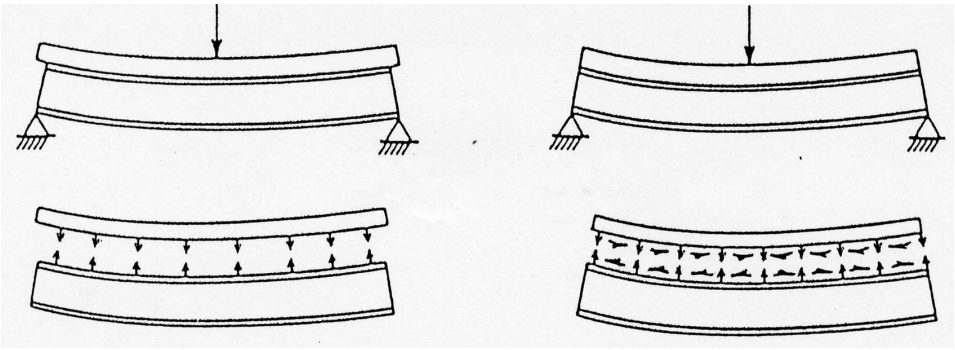
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Η ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗ ΣΥΝΔΕΣΗ

2.1 ΓΕΝΙΚΑ - ΜΕΘΟΔΟΙ ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗΣ ΣΥΝΔΕΣΗΣ

Βασική προϋπόθεση για τη λειτουργία ενός δομικού στοιχείου ως σύμμικτου είναι η εξασφάλιση της συνεργασίας μεταξύ του χάλυβα και του σκυροδέματος, η οποία με τη σειρά της απαιτεί τον περιορισμό της σχετικής ολίσθησης μεταξύ των δύο υλικών. Κάτι τέτοιο επιτυγχάνεται μέσω των διατμητικών συνδέσμων, οι οποίοι καλούνται να παραλάβουν τις διατμητικές τάσεις που αναπτύσσονται στη διεπιφάνεια χάλυβα-σκυροδέματος (Σχ. 2.1). Το ευεργετικό αποτέλεσμα της συνεργασίας των δύο υλικών γίνεται κατανοητό μέσω του παραδείγματος που ακολουθεί.



Χωρίς διατμητική σύνδεση Με διατμητική σύνδεση

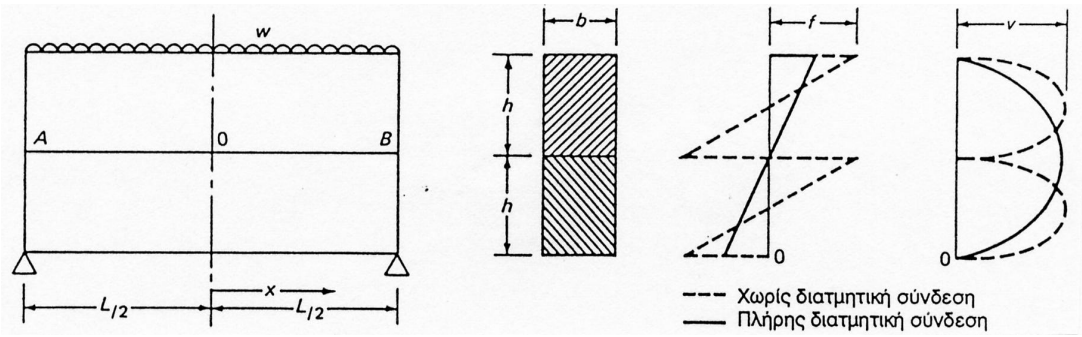
Σχ. 2.1 Ορθές και διατμητικές τάσεις στη διεπιφάνεια καμπτομένων στοιχείων (χάλυβα-σκυροδέματος).

Παράδειγμα 2.1

Θεωρήστε ότι η αμφιέρειστη σύμμικτη δοκός του Σχ. 2.2 αποτελείται από δύο στρώσεις του ιδίου υλικού, για το οποίο υποθέτουμε γραμμικά ελαστική συμπεριφορά. Η λειτουργία

της διατομής ως σύμμικτης έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση των μέγιστων ορθών τάσεων στο μισό (Σχ. 2.2α) και την αύξηση της ροπής αδράνειας της διατομής κατά τέσσερις φορές (μείωση βέλους κάμψης στο ¼!):

$$\frac{I_{\sigma\upsilon\mu.}}{I_{\mu\eta-\sigma\upsilon\mu.}} = \frac{b(2h)^3/12}{2(bh^3/12)} = 4 \qquad (2.1)$$



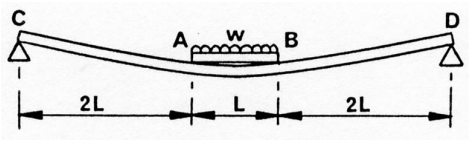
(α) (β)

Σχ. 2.2 Επίδραση διατμητικής σύνδεσης σε (α) ορθές και (β) διατμητικές τάσεις.

Η *πλήρης συνεργασία* των δύο υλικών (σε κάμψη) είναι εφικτή μόνο στην ιδεατή περίπτωση που η δυσκαμψία των διατμητικών συνδέσμων είναι άπειρη. Στην πραγματικότητα όμως οι σύνδεσμοι αυτοί έχουν πεπερασμένη δυσκαμψία, γι' αυτό και η (έστω μικρή) ολίσθηση μεταξύ του χάλυβα και του σκυροδέματος είναι αναπόφευκτη (*μερική συνεργασία*). Στην πράξη βέβαια η ολίσθηση αυτή συνήθως αγνοείται.

Ένα άλλο φαινόμενο που μερικές φορές παρατηρείται στα σύμμικτα δομικά στοιχεία είναι η ανάπτυξη εφελκυστικών τάσεων κάθετα στη διεπιφάνεια χάλυβα-σκυροδέματος, λόγω διαφορετικής καμπυλότητας στα διαφορετικά υλικά, με πιθανό αποτέλεσμα τον διαχωρισμό των δύο υλικών. Αυτό βέβαια γίνεται σχετικά σπάνια, π.χ. σε δοκούς μεταβλητής διατομής ή με πέλματα σκυροδέματος σε μικρό τμήμα του μήκους τους (Σχ. 2.3). Η αποφυγή του διαχωρισμού επιτυγχάνεται με κατάλληλη διαμόρφωση των "κεφαλών" των διατμητικών συνδέσμων. Πάντως, γενικά οι εφελκυστικές τάσεις διαχωρισμού είναι πολύ μικρότερες από τις διατμητικές, γι' αυτό και στην πράξη

αγνοούνται, αρκεί να είναι μελετημένοι οι διατμητικοί σύνδεσμοι για κάποια έστω και στοιχειώδη αντοχή σε εφελκυσμό.



Σχ. 2.3 Διαχωρισμός δύο υλικών λόγω εφελκυστικών τάσεων στη διεπιφάνεια.

