



UNIVERSITY OF
PATRAS
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

Πολυτεχνική Σχολή - Πανεπιστημιούπολη (Ρίο)
Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής (ΤΜΗΥΠ - CEID)
Τομέας Εφαρμογών & Θεμελιώσεων Επιστήμης Η/Υ
Εργαστήριο Μαθηματικών Θεμελιώσεων Επιστήμης Η/Υ (MFCS - Lab)

Εργαστήριο Γενικών Μαθηματικών II

Εργαστηριακή Άσκηση 2

*Βασικές Έννοιες Λογισμού Μίας Μεταβλητής, Αριθμητικής & Μιγαδικής Ανάλυσης
(Με Χρήση $\text{\LaTeX}$ & MATLAB)*

Υπεύθυνος Μαθήματος "Γενικά Μαθηματικά II":
Αθανάσιος Ανδρικόπουλος

Υπεύθυνος Εργαστηρίου
(Συγγραφή, Επιμέλεια & Επίβλεψη Εργαστηριακών Ασκήσεων):
Αλέξανδρος - Μάριος Αφράτης

Πάτρα, Χειμερινό Εξάμηνο, 2025–26

Δομή Εργαστηρίου:

Η δομή του εργαστηρίου διαμορφώνεται ως εξής:

Εντός Ώρας Εργαστηρίου @ Υπολογιστικό Κέντρο (ΥΚ) (2ος Όροφος ΤΜΗΥΠ):

1. Παρουσίαση & Επεξήγηση Άσκησης & Υλικού, Επίλυση Αποριών, Συζήτηση, Καθοδήγηση.
2. Πεντάλεπτο Κουίζ Κατανόησης Άσκησης στο E-Class (4 Ερωτήσεις: 2 σε LaTeX, 2 σε MATLAB).

Εκτός Υπολογιστικού Κέντρου:

1. Εκπόνηση Εργασίας, Συγγραφή Αναφοράς και Εμπρόθεσμη Υποβολή στο E-Class.

Πρόγραμμα Εργαστηρίου (Παρασκευή 09:00 - 10:00 π.μ. @ ΥΚ):

Μήνας	Ημερομηνία & Δραστηριότητα
Οκτώβριος	10/10 - Παρουσίαση 1ης Άσκησης
	24/10 - Παρουσίαση 2ης Άσκησης
Νοέμβριος	07/11 - Παρουσίαση 3ης Άσκησης
	21/11 - Παρουσίαση 4ης Άσκησης
Δεκέμβριος	05/12 - Αναπλήρωση Μίας Άσκησης

Κανονισμός Εργαστηρίου:

1. Το εργαστήριο είναι **ατομικό** και η βαθμολογία σας σε αυτό είναι **επιπρόσθετη**. Οι ασκήσεις βαθμολογούνται βάσει της ορθότητας και της σαφήνειας των λύσεων που αναπτύσσονται από τον κάθε φοιτητή. Στο E-Class υποβάλετε τις εργασίες σας μέσω του TurnItIn. Το TurnItIn αποτελεί ένα λογισμικό ανίχνευσης, αντιγραφής και λογοκλοπής ακαδημαϊκών εργασιών. Μέσω αυτού, οι εκπαιδευτές του μαθήματος έχουν τη δυνατότητα να ανιχνεύσουν το κατά πόσο οι εργασίες που θα ανεβάσουν οι εκπαιδευόμενοι του μαθήματος είναι προϊόν δικής τους δουλειάς ή προϊόν αντιγραφής. Οι εκπαιδευόμενοι εκπονούν τις εργασίες τους και ο βαθμολογητής που χρησιμοποιεί το TurnItIn συγκρίνει το περιεχόμενο με άλλες πηγές μέσα από βάσεις δεδομένων που διαθέτει. Με αυτόν τον τρόπο, δίνεται η δυνατότητα στον εκπαιδευτή να εξετάζει εάν η εργασία που έχει υποβληθεί είναι προϊόν λογοκλοπής. Η **λογοκλοπή/αντιγραφή συνεπάγεται με το μηδενισμό της εκάστοτε εργασίας**. Για να αθροιστεί ο βαθμός εργαστηρίου στον τελικό σας βαθμό, **προϋποτίθεται προδιβάσιμος βαθμός γραπτής τελικής εξέτασης**, δηλαδή βαθμός **μεγαλύτερος ή ίσος του 5**. Ο Βαθμός σας στο Εργαστήριο θα διαμορφωθεί ως εξής:

$$\frac{\sum_{i=1}^n (0.9 \cdot BA_E + 0.1 \cdot BK_E)}{n}, \quad i = 1, \dots, n$$

όπου "BA_E" ο Βαθμός Ασκήσεων Εργαστηρίου και "BK_E" ο Βαθμός Κουίζ Εργαστηρίου.
Δεν τίθεται θέμα προδιβάσιμου βαθμού σε κάθε άσκηση, καθώς το εργαστήριο είναι προαιρετικό.

