

## Μαθηματικά Ι - Εξετάσεις Σεπτεμβρίου 2020 (CEID101)



Ασκήσεις

Προεπισκόπηση



## Διαγώνισμα Μαθηματικά Ι (CEID 101-001)

Η συμμετοχή στην εξέταση συνεπάγεται την αποδοχή όλων των όρων της εξέτασης.

Μην απαντάτε στη τύχη. Στο κάθε ερώτημα λειτουργήστε με βάση τον κανόνα "βλέπω-κατανοώ-σκιαγραφώ την λύση-επιλέγω απάντηση".

Καλή επιτυχία

**Ερώτηση: 1**


Εάν η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $a > 0$ , τότε

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{\sqrt{x} - \sqrt{a}} =$$

Απάντηση		Σχόλιο
<input type="checkbox"/>	$f'(\sqrt{a})$ (Βαθμολογία: -0.5)	
<input type="checkbox"/>	$\sqrt{a}f'(\sqrt{a})$ (Βαθμολογία: -0.5)	
<input checked="" type="checkbox"/>	$2\sqrt{a}f'(a)$ (Βαθμολογία: 3)	
<input type="checkbox"/>	Κανένα από τα παραπάνω (Βαθμολογία: -0.5)	
		<b>Βαθμολογία ερώτησης: 3</b>

**Ερώτηση: 2**

<b>Αν</b>		
		$g(x) = \int_0^x e^{t^2} dt, \quad x \in \mathbb{R},$
<b>τότε</b>		
Απάντηση		Σχόλιο
<input type="checkbox"/>	$g''(x) + 2xg(x) = 0$ (Βαθμολογία: -0.5)	
<input checked="" type="checkbox"/>	$g''(x) - 2xg'(x) = g(0)$ (Βαθμολογία: 3)	
<input type="checkbox"/>	$g''(x) + 2xg'(x) > 0$ (Βαθμολογία: -0.5)	
<input type="checkbox"/>	$g''(x) - 2xg'(x) = 1$ (Βαθμολογία: -0.5)	
		<b>Βαθμολογία ερώτησης: 3</b>

<b>Ερώτηση: 3</b> 		
<b>Για ποιά τιμή της πραγματικής παραμέτρου <math>p</math> ισχύει</b>		
$\lim_{n \rightarrow \infty} n^p \sin\left(\frac{1}{n}\right) = 0;$		
Απάντηση		Σχόλιο
<input checked="" type="checkbox"/>	$p < 1$ (Βαθμολογία: 3)	
<input type="checkbox"/>	$p = 1$ (Βαθμολογία: -0.5)	
<input type="checkbox"/>	$p > 1$ (Βαθμολογία: -0.5)	

<input type="checkbox"/>	$p > 0$ (Βαθμολογία: -0.5)	
		<b>Βαθμολογία ερώτησης: 3</b>

**Ερώτηση: 4** 

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{4n+2} =$$

Απάντηση		Σχόλιο
<input checked="" type="checkbox"/>	$e^4$ (Βαθμολογία: 3)	
<input type="checkbox"/>	1 (Βαθμολογία: -0.5)	
<input type="checkbox"/>	$e^6$ (Βαθμολογία: -0.5)	
<input type="checkbox"/>	$e^{1/4}$ (Βαθμολογία: -0.5)	
		<b>Βαθμολογία ερώτησης: 3</b>

**Ερώτηση: 5** 

Ποιες από τις παρακάτω σειρές συγκλίνουν;

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{3n^2 - 2}}, \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n + 1}, \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{5n^3 - 3}, \quad (d) \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n}.$$

Απάντηση		Σχόλιο
<input type="checkbox"/>	Οι (a), (b), (d). (Βαθμολογία: -0.5)	
<input type="checkbox"/>	Οι (a), (c). (Βαθμολογία: -0.5)	

<input type="checkbox"/>	Οι $(a), (c), (d)$ . (Βαθμολογία: -0.5)	
<input checked="" type="checkbox"/>	Οι $(b), (d)$ . (Βαθμολογία: 3)	
<b>Βαθμολογία ερώτησης: 3</b>		

**Ερώτηση: 6** 

Για ποια τιμή της παραμέτρου  $c$  είναι η ευθεία  $y = 5x - 7$  εφαπτομένη της  $y = x^2 + c$ ;

Απάντηση		Σχόλιο
<input checked="" type="checkbox"/>	$c = -3/4$ (Βαθμολογία: 3)	
<input type="checkbox"/>	$c = 5/7$ (Βαθμολογία: -0.5)	
<input type="checkbox"/>	$c = 7/5$ (Βαθμολογία: -0.5)	
<input type="checkbox"/>	Δεν υπάρχει τέτοιο $c$ . (Βαθμολογία: -0.5)	
<b>Βαθμολογία ερώτησης: 3</b>		