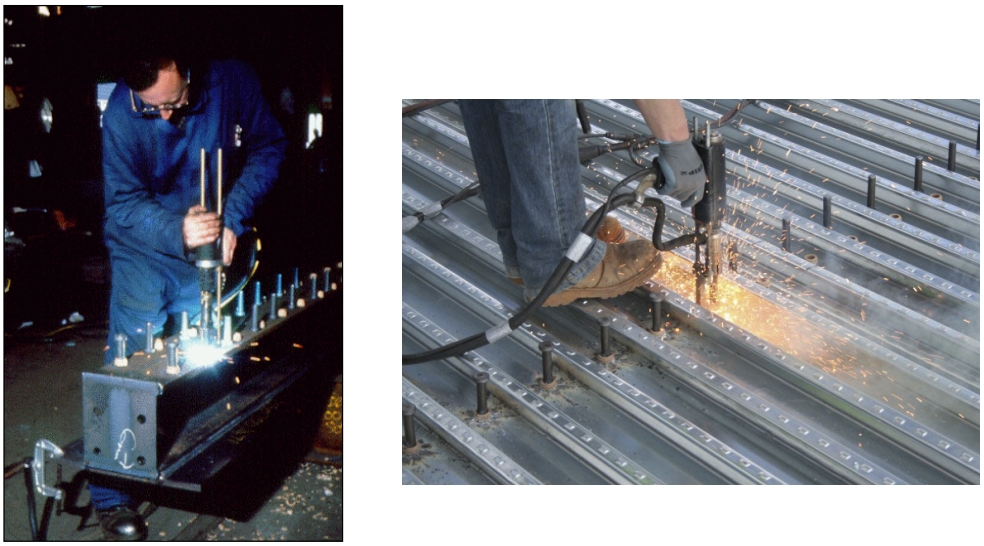
Σε ορισμένες περιπτώσεις (π.χ. υποστυλώματα στα οποία το σκυρόδεμα περιβάλλεται από ορθογωνικές ή κυκλικές κοίλες χαλύβδινες διατομές) η διατμητική σύνδεση εξασφαλίζεται μόνο μέσω συνάφειας, γι' αυτό και είναι γενικά ασθενής, αστοχεί δε αυτή αρκετά πριν εξαντλήσουν τα σύμμικτα στοιχεία την αντοχή τους (π.χ. Salmon and Johnson 1990). Ο πιο συνηθισμένος πάντως τρόπος σύνδεσης είναι αυτός με τους διατμητικούς συνδέσμους του Σχ. 2.4, οι οποίοι είναι χαλύβδινα κυλινδρικά στοιχεία που έχουν διάμετρο d = 16-25 mm (συνήθως 19 mm ή 22 mm για δοκούς κτιρίων), μήκος h_{sc} = 50-100 mm και φέρουν κεφαλή μεγαλύτερης διαμέτρου από τον κορμό. Τα στοιχεία αυτά ονομάζονται και *διατμητικοί ήλοι κεφαλής* (στο Ολυμπιακό Κέντρο Ραδιοτηλεόρασης, μία σύμμικτη κατασκευή συνολικού εμβαδού 92.350 m^2, χρησιμοποιήθηκαν 370.000 διατμητικοί ήλοι !).



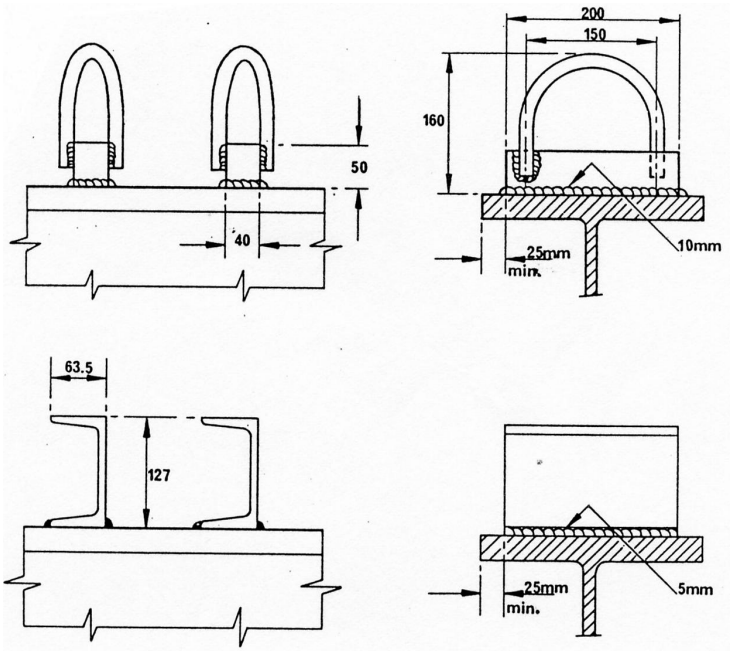
Σχ. 2.4 Διατμητικός ήλος κεφαλής.

Οι διατμητικοί ήλοι του Σχ. 2.4 συγκολλούνται σε χαλύβδινες επιφάνειες με ειδικές μηχανές που λειτουργούν βάσει της μεθόδου του "τραβηχτού" τόξου ("drawn arc"). Οι μηχανές αυτές λειώνουν το κάτω μέρος του ήλου και το μέταλλο βάσης σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα με τη βοήθεια ηλεκτρικού ρεύματος και ακολούθως οδηγούν τον ήλο

στην περιοχή συγκόλλησης ενώ ταυτόχρονα το ρεύμα διακόπτεται (Σχ. 2.5). Η συγκόλληση που επιτυγχάνεται με τον τρόπο αυτό είναι εξαιρετικά ισχυρή.



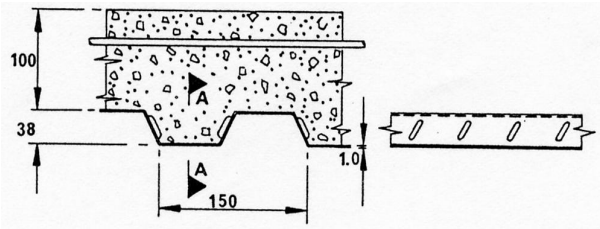
Σχ. 2.5 Συγκόλληση διατμητικών ήλων.



Σχ. 2.6 Άλλοι τύποι διατμητικών συνδέσμων.

Βασικά πλεονεκτήματα των διατμητικών ήλων του Σχ. 2.4 είναι η ευκολία συγκόλλησης, η μικρή παρεμπόδιση που αυτοί επιφέρουν κατά την τοποθέτηση τυχόν

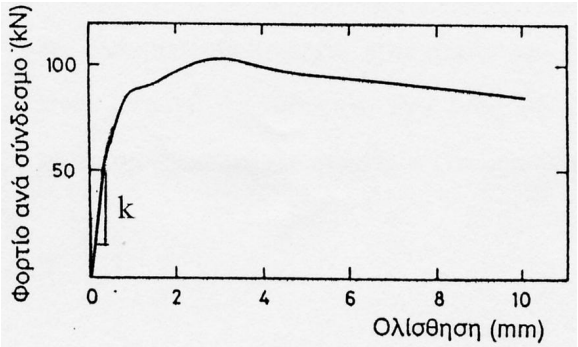
ράβδων οπλισμού και το ότι χαρακτηρίζονται από την ίδια διατμητική αντοχή και δυσκαμψία σε κάθε διεύθυνση. Άλλες (σπανιότερες) μορφές διατμητικών συνδέσμων φαίνονται στο Σχ. 2.6, ενώ ακόμα περισσότερες μορφές περιγράφονται στον Ευρωκώδικα 4. Τέλος σημειώνεται ότι η διατμητική σύνδεση στα αυλακωτά χαλυβδόφυλλα (των σύμμικτων πλακών) επιτυγχάνεται μέσω ειδικών προεξοχών (Σχ. 2.7) ή εσοχών, που υπάρχουν εκ κατασκευής.