2. Οι εργαστηριακές ασκήσεις είναι ισόβαθμες, και συνολικά είναι **τέσσερις (4)**. Θα πρέπει να εκπονήσετε **όλες τις ασκήσεις**. Κάθε εργαστηριακή άσκηση (συνοδευόμενη από το αντίστοιχο κουίζ κατανόησης) θα προσδίδει έως και μισή μονάδα (0.5/10) στον τελικό βαθμό σας στο μάθημα, άρα στο σύνολο έως και δύο μονάδες (2/10) στον τελικό σας βαθμό στο μάθημα.
3. Στο εργαστήριο **δεν προβλέπεται "αρνητική βαθμολόγηση"** σε κανένα σκέλος του.
4. Υποχρεούστε να παραβρεθείτε εντός του ΥΚ, να υπογράψετε το παρουσιολόγιο (υποβολή κουίζ) **συνολικά τέσσερις (4) φορές**, να παρακολουθείτε το υλικό, να εκπονείτε το κουίζ κατανόησης της αντίστοιχης άσκησης εντός του ΥΚ και να υποβάλλετε εμπρόθεσμα την αναφορά της εκάστοτε εργαστηριακής άσκησης, καθώς το TurnItIn ως λογισμικό έχει δομηθεί έτσι ώστε **να μην δέχεται εκπρόθεσμες υποβολές**. Δηλαδή, **αποτυχία στο εργαστήριο** σημαίνει **είτε ανεπίτρεπτος αριθμός απουσιών, είτε ανεπίτρεπτος αριθμός υποβολών εκτός του προβλεπόμενου χρόνου και μεθόδων αναπλήρωσης**. Είναι αποκλειστική σας ευθύνη η συμπλήρωση των απαιτούμενων ασκήσεων! Για τυχόν απουσία σας (έως και **μόνον μια (1) απουσία**) δίνεται η δυνατότητα να καλυφθεί **αποκλειστικά την εβδομάδα αναπλήρωσης** και συγκεκριμένα **την Παρασκευή 05/12/25, 09:00 - 10:00 π.μ. @ ΥΚ**. Για όσους/όσες **δεν καταφέρουν για οποιονδήποτε λόγο να υποβάλλουν εντός του προβλεπόμενου χρόνου**, δίνεται η δυνατότητα υποβολής μίας (1) εκ των εργαστηριακών ασκήσεων **κατά την περίοδο αναπλήρωσης** χωρίς να κρίνεται υποχρεωτική η παρουσία τους στο ΥΚ, **εάν και μόνον εάν έχουν εκπονήσει το κουίζ της αντίστοιχης άσκησης**. Σε αντίθετη περίπτωση, **υποχρεούνται να παραβρεθούν στο ΥΚ την εβδομάδα αναπλήρωσης για να εκπονήσουν το κουίζ και την μία (1) άσκηση που οφείλουν**. Άρα, κατά μέγιστο - συνολικά, **δίνεται η δυνατότητα αναπλήρωσης μίας (1) άσκησης χωρίς υποχρεωτική παρουσία στο ΥΚ την εβδομάδα αναπλήρωσης (εάν και μόνον εάν υπάρχει αντίστοιχος βαθμός κουίζ) και η δυνατότητα αναπλήρωσης μίας (1) άλλης άσκησης και του αντίστοιχου κουίζ της με υποχρεωτική παρουσία στο ΥΚ την εβδομάδα αναπλήρωσης**. Συνεπώς, **εάν συμπληρώσετε δύο (2) απουσίες ή/και δεν συμπληρώσετε τον προβλεπόμενο αριθμό ασκήσεων (με ή χωρίς μεθόδους αναπλήρωσεων), θα μηδενιστείτε άμεσα στο εργαστήριο**.
5. Αν ολοκληρώσετε το εργαστήριο, ο βαθμός εργαστηρίου σας θα διατηρηθεί έως ότου περάσετε το μάθημα. **Αν δεν ολοκληρώσετε το εργαστήριο όπως περιγράφεται παραπάνω, μηδενίζετε άμεσα στο εργαστήριο και λαμβάνετε μόνο τον βαθμό τελικής γραπτής εξέτασης** (δίχως γενικότερα ο μηδενισμός σας στο εργαστήριο να δρα αρνητικά ως προς τον βαθμό τελικής γραπτής εξέτασης).
6. Οι αναφορές των εργαστηριακών ασκήσεων θα συντάσσονται **υποχρεωτικά σε LaTeX και θα περιέχουν τα ζητούμενα σε LaTeX και τα ζητούμενα σε MATLAB**. Το παραδοτέο σας θα είναι **υποχρεωτικά σε μορφή PDF από LaTeX**, το οποίο θα αναρτάται **εμπρόθεσμα** στην εκάστοτε εργασία του E-Class μέσω TurnItIn, με ονομασία ΕΠΩΝΥΜΟ_ΑΜ.pdf
7. Στο εργαστήριο **απαγορεύονται το κάπνισμα, ο καφές, τα αναψυκτικά, το νερό, το φαγητό και λοιπά**. Επιτρέπονται τα βιβλία, σημειώσεις και γενικώς οποιοδήποτε εκπαιδευτικό υλικό κρίνετε ότι σας είναι απαραίτητο. Με την απομάκρυνσή σας, να τακτοποιείτε τη θέση σας στο ΥΚ και να την αφήνετε όπως την βρήκατε!
8. Οι ανακοινώσεις του Εργαστηρίου θα αναρτώνται στην ιστοσελίδα του E-Class (Ανακοινώσεις):

