



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS



# ΘΕΩΡΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Εμμανουήλ Ζ. Ψαράκης  
Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής

# Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων



Pierre-Simon Laplace  
1749-1827



Joseph Fourier  
1768 -1830



Simeon Denis Poisson  
1781-1840



Rudolf E. Kalman  
1930-2016



# Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων

## Σκοπός του μαθήματος

Η Συστηματική Περιγραφή:

- των Σημάτων και
- των Συστημάτων



# Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων



**Τι είναι Σήμα;**

Ένα πρότυπο μεταβολών μιας ποσότητας που μπορεί να:

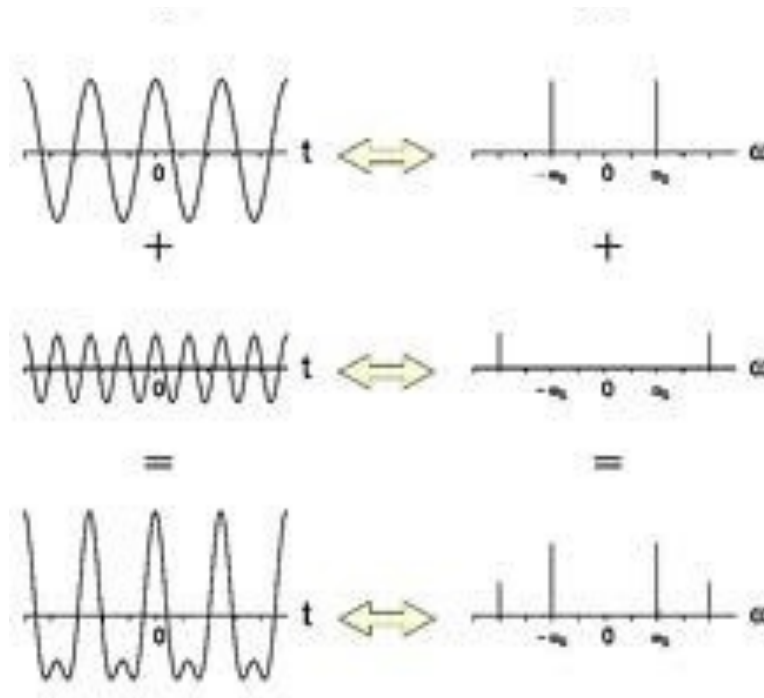
- επεξεργαστεί
- αποθηκευθεί
- μεταδοθεί



# Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων

## Ημητονικά Περιοδικά Σήματα

Joseph Fourier 1768 –1830



# Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων

## Περιγραφή Σημάτων: Η έννοια της Βάσης

Κάθε περιοδικό σήμα με θεμελιώδη περίοδο  $T_0$  μπορεί να γραφεί ως ακολούθως

Joseph Fourier 1768 –1830

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{j(2\pi/T_0)kt}$$

Το γεγονός ότι μια ασυνεχής τετραγωνική κυματομορφή μπορεί να αναπαρασταθεί με ένα άπειρο αριθμό ημιτονοειδών κυμάτων ήταν ένας από τους εκπληκτικούς ισχυρισμούς στην περίφημη εργασία του Fourier το 1807. Πήρε πολλά χρόνια πριν οι μαθηματικοί καταφέρουν να βρουν μια αυστηρά τεκμηριωμένη απόδειξη που να πιστοποιεί τον ισχυρισμό του Fourier.

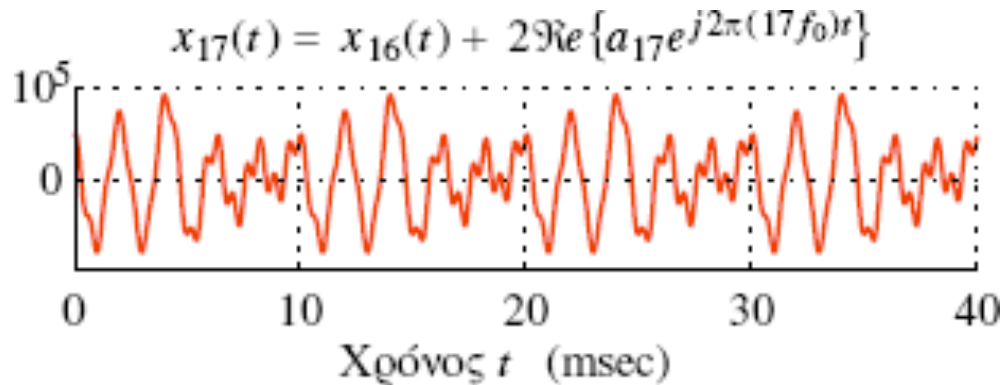


# Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων

## Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων



Παράδειγμα: Συνθετικό φωνήεν.



# Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων

## Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων



Παράδειγμα: Συνθετικό φωνήεν.

$k$	$f_k$ (Hz)	$a_k$	Μέτρο	Φάση
1	100	0	0	0
2	200	$386 + j6101$	6113	1.508
3	300	0	0	0
4	400	$-4433 + j14024$	14708	1.877
5	500	$24000 - j4498$	24418	-0.185
6	600	0	0	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
15	1500	0	0	0
16	1600	$828 - j6760$	6811	-1.449
17	1700	$2362 + j0$	2362	0

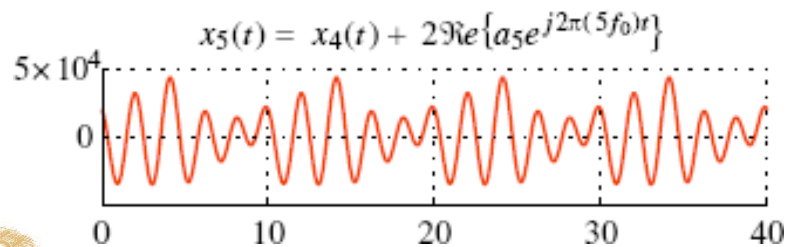
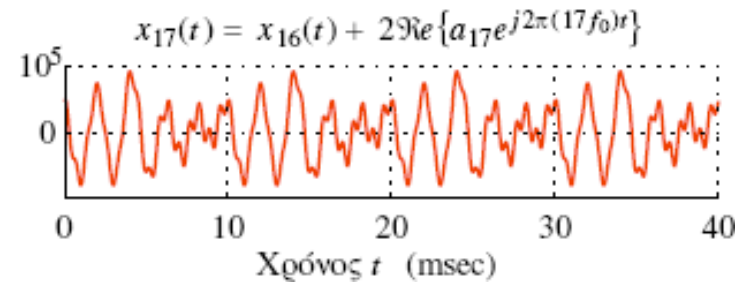
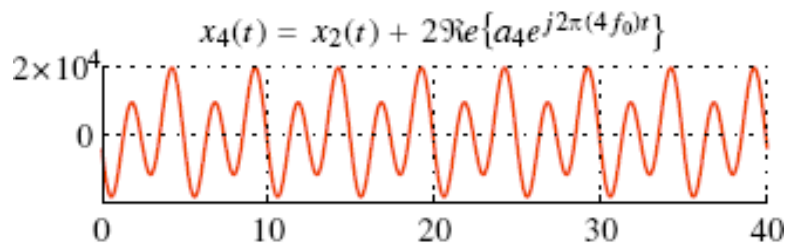
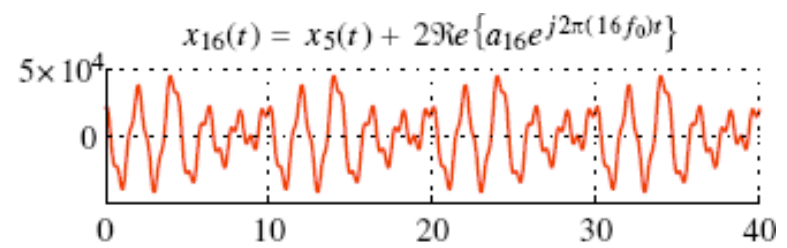
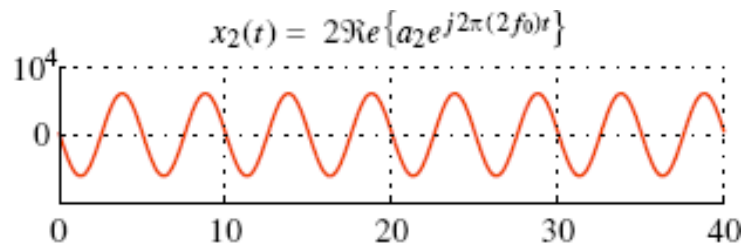




# Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων

## Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων

Παράδειγμα: Συνθετικό φωνηεν-γραφικές παρουσιάσεις μερικών υφροισμάτων

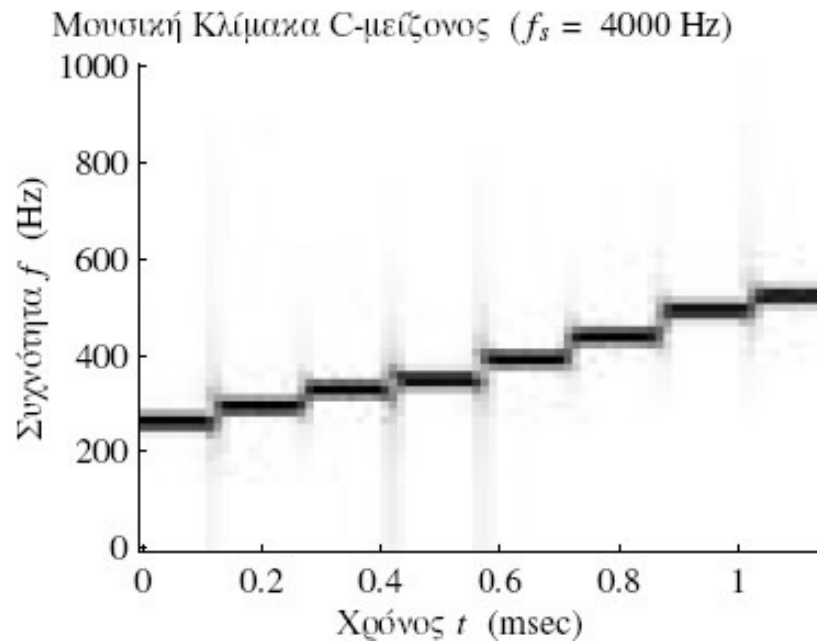


# Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων

## Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων

Χρόνο-Συχνотική Περιγραφή Σημάτων-Φασματογράφημα.

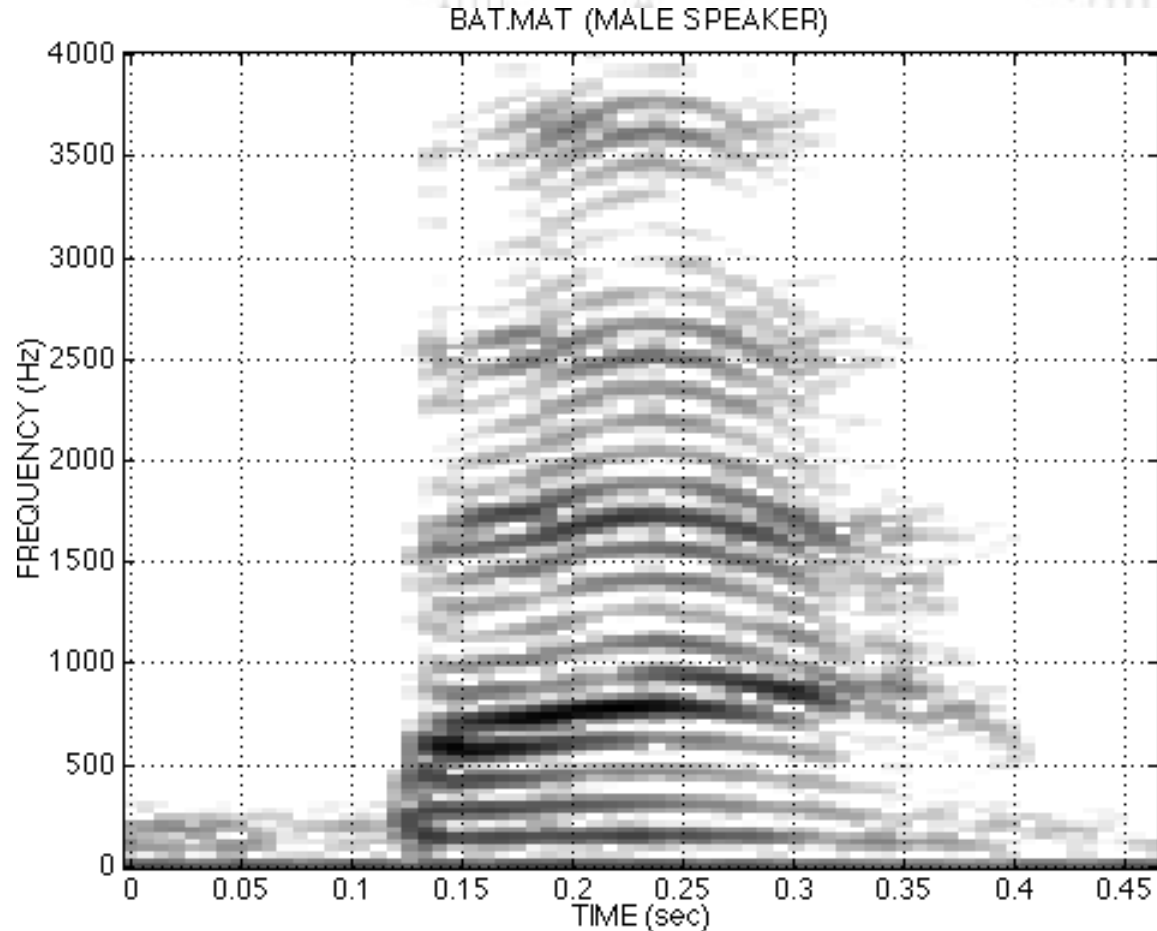
Μεσαία C	D	E	F	G	A	B	C
262 Hz	294	330	349	392	440	494	523



# Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων

## Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων

Χρόνο-Συχνотική Περιγραφή Σημάτων-Φασματογράφημα.



# Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων

## Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων

Περιγραφή Σημάτων στο Χώρο της Συχνότητας-Φάσμα Σήματος

1. Η Περίπτωση Γραμμικού Συνδυασμού Ημιτονοειδών Σημάτων (χωρίς περιορισμό στις συχνότητές τους)
2. Η Περίπτωση του Πεπερασμένου Πλήθους Αρμονικών (Σειρές Fourier)
3. Η Περίπτωση του Άπειρου *αλλά* Αριθμήσιμου Πλήθους Αρμονικών (Σειρές Fourier)
4. Η Περίπτωση του Άπειρου *μη* Αριθμήσιμου Πλήθους Αρμονικών (Μετασχηματισμός Fourier)



# Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων

Σκοπός του μαθήματος

Τι είναι Σύστημα;

Οτιδήποτε μπορεί να:

- χειριστεί
- καταγράψει
- μεταδώσει

σήματα.

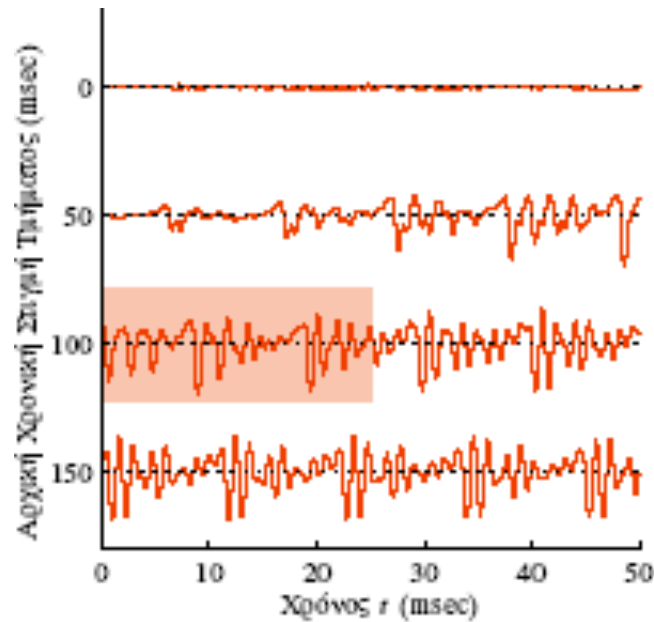


# Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων

## Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων

Τα σήματα ως πρότυπα μεταβολών στο Συνεχές χρόνο.

$s(t)$



$t$

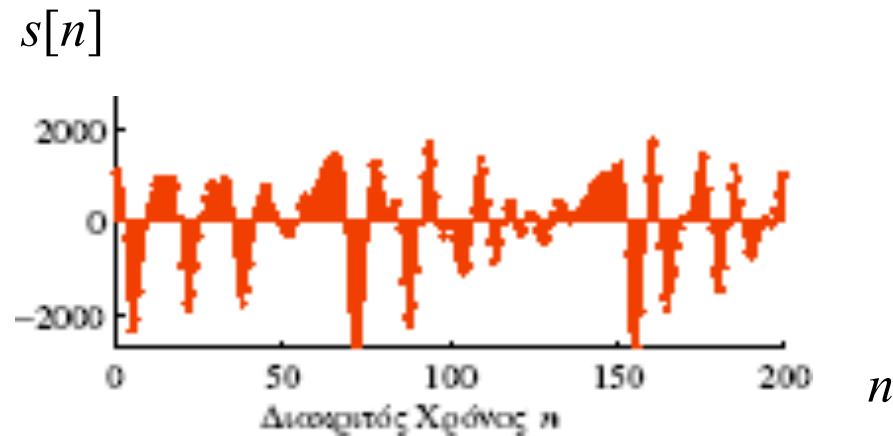


# Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων

## Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων



Τα σήματα ως πρότυπα μεταβολών στο Διακριτό χρόνο.