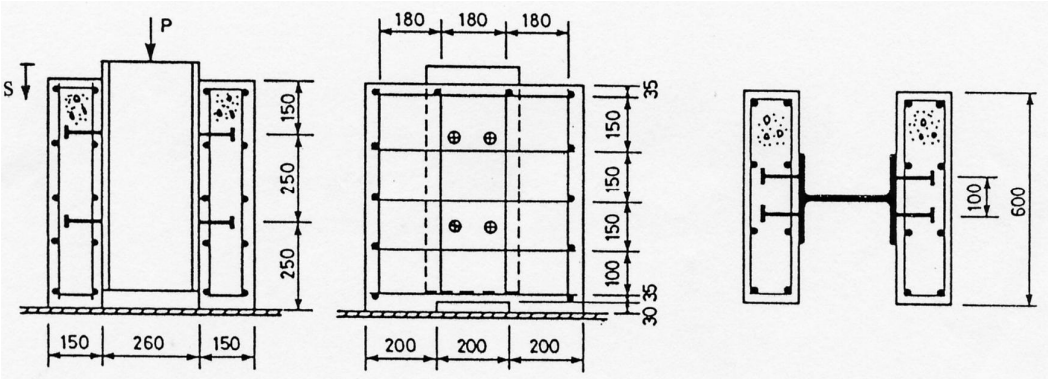
Σχ. 2.7 Διατμητικοί σύνδεσμοι σε αυλακωτό χαλυβδόφυλλο.

2.2 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΩΝ ΣΥΝΔΕΣΜΩΝ

Το βασικότερο χαρακτηριστικό των διατμητικών συνδέσμων είναι η σχέση τέμνουσας δύναμης P συναρτήσει της ολίσθησης s στη διεπιφάνεια χάλυβα-σκυροδέματος. Η σχέση P-s έχει τη μορφή της καμπύλης του Σχ. 2.8, και προκύπτει μέσω πειραμάτων, όπως αυτό που περιγράφεται στο Σχ. 2.9.



Σχ. 2.8 Τυπική καμπύλη δύναμης-ολίσθησης διατμητικών συνδέσμων.



Σχ. 2.9 Διάταξη για τον πειραματικό προσδιορισμό της σχέσης P-s.

Η σχέση δύναμης-ολίσθησης P-s των διατμητικών συνδέσμων επηρεάζεται από τις παρακάτω παραμέτρους:

- θλιπτική αντοχή σκυροδέματος και βαθμός συμπύκνωσης αυτού στην περιοχή των συνδέσμων
- αριθμός διατμητικών συνδέσμων (η κατανομή του συνολικού φορτίου σε κάθε σύνδεσμο εξαρτάται από τον αριθμό τους)
- μέση ορθή τάση και πάχος του σκυροδέματος που περιβάλλει τους συνδέσμους
- διαστάσεις, θέση και αντοχή των ράβδων οπλισμού στην περιοχή των συνδέσμων
- συνάφεια χάλυβα-σκυροδέματος

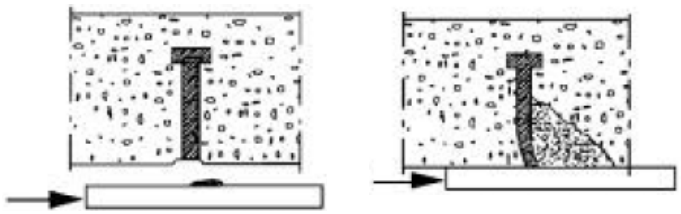
Το φορτίο αστοχίας ενός διατμητικού ήλου καθορίζεται κυρίως από το κατά πόσο η αστοχία οφείλεται σε θραύση τού (περιβάλλοντος τον ήλο) σκυροδέματος ("σύνθλιψη άντυγας", Σχ. 2.10α) ή σε διατμητική αστοχία του ιδίου του ήλου (Σχ. 2.10β). Βάσει της λογικής αυτής, η διατμητική αντοχή σχεδιασμού P_{Rd} ενός ήλου δίνεται από τη μικρότερη τιμή των παρακάτω ημιεμπειρικών σχέσεων (Ευρωκώδικας 4):

$$P_{Rd} = \frac{0.8 f_u \left(\pi d^2 / 4\right)}{\gamma_v} \qquad \text{(διατμητική αστοχία ήλου)} \qquad (2.2\alpha)$$

$$P_{Rd} = \frac{0.29 d^2 \left(f_{ck} E_{cm}\right)^{1/2}}{\gamma_v} \qquad \text{(θραύση σκυροδέματος)} \qquad (2.2\beta)$$

όπου f_u = όριο θραύσης (εφελκυστική αντοχή) του χάλυβα των ήλων ($\leq$ 500 N/mm^2) και f_{ck} = χαρακτηριστική αντοχή κυλίνδρου σκυροδέματος. Σημειώνεται ότι για διατμητικούς

ήλους με λόγο ύψους προς διάμετρο h_{sc}/d μικρότερο από 4, η τιμή του P_{Rd} από την εξ. (2.2β) θα πρέπει να πολλαπλασιάζεται επί $\alpha = 0.2[(h_{sc}/d)+1]$.



(α) (β)

Σχ. 2.10 (α) Διατμητική αστοχία ήλου και (β) θραύση σκυροδέματος.

Άσκηση 2.1

Να υπολογίσετε το φορτίο αστοχίας ενός διατμητικού ήλου διαμέτρου 20 mm, ύψους 90 mm και εφελκυστικής αντοχής 550 N/mm^2, ο οποίος συνδέει χαλύβδινο πέλμα με σκυρόδεμα κατηγορίας αντοχής C25/30.

f_{ck} = 25 N/mm^2, E_{cm} = 31 kN/mm^2, d = 20 mm, f_u = min(550, 500) = 500 N/mm^2 και γ_v = 1.25.

Από την εξ. (2.2α) για διατμητική αστοχία ήλου P_{Rd} = 100 kN.

Από την εξ. (2.2β) για θραύση σκυροδέματος P_{Rd} = 82 kN.

Συνεπώς P_{Rd} = 82 kN.