<https://eclass.upatras.gr/courses/CEID1405/>

όπως βαθμολογίες και λοιπά.

Εκ του Εργαστηρίου.

Παραμετροποιήσεις Για Επίλυση Εργαστηριακών Ασκήσεων:

Δίνεται η παρακάτω συνάρτηση μίας μεταβλητής, η οποία βασίζεται στον 7-ψήφιο Αριθμό Μητρώου (AM) σας στο Πανεπιστήμιο Πατρών.

$$f(\text{AM}) = AB$$

Ο 7-ψήφιος AM σας (με ψηφία (ψ) τα οποία δεικτοδοτούνται ως $i = 1, \dots, n$ όπου $n = 7$ ($n = \text{LSB}$)) αποτελεί την ανεξάρτητη μεταβλητή της συνάρτησης και ο 2-ψήφιος AB την εξαρτημένη μεταβλητή.
Συνάρτηση Μίας Μεταβλητής:

$$f(\text{AM}) = (10) + \left(\left(-85 \cdot (\text{AM} \bmod 1000) + 76 \cdot \sum_{i=1}^n \psi_i - 38 \cdot \psi_n + 48 \cdot \psi_{n-1} + 20 \cdot (\text{AM} \bmod 997) \right) \bmod 90 \right)$$

όπου $\begin{cases} \sum_{i=1}^n \psi_i = \text{Άθροισμα Όλων Των Ψηφίων Του AM,} \\ \psi_n = \text{Τελευταίο Ψηφίο Του AM,} \\ \psi_{n-1} = \text{Προτελευταίο Ψηφίο Του AM.} \end{cases}$

Υπολογίστε **ΥΠΟΧΡΕΩΤΙΚΑ ΣΕ ΚΩΔΙΚΑ MATLAB (ΟΧΙ ΣΤΟ ΧΑΡΤΙ)** τον 2-ψήφιο AB και διαχωρίστε τα 2 ψηφία του ($A = \dots$ & $B = \dots$), τα οποία κρίνονται απολύτως αναγκαία για την επίλυση των παρακάτω ασκήσεων. Κατόπιν υπολογισμού τους να διατηρηθούν εύκαιρα, καθώς **αποτελούν τις παραμετροποιήσεις του AM σας**. Οι παραμετροποιήσεις σας θα παραμείνουν απαράλλακτες κατά την διάρκεια του εξαμήνου και θα χρησιμοποιηθούν σε όλες τις υπόλοιπες εργαστηριακές ασκήσεις.

