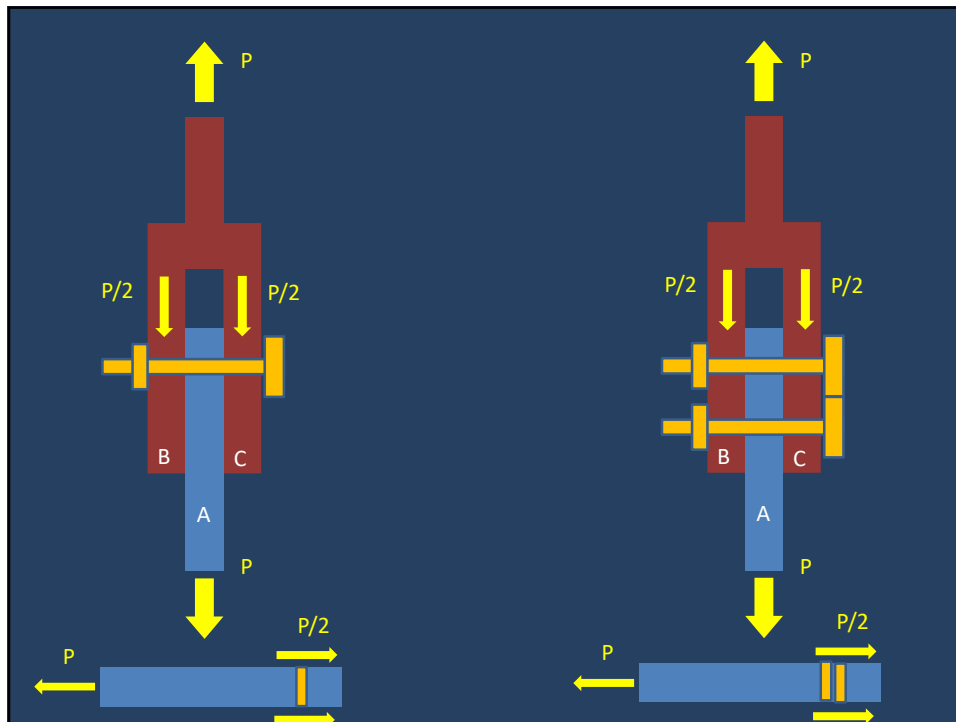
π.χ. Μέγιστο Αξονικό Φορτίο (P_{max}) = 62 kN

Διατμητικό Φορτίο = ?

Διατμητική Αντοχή = ?

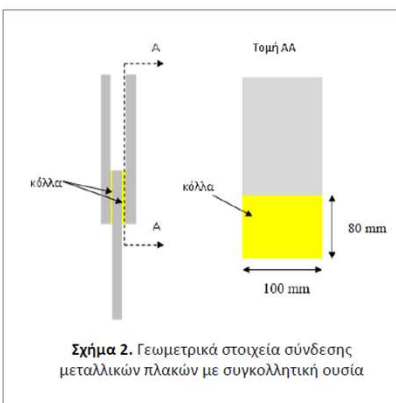
$$\sigma_{επ.} = \frac{\sigma_{max}}{\text{Συντελεστή Ασφαλείας}}$$

46



47

4. Να υπολογισθούν οι μέγιστες ορθές τάσεις (επαφής) που ασκούνται στον κοχλία από το μεσαίο (με μπλε χρώμα στο Σχήμα 1) μεταλλικό έλασμα.
5. Έστω ότι η κατηγορία του κοχλία είναι M10.9 και η ονομαστική του διάμετρος ίση με 12 mm (επιφάνεια διατομής 84.3 mm²). Να εκτιμήσετε το μέγιστο επιτρεπόμενο φορτίο λειτουργίας της σύνδεσης, εάν ο συντελεστής ασφάλειας του κοχλία είναι ίσος με 1.3.
6. Έστω ότι η σύνδεση των τριών μεταλλικών πλακών (Σχήμα 2) γίνεται με τη χρήση συγκολλητικής ουσίας (και όχι με κοχλία). Να υπολογισθεί το μέγιστο φορτίο που μπορεί να φέρει η σύνδεση εάν η διατμητική αντοχή της «κόλλας» είναι ίση με 1.2 MPa;



Σχήμα 2. Γεωμετρικά στοιχεία σύνδεσης μεταλλικών πλακών με συγκολλητική ουσία

48

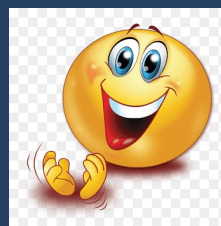


Τρίτη 9:00 – 11:00 & Παρασκευή 11:00 – 13:00
(γραφείο στο χώρο εργαστηρίου)

sdemis@upatras.gr

49

Σας ευχαριστώ για την
προσοχή σας



50