**Ερώτηση: 7** 

Για ποιες τιμές των παραμέτρων  $a$  και  $b$  το πολυώνυμο  $p(x) = 1 + ax + bx^2$ , μεταξύ όλων των πολυωνύμων δεύτερου βαθμού, παρέχει την τυπική προσέγγιση στην  $f(x) = \sqrt{1+x^2}$  γύρω από το  $x = 0$  ;

Απάντηση		Σχόλιο
<input type="checkbox"/>	$a = 1$ και $b = 0$ (Βαθμολογία: -0.5)	
<input type="checkbox"/>	$a = 1$ και $b = 1$ (Βαθμολογία: -0.5)	
<input type="checkbox"/>	$a = -1$ και $b = 1$ (Βαθμολογία: -0.5)	

<input checked="" type="checkbox"/>	$a = 0$ και $b = 1/2$ (Βαθμολογία: 3)	
		<b>Βαθμολογία ερώτησης: 3</b>

**Ερώτηση: 8** 

Εάν  $a$  και  $b$  είναι πραγματικές σταθερές, με τουλάχιστον μία διάφορη του μηδενός, να βρεθεί η τιμή του  $\omega$  για την οποία

$$a \cos x + b \sin x = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(x - \omega).$$

Απάντηση	Σχόλιο	
<input type="checkbox"/>	$\omega = \sec \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ (Βαθμολογία: -0.5)	
<input type="checkbox"/>	$\omega = \sin^{-1} \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ (Βαθμολογία: -0.5)	
<input type="checkbox"/>	$\omega = \tan^{-1} \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ (Βαθμολογία: -0.5)	
<input checked="" type="checkbox"/>	$\omega = \cos^{-1} \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ (Βαθμολογία: 3)	
<b>Βαθμολογία ερώτησης: 3</b>		

**Ερώτηση: 9** 

Να βρεθεί το όριο κάθε μιας από τις σειρές, καθώς και το διάστημα σύγκλισης.

$$(a) \quad f(x) = x + x^3 + x^5 + \dots, \quad (b) \quad g(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \dots, \quad (c) \quad h(x) = x - 2x^2 + 3x^3 - \dots$$

Υπάρχουν τρεις επιλογές για κάθε σειρά, **μόνο μία** είναι η σωστή.

Απάντηση	Σχόλιο
<input type="checkbox"/> $f(x) = \frac{1}{1-x^2}, \quad -1 < x < 1.$ (Βαθμολογία: -0.5)	
<input checked="" type="checkbox"/> $f(x) = \frac{x}{1-x^2}, \quad -1 < x < 1.$ (Βαθμολογία: 2)	
<input type="checkbox"/> $f(x) = \frac{x}{(1+x)^2}, \quad -1 < x < 1.$ (Βαθμολογία: -0.5)	
<input type="checkbox"/> $g(x) = \frac{1}{x-1}, \quad -1 < x < 1.$ (Βαθμολογία: -0.5)	
<input checked="" type="checkbox"/> $g(x) = \frac{1}{x-1}, \quad x < -1 \quad \text{ή} \quad 1 < x.$ (Βαθμολογία: 2)	
<input type="checkbox"/> $g(x) = \frac{x}{x-1}, \quad x < -1 \quad \text{ή} \quad 1 < x.$ (Βαθμολογία: -0.5)	
<input type="checkbox"/> $h(x) = \frac{x}{1+x}, \quad -1 < x < 1.$ (Βαθμολογία: -0.5)	
<input type="checkbox"/> $h(x) = \frac{1}{(x-1)^2}, \quad -1 < x < 1.$ (Βαθμολογία: -0.5)	
<input checked="" type="checkbox"/> $h(x) = \frac{x}{(1+x)^2}, \quad -1 < x < 1.$ (Βαθμολογία: 2)	
<b>Βαθμολογία ερώτησης: 6</b>	

**Ερώτηση: 10**

Να βρεθούν όλες οι τιμές των πραγματικών παραμέτρων  $p, q, r$  για τις οποίες τα παρακάτω ολοκληρώματα συγκλίνουν.

$$(a) \int_1^\infty \frac{(1 + \ln x)^p}{x} dx, \quad (b) \int_0^\infty \frac{e^{qx}}{e^{x/2} + 2} dx, \quad (c) \int_0^\infty \frac{e^{x/2} + 2}{e^{rx}} dx.$$

Απάντηση

Σχόλιο

<input type="checkbox"/>	$p < 0, \quad q < 0, \quad r > 1/2$ (Βαθμολογία: -0.5)	
<input type="checkbox"/>	$p < -1, \quad q < 0, \quad r < 1/2$ (Βαθμολογία: -0.5)	
<input type="checkbox"/>	$p < 0, \quad q < 1/2, \quad r < 0$ (Βαθμολογία: -0.5)	
<input checked="" type="checkbox"/>	$p < -1, \quad q < 1/2, \quad r > 1/2$ (Βαθμολογία: 3)	
		<b>Βαθμολογία ερώτησης: 3</b>

**Συνολική βαθμολογία άσκησης: 33**