Υποχρεωτικές Οδηγίες Συγγραφής Αναφορών:

Σε κάθε αναφορά σας υποχρεούστε:

1. Να γράφετε σε $\text{\LaTeX}$ (σε όποιο Engine θεωρείτε ευκολότερο (π.χ PdfLaTeX, XeLaTeX, LuaLaTeX)).
2. Να συμπεριλάβετε στην πρώτη σελίδα - εξώφυλλο πάντοτε τα εξής:
 - i. Λογότυπο του Πανεπιστημίου Πατρών.
 - ii. Τίτλο Εργαστηριακής Άσκησης, Αναγνωριστικά Στοιχεία Μαθήματος & Εργαστηρίου.
 - iii. Ημερομηνία Υποβολής Εργαστηριακής Άσκησης.
 - iv. Στοιχεία Ταυτοπροσωπίας (Επώνυμο, Όνομα, AM).
 - v. Αποτελέσματα Παραμετροποίησης AM ($A = \dots$ & $B = \dots$).
3. Να δημιουργήσετε πίνακα περιεχομένων (υπερσυνδεδεμένο), (βλ. Οδηγ. 4 & 5) για κάθε άσκηση.
4. Να παρουσιάσετε τις παραμετροποιημένες εκφωνήσεις σας και να λύσετε αναλυτικά κάθε ερώτημα με επαρκή θεωρητική αιτιολόγηση και τεκμηρίωση, δίχως καμία παράλειψη σε υπολογισμούς, όπως θα λύνετε ασκήσεις σε τελική γραπτή εξέταση μαθήματος (με τη μόνη διαφορά ότι η λύση θα υλοποιηθεί σε $\text{\LaTeX}$).
5. Να επιλύσετε τα αντίστοιχα ερωτήματα σε κώδικα MATLAB, να παρουσιάσετε τον κώδικα εντός της αναφοράς (όχι σε μορφή εικόνας) και να παραθέσετε αντίστοιχα στιγμιότυπα οθόνης (screenshots) από τα Αποτελέσματα του MATLAB Command Window και τα Γραφήματα (Plots), εάν υπάρχουν. Τέλος, να σχολιάσετε εάν διαφέρει -και αν ναι, που και κατά πόσο διαφέρει- η θεωρητική επίλυσή σας, όπως αναλύθηκε παραπάνω, σε σχέση με την επίλυσή σας σε κώδικα MATLAB.

Προτεινόμενες Πηγές Περαιτέρω Μελέτης:

Λογισμός Μίας Μεταβλητής:

- Απειροστικός Λογισμός Σε Μία Διάσταση, Σημειώσεις (Σε Εξέλιξη – V12), Ευάγγελος Στεφανόπουλος, Κεφάλαια 4-10

Αριθμητική Ανάλυση:

- Αριθμητική Ανάλυση, Σημειώσεις (Ιανουάριος 2014), Ι. Θ. Φαμέλης, Κεφάλαια 5, 6

Μιγαδική Ανάλυση:

- Οι Μιγαδικοί Αριθμοί, Σημειώσεις (2021), Ευάγγελος Στεφανόπουλος, Κεφάλαιο 1

LaTeX:

- [Learn LaTeX in 30 minutes](#), Overleaf

MATLAB:

- [MATLAB Onramp Course](#), MathWorks

Πηγές Για Εγκατάσταση Λογισμικών TeXstudio & MATLAB:

TeXstudio:

- [Οδηγίες Λήψης TeXstudio](#)

MATLAB:

- [Οδηγίες Λήψης MATLAB](#)

Άσκησης (Λογισμός Μίας Μεταβλητής):

Άσκηση 1 – Όρια και Συνέχεια [10/100 Μονάδες]:

Έστω η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{\sin(Ax) - Bx}{x^3}, \quad x \neq 0,$$

1. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.
2. Να εξετάσετε αν η f είναι μονότονη στο διάστημα $(B, +\infty)$.
3. Έστω η κλαδωτή συνάρτηση

$$g(x) = \begin{cases} Ax^2, & x < 0, \\ \sin(Bx), & x \geq 0. \end{cases}$$

Να εξετάσετε τη συνέχεια της g στο σημείο $x = 0$.

Άσκηση 2 – Παράγωγοι και Πολυώνυμο Taylor [10/100 Μονάδες]:

Έστω η συνάρτηση

$$h(x) = e^{Ax} \sin(Bx), \quad x \in \mathbb{R}.$$

1. Να υπολογίσετε την πρώτη παράγωγο $h'(x)$ και τη δεύτερη παράγωγο $h''(x)$.
2. Να προσδιορίσετε τα κρίσιμα σημεία της συνάρτησης h στο διάστημα $[0, 2\pi]$.
3. Να αναπτύξετε το πολυώνυμο Taylor 2ου βαθμού (γύρω από το $x = 0$) της $h(x)$ και να δώσετε τον όρο σφάλματος $R_2(x)$ στη μορφή που προκύπτει από το θεώρημα του Taylor με υπόλοιπο.