Στις περιπτώσεις σύμμικτων πλακών, όπου γίνεται χρήση αυλακωτών χαλυβδόφυλλων, οι διατμητικοί ήλοι τοποθετούνται στις νευρώσεις του σκυροδέματος (Σχ. 2.11). Επειδή στις περιπτώσεις αυτές η αντοχή των ήλων είναι μικρότερη απ' ότι θα ήταν σε συμπαγείς πλάκες, εξ αιτίας του ενδεχόμενου τοπικής αστοχίας του σκυροδέματος, η αντοχή P_{Rd} θα πρέπει να μειωθεί. Τούτο έχει επιβεβαιωθεί πειραματικά στις εργασίες των Grant et al. (1977) και Mottram and Johnson (1990), οι οποίες απετέλεσαν και τη βάση ανάπτυξης σχετικών μειωτικών συντελεστών (οι οποίοι θα πρέπει να πολλαπλασιάζονται με την αντοχή P_{Rd}) k_ℓ ή k_t, ανάλογα με το εάν οι νευρώσεις είναι παράλληλες ή κάθετες στη δοκό, αντίστοιχα. Οι συντελεστές αυτοί είναι:

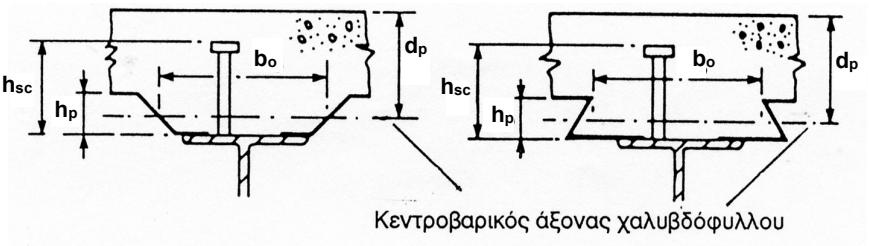
$$k_\ell = 0.6\frac{b_o}{h_p}\left(\frac{h_{sc}}{h_p} - 1\right) \le 1 \qquad (2.3)$$

$$k_t = \frac{0.7}{\sqrt{n_r}}\frac{b_o}{h_p}\left(\frac{h_{sc}}{h_p} - 1\right) \le k_{t,max} \qquad (2.4)$$

όπου τα διάφορα σύμβολα ορίζονται στο Σχ. 2.11 και n_r είναι ο αριθμός διατμητικών ήλων σε κάθε νεύρωση όπου αυτή διασταυρώνεται με τη μεταλλική δοκό. Για το ύψος h_{sc} (σε mm) πρέπει να ισχύει $h_{sc} \le h_p + 75$ mm, ενώ το n_r θα λαμβάνεται το πολύ ίσο με 2 (ακόμα και εάν σε μια νεύρωση υπάρχουν περισσότεροι ήλοι). Στον Ευρωκώδικα 4 το άνω όριο του συντελεστή k_t ($k_{t,max}$) δίνεται μεταξύ των τιμών 0.6 και 1.0, αναλόγως της τιμής του n_r (1 ή 2), του πάχους του χαλυβδόφυλλου και του τρόπου συγκόλλησης των ήλων (Πίνακας 2.1).

Πίνακας 2.1 Άνω όρια $k_{t,max}$ για τον συντελεστή k_t

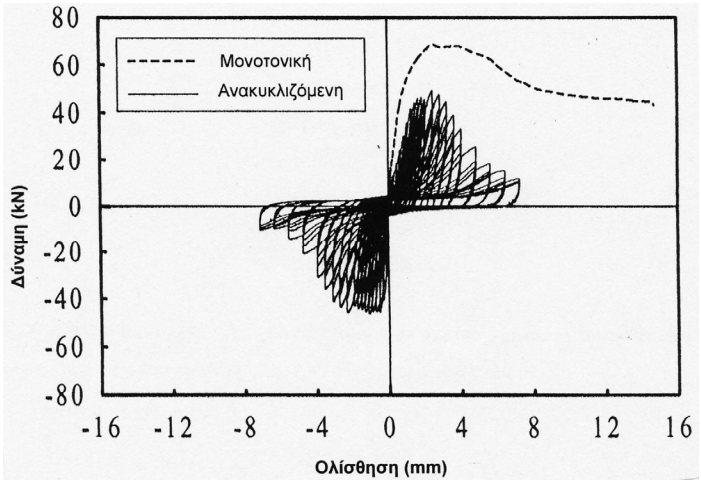
Αριθμός διατμητικών ήλων ανά νεύρωση	Πάχος χαλυβδόφυλλου (mm)	Ήλοι με διάμετρο μέχρι 20 mm και συγκολλημένοι δια μέσου του χαλυβδόφυλλου	Χαλυβδόφυλλο με οπές και ήλοι διαμέτρου 19 mm ή 22 mm
n_r=1	≤1.0	0.85	0.75
	>1.0	1.0	0.75
n_r=2	≤1.0	0.70	0.60
	>1.0	0.80	0.60



Σχ. 2.11 Νευρώσεις σύμμικτης πλάκας παράλληλα σε δοκό.

Περισσότερες κατασκευαστικές λεπτομέρειες σχετικά με την τοποθέτηση και διαμόρφωση των περιοχών όπου τοποθετούνται οι διατμητικοί σύνδεσμοι δίνονται στον Ευρωκώδικα 4.

Το σημερινό επίπεδο έρευνας και γνώσεων σχετικά με τη συμπεριφορά της διατμητικής σύνδεσης σε ανακυκλιζόμενη φόρτιση (π.χ. σεισμός) είναι σχετικά χαμηλό. Οι εργασίες των Bursi and Ballerini (1997) και Bursi and Caldara (2000) έχουν οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι οι διατμητικοί ήλοι διακρίνονται, γενικά, από σχετικά ικανοποιητικά χαρακτηριστικά πλαστιμότητας και απορρόφησης ενέργειας. Τόσο όμως η αντοχή τους, όσο και η μέγιστη ολίσθηση, είναι μειωμένες συγκριτικά με τα αντίστοιχα μεγέθη για την περίπτωση μονοτονικής φόρτισης. Η μείωση αυτή, η οποία δίνεται παραστατικά στο Σχ. 2.12, είναι της τάξης του 25% και του 50% για την αντοχή και τη μέγιστη ολίσθηση, αντίστοιχα. Βάσει των παραπάνω, ο Ευρωκώδικας 8 ορίζει ότι η αντοχή P_{Rd} των διατμητικών ήλων σε περιοχές έντονης ανακυκλιζόμενης καταπόνησης θα πρέπει να υπολογίζεται από τις εξ. (2.2) επί 0.75. Επιπλέον, στην περίπτωση σύμμικτων πλακών με τις νευρώσεις κάθετα στη στήριξη, όταν τα χαλυβδόφυλλα έχουν τραπεζοειδή διάταξη (π.χ. Σχ. 2.7) ο συντελεστής k_t της εξ. (2.4) θα πρέπει πολλαπλασιάζεται επί ένα μειωτικό συντελεστή k_r=0.8, ώστε να λαμβάνεται υπόψη η μείωση στην αντοχή του σκυροδέματος που περιβάλλει τους διατμητικούς ήλους λόγω της ενδεχόμενης τάσης ανασήκωσης (του σκυροδέματος) εξαιτίας της γεωμετρίας των χαλυβδόφυλλων.

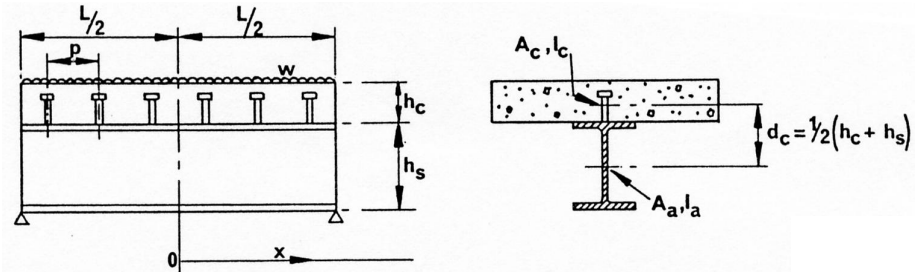


Σχ. 2.12 Απόκριση διατμητικών ήλων σε μονοτονική και ανακυκλιζόμενη φόρτιση.