$$s[n] = s(t) |_{t=nT_s}$$

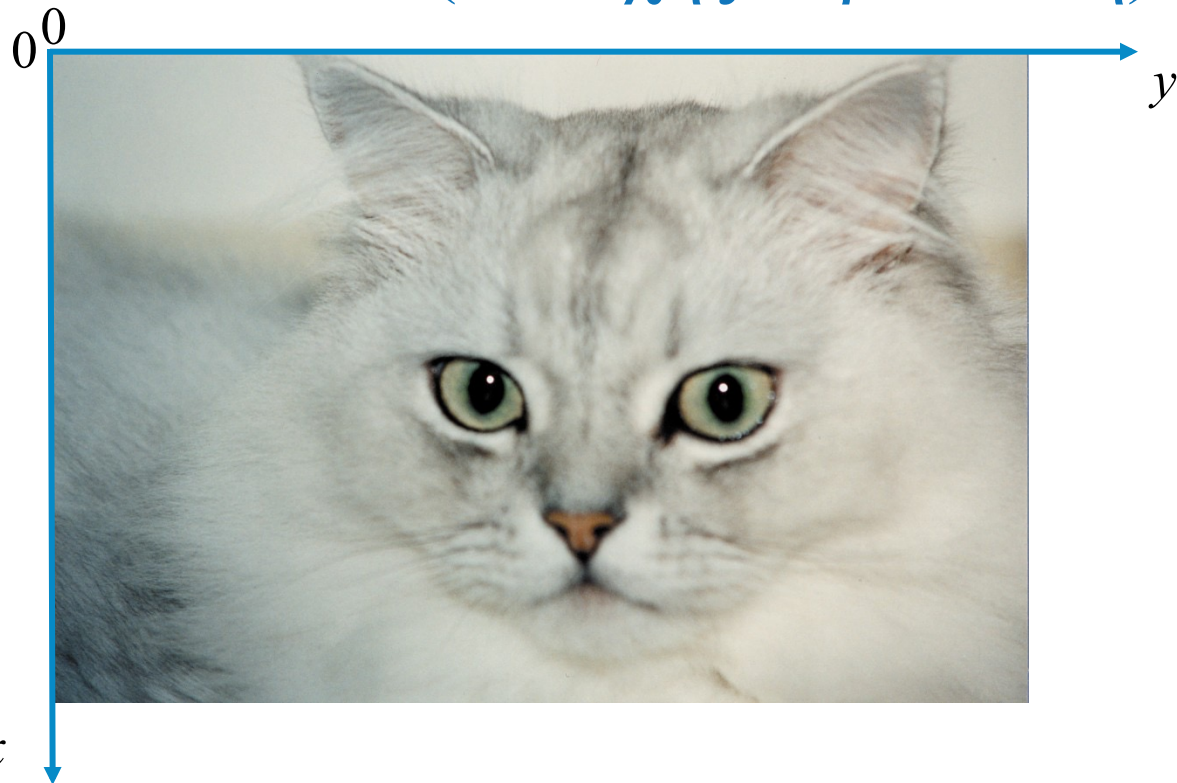


# Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων

## Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων



Τα σήματα ως πρότυπα χωρικών μεταβολών  
(Συνεχής περίπτωση).





# Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων

## Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων



Τα σήματα ως πρότυπα χωρικών μεταβολών  
(Διακριτή περίπτωση).