Άσκηση 3 – Ολοκληρώματα και Θεμελιώδες Θεώρημα [10/100 Μονάδες]:

Έστω η συνάρτηση

$$F(x) = \int_0^x \cos(At^2) dt, \quad x \in \mathbb{R},$$

και έστω το ολοκλήρωμα

$$I = \int_0^\infty e^{-At^2} \sin(Bt) dt,$$

1. Να δείξετε ότι F είναι παραγωγίσιμη και ότι $F'(x) = \cos(Ax^2)$.
2. Να εξετάσετε την σύγκλιση του I ως ορισμένου ολοκληρώματος.
3. Έστω η συνάρτηση

$$f(x) = \int_0^x e^{-At^2} \cos(Bt) dt$$

Να εξετασθεί ως προς τη μονοτονία και ως προς εάν είναι φραγμένη.

Άσκηση 4 – Ακρότατα και Κυρτότητα [10/100 Μονάδες]:

Έστω η συνάρτηση

$$p(x) = x^4 - Ax^3 + Bx^2, \quad x \in \mathbb{R}.$$

1. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow \infty} p(x)$.
2. Να προσδιορίσετε τα κρίσιμα σημεία της συνάρτησης.
3. Να προσδιορίσετε το διάστημα / τα διαστήματα όπου η συνάρτηση p είναι κυρτή και αντίστοιχα όπου είναι κοίλη.

Άσκηση 5 – Ακολουθίες και Σύγκλιση [10/100 Μονάδες]:

Έστω οι παρακάτω ακολουθίες

$$a_n = \frac{n+A}{n+B}, \quad b_n = \left(1 + \frac{A}{n}\right)^{n+B}, \quad c_n = \frac{A^n}{n^B}.$$

1. Να βρείτε το όριο $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ και να εξετάσετε τη μονοτονία της a_n .
2. Να προσδιορίσετε τη συμπεριφορά της b_n όταν $n \rightarrow \infty$.
3. Να εξετάσετε την σύγκλιση της c_n .

Άσκηση 6 – Σειρές και Σύγκλιση [10/100 Μονάδες]:

Έστω οι παρακάτω σειρές:

$$S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{A}{n^B}, \quad S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A^n}{n^B}.$$

1. Να εξετάσετε τη σύγκλιση της εναλλασσόμενης σειράς S_1 με χρήση του κριτηρίου του Leibniz.
2. Να εξετάσετε εάν η εναλλασσόμενη σειρά S_1 συγκλίνει απόλυτα ή ασθενώς.
3. Να εφαρμόσετε το κριτήριο του λόγου και το κριτήριο της ρίζας στη σειρά S_2 .

Ασκήσεις (Αριθμητική Ανάλυση):

Άσκηση 7 – Απλή και Σύνθετη Αριθμητική Παραγωγή [10/100 Μονάδες]:

Έστω η συνάρτηση

$$f(x) = A \sin(x) + Bx^2$$

1. Να υπολογίσετε την ακριβή τιμή της $f'(1)$.

Για τα ερωτήματα 2 και 3 δίνεται ότι $h = 0.1$, $\sin(0.1) = 0.09$ και $\cos(1) = 0.54$.

2. Δίνονται οι παρακάτω απλοί κανόνες αριθμητικής παραγωγής:

i. **Απλός Κανόνας – Εμπρός Διαφορά**

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

ii. **Απλός Κανόνας – Πίσω Διαφορά**

$$f'(x) = \frac{f(x) - f(x-h)}{h}$$

iii. **Απλός Κανόνας – Κεντρική Διαφορά**

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

Να υπολογίσετε την τιμή της $f'(1)$ με χρήση των απλών κανόνων αριθμητικής παραγωγής.

3. Δίνονται οι παρακάτω σύνθετοι κανόνες αριθμητικής παραγωγής:

i. **Σύνθετος Κανόνας – Εμπρός Διαφορά**

$$f'(x) = \frac{-f(x+2h) + 4f(x+h) - 3f(x)}{2h}$$

ii. **Σύνθετος Κανόνας – Πίσω Διαφορά**

$$f'(x) = \frac{3f(x) - 4f(x-h) + f(x-2h)}{2h}$$

iii. **Σύνθετος Κανόνας – Κεντρική Διαφορά**

$$f'(x) = \frac{-f(x+2h) + 8f(x+h) - 8f(x-h) + f(x-2h)}{12h}$$

Να υπολογίσετε την τιμή της $f'(1)$ με χρήση των σύνθετων κανόνων αριθμητικής παραγωγής.