2.3 ΜΕΡΙΚΗ ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑ ΧΑΛΥΒΑ-ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται τα αποτελέσματα υπολογισμού της σχετικής ολίσθησης χάλυβα-σκυροδέματος σε σύμμικτα δομικά στοιχεία στα οποία θεωρείται ότι η συνεργασία μεταξύ των δύο υλικών είναι μερική. Για λόγους απλότητας θεωρούμε την αμφιέρειστη δοκό του Σχ. 2.13, υπό ομοιόμορφο φορτίο w. Η πλάκα σκυροδέματος έχει πάχος h_c, εμβαδόν διατομής A_c και ροπή αδράνειας I_c, ενώ η μεταλλική διατομή έχει ύψος h_s, εμβαδόν διατομής A_a και ροπή αδράνειας I_a. Η απόσταση των κέντρων βάρους χάλυβα-σκυροδέματος είναι d_c. Υποθέτουμε ότι οι διατμητικοί σύνδεσμοι βρίσκονται σε απόσταση p και χαρακτηρίζονται από *συντελεστή σύνδεσης* k, ο οποίος θεωρείται σταθερός και ορίζεται από το λόγο του φορτίου P προς την αντίστοιχη ολίσθηση s (βλέπε κλίση της καμπύλης P-s στο Σχ. 2.8).

Ο ερπυσμός του σκυροδέματος μπορεί να ληφθεί υπόψη θεωρώντας ένα ισοδύναμο μέτρο ελαστικότητας για το σκυρόδεμα, $E_{c,eff}$, ίσο με $k_c E_{cm}$, όπου k_c μειωτικός συντελεστής. Το μέτρο ελαστικότητας του χάλυβα είναι E_a και ο λόγος E_a/E_{cm} συμβολίζεται με n.



(α) (β)

Σχ. 2.13 (α) Αμφιέρειστη σύμμικτη δοκός και (β) στοιχεία διατομής της.

Η ανάλυση ενός στοιχείου μήκους dx της δοκού γίνεται βάσει του Σχ. 2.14, στο οποίο ο χάλυβας και το σκυρόδεμα δείχνονται ξεχωριστά για λόγους καλύτερης κατανόησης. Επίσης, το σύμβολο $^+$ του σχήματος δηλώνει μικρή αύξηση (π.χ. $s^+=s+(ds/dx)dx$). M, V και F είναι η ροπή κάμψης, η τέμνουσα και η αξονική δύναμη, αντίστοιχα, ο υποδείκτης "c" δηλώνει σκυρόδεμα και ο υποδείκτης "s" χάλυβα. Τέλος, η τέμνουσα δύναμη ανά μονάδα μήκους της διεπιφάνειας είναι v και η αντίστοιχη ορθή δύναμη είναι r.

Η σχέση δύναμης – ολίσθησης συνδέσμων γράφεται:

$$pv = ks \tag{2.5}$$

Ακολουθούν οι σχέσεις ισορροπίας:

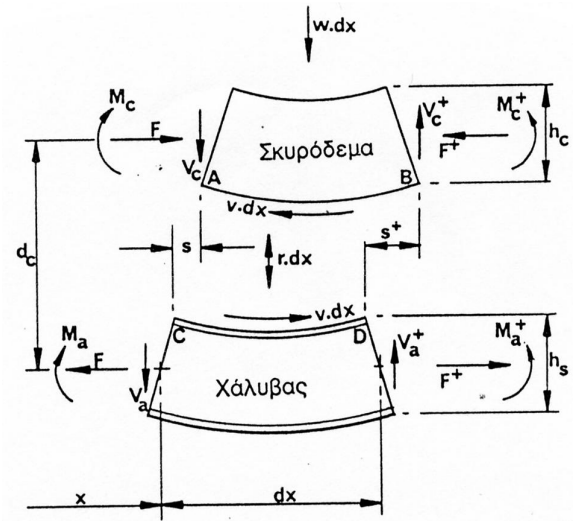
$$\frac{dF}{dx} = -v \tag{2.6}$$

$$\frac{dM_c}{dx} + V_c \approx \frac{1}{2} v h_c \qquad \frac{dM_a}{dx} + V_a \approx \frac{1}{2} v h_s \tag{2.7}$$

$$V_c + V_a = wx \tag{2.8}$$

οι οποίες συνδυάζονται και δίνουν

$$\frac{dM_c}{dx} + \frac{dM_a}{dx} + wx = v d_c \tag{2.9}$$



Σχ. 2.14 Εντατικά μεγέθη και παραμόρφωση στοιχείου σύμμικτης δοκού.

Η τεχνική θεωρία κάμψης δοκών δίνει την παρακάτω σχέση ροπής – καμπυλότητας:

$$\phi = \frac{M_a}{E_a I_a} = \frac{n M_c}{k_c E_a I_c} \tag{2.10}$$

Επίσης, οι παραμορφώσεις του σκυροδέματος κατά μήκος του AB και του χάλυβα κατά μήκος του CD είναι:

$$\varepsilon_{AB} = \frac{1}{2} h_c \phi - \frac{nF}{k_c E_a A_c} - \varepsilon_c \qquad (2.11\alpha)$$

$$\varepsilon_{CD} = -\frac{1}{2} h_s \phi + \frac{F}{E_a A_a} \qquad (2.11\beta)$$

όπου ε_c είναι η ομοιόμορφη παραμόρφωση (βράχυνση) στο σκυρόδεμα, η οποία αναπτύσσεται μετά τη σύνδεση με το χάλυβα, π.χ. λόγω συστολής ξήρανσης και τυχόν θερμοκρασιακών μεταβολών. Η διαφορά $\varepsilon_{AB} - \varepsilon_{CD}$ ισούται με την *παραμόρφωση ολίσθησης* ds/dx:

$$\frac{ds}{dx} = \phi d_c - \frac{F}{E_a}\left(\frac{n}{k_c A_c} + \frac{1}{A_a}\right) - \varepsilon_c \qquad (2.12)$$

Απαλείφοντας τα M_c και M_a από τις εξ. (2.9)-(2.10) βρίσκουμε

$$E_a\left(\frac{k_c I_c}{n} + I_a\right)\frac{d\phi}{dx} + wx = v d_c \qquad (2.13)$$

και αντικαθιστώντας

$$I_o = \frac{k_c I_c}{n} + I_a \qquad (2.14)$$

σε συνδυασμό με την εξ. (2.5), γράφουμε:

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{k d_c s / p - wx}{E_a I_o} \qquad (2.15)$$

Ακόμα, παραγωγίζοντας την εξ. (2.12) και αντικαθιστώντας το $d\phi/dx$ από την εξ. (2.15) και το dF/dx από την εξ. (2.6) καταλήγουμε στη σχέση:

$$\frac{d^2 s}{dx^2} = \frac{k d_c^2 s / p - w d_c x}{E_a I_o} + \frac{ks}{E_a A_o p} = \frac{ks}{p E_a I_o}\left(d_c^2 + \frac{I_o}{A_o}\right) - \frac{w d_c x}{E_a I_o} \qquad (2.16)$$

όπου

$$\frac{1}{A_o} = \frac{n}{k_c A_c} + \frac{1}{A_a} \qquad (2.17)$$

Τέλος, εισάγοντας τις παρακάτω παραμέτρους

$$\alpha^2 = \frac{k}{pE_a I_o A'} \tag{2.18}$$

$$\beta = \frac{A' p d_c}{k} \tag{2.19}$$

$$\frac{1}{A'} = d_c^2 + \frac{I_o}{A_o} \tag{2.20}$$

καταλήγουμε στην διαφορική εξίσωση του προβλήματος:

$$\frac{d^2 s}{dx^2} - \alpha^2 s = -\alpha^2 \beta w x \tag{2.21}$$

Η λύση της εξ. (2.21) έχει τη γενική μορφή

$$s = C_1 \sinh \alpha x + C_2 \cosh \alpha x + \beta w x \tag{2.22}$$

και για τις συνοριακές συνθήκες (βλ. Σχ. 2.12α)

$$s = 0 \qquad \text{για} \qquad x = 0 \tag{2.23α}$$

$$\frac{ds}{dx} = -\varepsilon_c \quad \text{για} \qquad x = \pm L/2 \tag{2.23β}$$

καταλήγουμε στην εξής σχέση:

$$s = \beta w x - \left(\frac{\beta w + \varepsilon_c}{\alpha} \right) \operatorname{sec h} \left(\frac{\alpha L}{2} \right) \sinh \alpha x \tag{2.24}$$

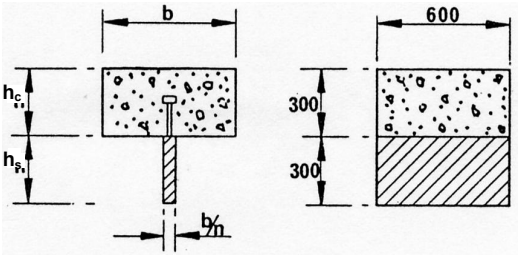
Η εξ. (2.24) μπορεί πλέον να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της σχετικής ολίσθησης σε οποιαδήποτε θέση. Έτσι μπορεί να προκύψει η παραμόρφωση ολίσθησης, ds/dx, καθώς και άλλα μεγέθη (καμπυλότητες, παραμορφώσεις, τάσεις κλπ).

Εδώ αξίζει να επισημανθεί ότι η παραπάνω αναλυτική διαδικασία όχι μόνο είναι σχετικά επίπονη αλλά προϋποθέτει και γνώση των χαρακτηριστικών της διατμητικής σύνδεσης, τα οποία δεν είναι πάντοτε γνωστά. Γι' αυτό και στην πλειονότητα των περιπτώσεων οι μέθοδοι διαστασιολόγησης σύμμικτων κατασκευών αγνοούν το

φαινόμενο της σχετικής ολίσθησης και βασίζονται στην υπόθεση της πλήρους συνεργασίας μεταξύ των δύο υλικών.

Άσκηση 2.2

Να γίνει πλήρης ανάλυση μερικής συνεργασίας (ολίσθηση, παραμορφώσεις, τάσεις κλπ) για τη διατομή του Σχ. 2.15 και τα παρακάτω δεδομένα:: E_{cm} = 20 kN/mm^2, k_c = 1 (αγνοείται ο ερπυσμός), n = 10, L = 10 m, b = 0.6 m, $h_c = h_s$ = 0.3 m και w = 35 kN/m. Οι διατμητικοί σύνδεσμοι έχουν διάμετρο 20 mm, αντοχή 100 kN, μήκος 100 mm και τοποθετούνται σε μία σειρά ανά αποστάσεις p = 0.18 m. Ο συντελεστής σύνδεσης λαμβάνεται k = 150 kN/mm. Τέλος υποθέτουμε $\varepsilon_c = 0$.



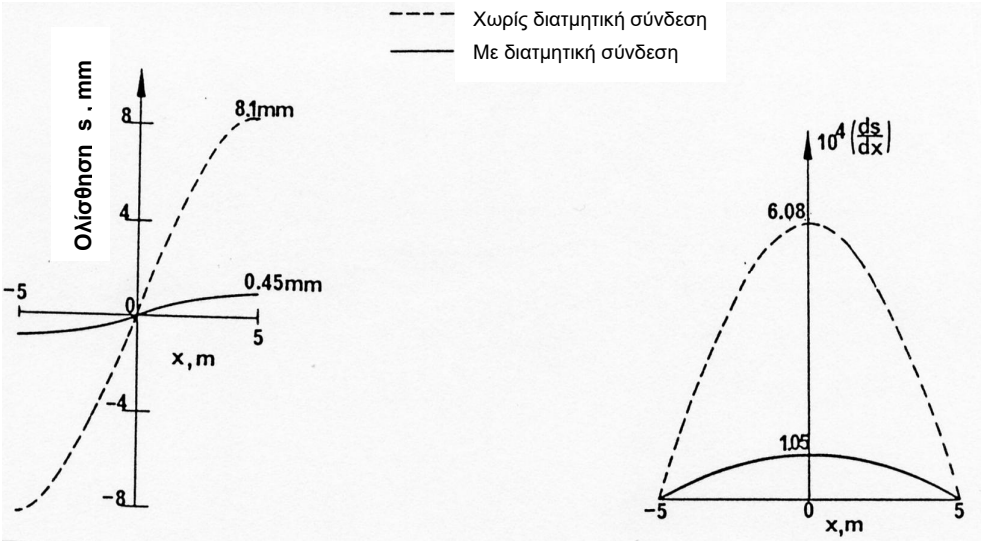
(α) (β)

Σχ. 2.15 (α) Ιδεατή και (β) μετασχηματισμένη διατομή σύμμικτης δοκού.

Για το χάλυβα υπολογίζουμε A_a = 0.018 m^2 και I_a = 1.35x10^{-4} m^4, ενώ για το σκυρόδεμα είναι A_c = 0.18 m^2 και I_c = 1.35x10^{-3} m^4. Επίσης είναι: A_o = 0.009 m^2, I_o = 2.7x10^{-4} m^4 και $1/A' = 0.12$ m^2. Έτσι προκύπτει α^2 = 1.85 m^{-2}, α = 1.36 m^{-1}, β = 3.0x10^{-6} m/kN και sech(αL/2) = 0.00223. Η λύση της διαφορικής εξίσωσης του προβλήματος είναι:

$$10^4 s = 1.05x - 0.0017\sinh(1.36x) \qquad (2.24\alpha)$$

από την οποία προκύπτει η κατανομή της ολίσθησης s που δίνεται στο Σχ. 2.16α, με μέγιστη τιμή (για x = ± 5 m) ίση με ± 0.45 mm. Η αντίστοιχη ολίσθηση για τα υλικά χωρίς διατμητική σύνδεση υπολογίζεται ίση με ± 8.1 mm. Ακόμα, από παραγώγιση της παραπάνω σχέσης για την ολίσθηση s μπορεί να προκύψει η παραμόρφωση ολίσθησης, ds/dx, η οποία δίνεται στο Σχ. 2.16β.