Άσκηση 8 – Απλή και Σύνθετη Αριθμητική Ολοκλήρωση [10/100 Μονάδες]:

Έστω η συνάρτηση

$$f(x) = Ax^2 + B \ln(x^2)$$

1. Να υπολογίσετε την ακριβή τιμή του ολοκληρώματος της $f(x)$ στο διάστημα $[a, b] = [1, 3]$.
Για τα ερωτήματα 2 και 3, έχουμε $n = 4$ υποδιαστήματα, άρα θα έχουμε βήμα $h = \frac{b-a}{n} = 0.5$.
Άρα, για τα ερωτήματα 2 και 3 δίνεται ότι $n = 4$ και $h = 0.5$.

Επιπλέον, τα σημεία υπολογίζονται ως:

$$x_i = a + ih, \quad i = 0, 1, 2, 3, 4,$$

και τα μεσοσημεία ως:

$$x_i^* = a + \left(i - \frac{1}{2}\right)h, \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

2. Δίνονται οι παρακάτω απλοί κανόνες αριθμητικής ολοκλήρωσης:

i. **Απλός Κανόνας – Μέσο Σημείο**

$$\int_a^b f(x) dx = (b-a) f\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

ii. **Απλός Κανόνας – Τραπεζοειδές**

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{2} [f(a) + f(b)]$$

iii. **Απλός Κανόνας – Simpson**

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{6} [f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)]$$

Να υπολογίσετε την τιμή του ολοκληρώματος της $f(x)$ στο διάστημα $[a, b] = [1, 3]$ με χρήση των απλών κανόνων αριθμητικής ολοκλήρωσης.

3. Δίνονται οι παρακάτω σύνθετοι κανόνες αριθμητικής ολοκλήρωσης:

i. **Σύνθετος Κανόνας – Μέσο Σημείο**

$$I_M = h \sum_{i=1}^n f\left(a + \left(i - \frac{1}{2}\right)h\right)$$

ii. **Σύνθετος Κανόνας – Τραπεζοειδές**

$$I_T = \frac{h}{2} \left[f(a) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(b) \right]$$

iii. **Σύνθετος Κανόνας – Simpson**

$$I_S = \frac{h}{3} \left[f(a) + 4 \sum_{\substack{i=1 \\ i \text{ περιττό}}}^{n-1} f(x_i) + 2 \sum_{\substack{i=2 \\ i \text{ άρτιο}}}^{n-2} f(x_i) + f(b) \right]$$

Να υπολογίσετε την τιμή του ολοκληρώματος της $f(x)$ στο διάστημα $[a, b] = [1, 3]$ με χρήση των σύνθετων κανόνων αριθμητικής ολοκλήρωσης.

Ασκήσεις (Μιγαδική Ανάλυση):

Άσκηση 9 – Βασικές Πράξεις Μιγαδικών Αριθμών [10/100 Μονάδες]:

Έστω οι μιγαδικοί αριθμοί

$$z_1 = A + iB, \quad z_2 = B - i(A - B).$$

1. Να υπολογίσετε τα εξής:

$$z_1 + z_2, \quad z_1 - z_2, \quad z_1 \cdot z_2, \quad \frac{z_1}{z_2}.$$

2. Να υπολογίσετε το μέτρο, τον συζυγή και την πολική μορφή των z_1 και z_2 .

3. Να εξετάσετε εάν ισχύει η σχέση

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|.$$

Άσκηση 10 – Συνέχεια Πράξεων Μιγαδικών Αριθμών [10/100 Μονάδες]:

Έστω οι μιγαδικοί αριθμοί

$$z = A - iB, \quad w = (A - B) + i(A + B).$$

1. Να υπολογίσετε:

$$u = z^2 + w^2, \quad v = z \cdot \bar{w}.$$

2. Να βρείτε το μέτρο, τον συζυγή και την πολική μορφή των u και v .

3. Να εκφράσετε τους z και w σε πολική μορφή και να υπολογίσετε το μιγαδικό αριθμό $q = \frac{z}{w}$.

Καλή Επιτυχία!

Τέλος 2ης Εργαστηριακής Άσκησης.

Προθεσμία Υποβολής: Πέμπτη, 6 Νοεμβρίου 2025 - 11:55 μ.μ. (23:55).