(α) (β)

Σχ. 2.16 (α) Ολίσθηση και (β) παραμόρφωση ολίσθησης κατά μήκος σύμμικτης δοκού.

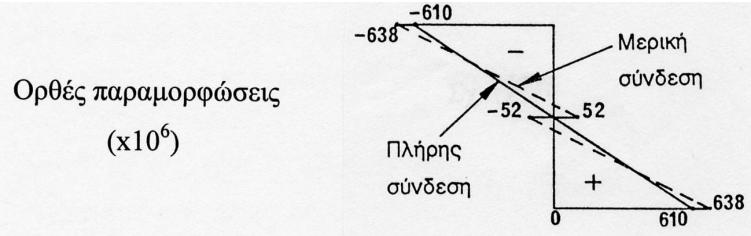
Επίσης, από την εξ. (2.15) έχουμε:

$$\frac{d\phi}{dx} = 4.64s - 0.00065x$$

Αντικαθιστώντας το s από την παραπάνω λύση της διαφορικής εξίσωσης (2.24α) και ολοκληρώνοντας,

$$10^6\,\phi = -81.5x^2 - 0.585\cosh(1.36x) + K$$

Η σταθερά K υπολογίζεται θέτοντας $\phi = 0$ για $x = L/2$ ($K = 2300$), οπότε για $x = 0$ προκύπτει $\phi = 0.0023\ m^{-1}$. Έτσι η διαφορά παραμόρφωσης μεταξύ της ακραίας ίνας ενός από τα δύο υλικά και της διεπιφάνειας είναι $0.3 \times 0.0023 = 690 \times 10^{-6}$ (στο μέσο του ανοίγματος). Λόγω δε συμμετρίας της μετασχηματισμένης διατομής ως προς τη διεπιφάνεια, η παραμόρφωση του κάθε υλικού στη θέση αυτή ισούται με $1.05 \times 10^{-4}/2$, δηλαδή περίπου 52×10^{-6}. Η κατανομή των ορθών παραμορφώσεων στο μέσο του ανοίγματος δίνεται στο Σχ. 2.17, στο οποίο μάλιστα έχουν σημειωθεί και οι παραμορφώσεις που αντιστοιχούν σε πλήρη συνεργασία των υλικών.



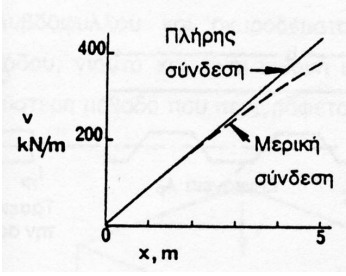
Σχ. 2.17 Ορθές παραμορφώσεις για μερική και πλήρη διατμητική σύνδεση.

Οι τάσεις προκύπτουν εύκολα πολλαπλασιάζοντας τις παραμορφώσεις επί το μέτρο ελαστικότητας. Για το σκυρόδεμα είναι 1.04 N/mm^2 σε εφελκυσμό και 12.8 N/mm^2 σε θλίψη. Η θλιπτική τάση του σκυροδέματος για πλήρη συνεργασία υπολογίζεται ίση με 12.2 N/mm^2.

Ακολούθως υπολογίζεται η μέγιστη δύναμη στους διατμητικούς συνδέσμους. Αυτή ισούται με k επί τη μέγιστη ολίσθηση (0.45 mm), δηλαδή με 67 kN, και είναι μικρότερη από την αντοχή των συνδέσμων (οπότε επιβεβαιώνεται και η ισχύς της υπόθεσης για γραμμική σχέση δύναμης-ολίσθησης).

Ακόμα μπορούμε να αναφέρουμε ότι ολοκλήρωση των καμπυλοτήτων κατά μήκος του μέλους δίνει βέλος κάμψης στο μέσο του ανοίγματος που ξεπερνά το αντίστοιχο για πλήρη σύνδεση κατά 13%. Η τιμή αυτή πάντως είναι μεγαλύτερη από ότι συμβαίνει συνήθως στην πράξη, γιατί το πρόβλημα επιλύθηκε θεωρώντας σχετικά χαμηλή τιμή συντελεστή σύνδεσης και αγνοώντας άλλες μορφές σύνδεσης, όπως είναι π.χ. η συνάφεια χάλυβα – σκυροδέματος.

Τέλος, η τέμνουσα δύναμη ανά μονάδα μήκους στη διεπιφάνεια χάλυβα – σκυροδέματος μπορεί να υπολογισθεί βάσει της εξ. (2.5) για την περίπτωση μερικής σύνδεσης ή βάσει της τεχνικής θεωρίας κάμψης δοκών για την περίπτωση πλήρους σύνδεσης. Τα αποτελέσματα δε διαφέρουν σημαντικά και δίνονται στο Σχ. 2.18 (για το μισό του ανοίγματος).



Σχ. 2.18 Τέμνουσα ανά μονάδα μήκους στη διεπιφάνεια χάλυβα - σκυροδέματος.

2.4 ΤΕΜΝΟΥΣΑ ΣΤΗ ΔΙΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΣΥΜΜΙΚΤΩΝ ΠΛΑΚΩΝ

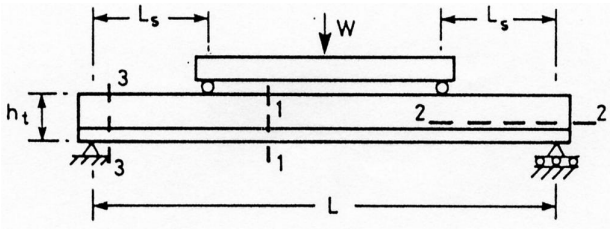
Η επάρκεια της διατμητικής σύνδεσης σε σύμμικτες πλάκες (από αυλακωτά χαλυβδόφυλλα και σκυρόδεμα) ποσοτικοποιείται συνήθως βάσει της πειραματικής διάταξης του Σχ. 2.19. Η μορφή αστοχίας της σύμμικτης πλάκας του Σχ. 2.19 εξαρτάται βασικά από το λόγο του διατμητικού μήκους L_s προς το μέσο πάχος της πλάκας d_p (Σχ. 2.20).

(1) Για μεγάλες τιμές του λόγου L_s/d_p η αστοχία οφείλεται σε **κάμψη** (π.χ. στη διατομή 1-1 του Σχ. 2.19), με ροπή κάμψης M η οποία υπολογίζεται βάσει της κατανομής των ορθών τάσεων του Σχ. 2.20 ως εξής:

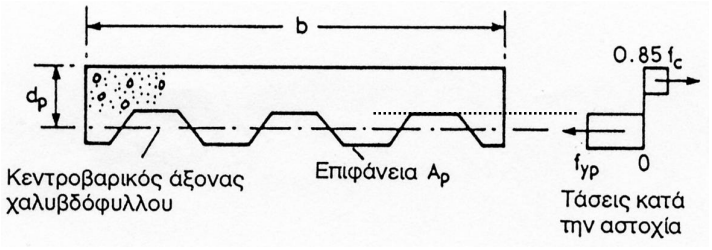
$$M \propto A_p f_{yp} d_p \tag{2.25}$$

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει η τέμνουσα δύναμη κατά την αστοχία, ίση με

$$\frac{V}{bd_p} = \frac{M}{bd_p L_s} \propto \frac{A_p f_{yp}}{bL_s} \tag{2.26}$$



Σχ. 2.19 Πειραματική διάταξη και κρίσιμες διατομές 1-1, 2-2 και 3-3 σύμμικτης πλάκας.



Σχ. 2.20 Στοιχεία διατομής και κατανομή ορθών τάσεων κατά την καμπτική αστοχία σύμμικτης πλάκας.

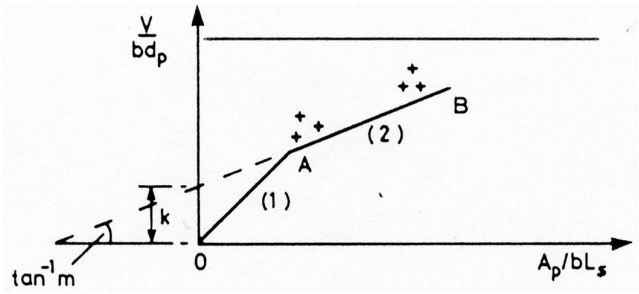
(2) Για μικρές τιμές του λόγου L_s/d_p η αστοχία οφείλεται σε **εγκάρσια διάτμηση** (π.χ. στη διατομή 3-3 του Σχ. 2.19). Ο λόγος V/bd_p στην περίπτωση αυτή είναι περίπου σταθερός.

(3) Τέλος, για ενδιάμεσες τιμές του λόγου L_s/d_p η αστοχία χαρακτηρίζεται από οριζόντια ρηγμάτωση (π.χ. στην περιοχή 2-2 του Σχ. 2.19) και είναι τύπου **διαμήκους διάτμησης**. Στην περίπτωση αυτή ο λόγος V/bd_p προσεγγίζεται από τη σχέση

$$\frac{V}{bd_p} = \left(m\frac{A_p}{bL_s} + k \right) \tag{2.27}$$

η οποία αποτελεί και τη βάση για τη μέθοδο χαρακτηρισμού σύμμικτων πλακών που είναι γνωστή ως "μέθοδος m-k" (π.χ. ASCE 1984).

Οι σχέσεις (2.26)-(2.27) δίνονται στο Σχ. 2.21, στο οποίο φαίνεται και ο τρόπος προσδιορισμού των συντελεστών m και k μέσω πειραμάτων. Τα τμήματα (1) και (2) του Σχ. 2.21 αντιστοιχούν σε καμπτική αστοχία (Τομή 1-1, Σχ. 2.19) και διαμήκη διατμητική αστοχία (Τομή 2-2, Σχ. 2.19), αντίστοιχα, ενώ η οριζόντια γραμμή αντιστοιχεί σε αστοχία λόγω εγκάρσιας διάτμησης (Τομή 3-3, Σχ. 2.19).



Σχ. 2.21 Αντοχή σύμμικτης πλάκας σε τέμνουσα και ορισμός των m και k.

Βασικό συμπέρασμα της παραπάνω ανάλυσης είναι ότι κάθε τύπος αυλακωτού χαλυβδόφυλλου για σύμμικτες πλάκες θα πρέπει να συνοδεύεται και από ένα ζεύγος τιμών για τα m και k, το οποίο θα ισχύει για συγκεκριμένο εύρος αντοχών σκυροδέματος και θα αντιστοιχεί σε δεδομένα πάχη χαλυβδόφυλλου και σκυροδέματος (ο τρόπος αξιοποίησης των τιμών αυτών στη διαστασιολόγηση περιγράφεται στην Ενότητα 3.3.2).

ΣΥΝΟΨΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 2

1. Η συνεργασία χάλυβα-σκυροδέματος στα σύμμικτα δομικά στοιχεία εξασφαλίζεται περιορίζοντας τη σχετική ολίσθηση μεταξύ των δύο υλικών μέσω διατμητικών συνδέσμων. Ο βαθμός συνεργασίας καθορίζεται από την δυσκαμψία των συνδέσμων.
2. Η συμπεριφορά των διατμητικών συνδέσμων καθορίζεται από τον καταστατικό νόμο δύναμης-ολίσθησης (P-s), ο οποίος με τη σειρά του εξαρτάται (για δεδομένο τύπο συνδέσμου) κυρίως από την ποιότητα του σκυροδέματος και δευτερευόντως από τον αριθμό συνδέσμων.
3. Η ανακύκλιση της δύναμης μειώνει τόσο την αντοχή όσο και τη μέγιστη ολίσθηση των διατμητικών συνδέσμων.
4. Η μερική συνεργασία χάλυβα-σκυροδέματος αναλύεται μέσω βασικών αρχών της μηχανικής (καταστατικοί νόμοι υλικών, ισορροπία, συμβιβαστό των παραμορφώσεων). Αποτέλεσμα τέτοιων αναλύσεων είναι η διατύπωση της διαφορικής εξίσωσης που περιγράφει τη σχετική ολίσθηση σε κάθε θέση του σύμμικτου δομικού στοιχείου.
5. Παρεμπόδιση της σχετικής ολίσθησης (πλήρης σύνδεση) συνεπάγεται σημαντική μείωση των παραμορφώσεων (βέλη κάμψης) και μείωση των τάσεων.
6. Η μορφή αστοχίας σύμμικτων πλακών (κάμψη, διαμήκης διάτμηση, εγκάρσια διάτμηση) εξαρτάται σημαντικά από το λόγο διατμητικού μήκους προς πάχος των χαλυβδόφυλλων αλλά και από τα χαρακτηριστικά τους, τα οποία ποσοτικοποιούνται μέσω εμπειρικών σταθερών που προκύπτουν από πειράματα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 2

Amer. Soc. Civ. Engrs. (1984). *Specifications for the Design and Construction of Composite Slabs, and Commentary*, New York.

Bursi, O. and Ballerini, M. (1997). "Low-cycle behaviour and analysis of steel-concrete composite substructures", Proc. Int. IABSE Conf., *Composite Construction – Conventional and Innovative*, Innsbruck, Sept., 615-620.

Bursi, O. S. and Caldara, R. (2000). "Composite substructures with partial shear connection: low cycle fatigue behaviour and analysis issues", *Proc. 12th World Conf. Earthq. Engrg*., New Zealand, 498.

Chapman, J. C. and Teraskiewicz, J. S. (1969). "Research on composite construction at Imperial College", *Proc. Conf. Steel Bridges*, British Constructional Steelwork Association, 49-58.

Eurocode 4. *Design of composite steel and concrete structures*. EN 1994.

Eurocode 8. *Design of structures for earthquake resistance*. EN 1998.

Goble, G. G. (1968). "Shear strength of thin-flange composite specimens", *Eng. J. Amer. Inst. Steel Constr.*, 5, 62-65.

Grant, J. A., Fisher, J. W. and Slutter, R. G. (1977). "Composite beams with formed metal deck", *Eng. J. Amer. Inst. Steel Constr.*, 1, 24-42.

Mottram, J. T. and Johnson, R. P. (1990). "Push tests on studs welded through profiled steel sheeting", *The Structural Engineer*, 68, 187-193.

Salmon, C. G. and Johnson, J. E. (1990). *Steel Structures, Design and Behavior*, 3rd ed., Harper and Row, New York.