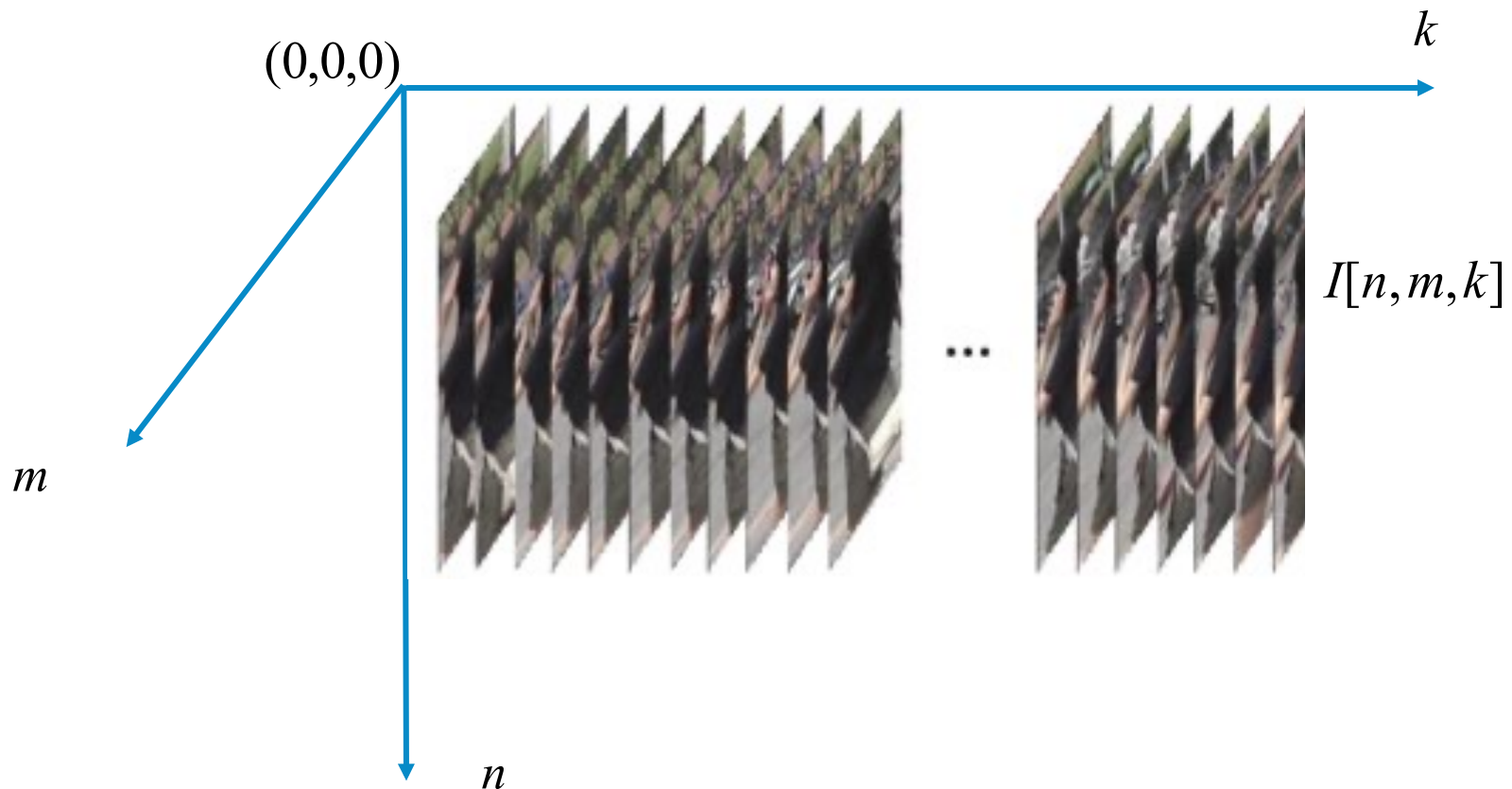


$$I[n, m] = I(x, y) |_{x=n\Delta x, y=m\Delta y}$$

# Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων

## Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων

Τα σήματα ως πρότυπα χώρο-χρονικών μεταβολών.

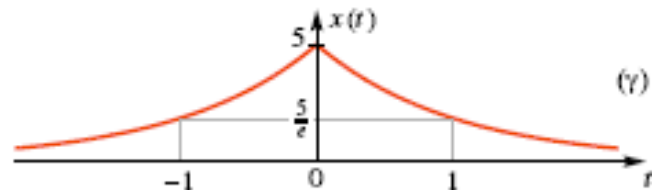
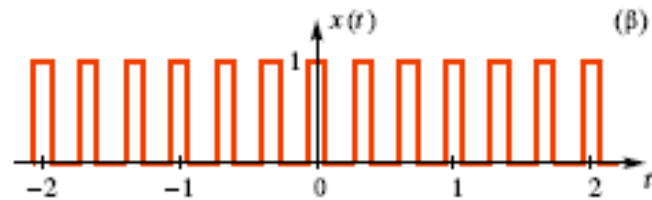
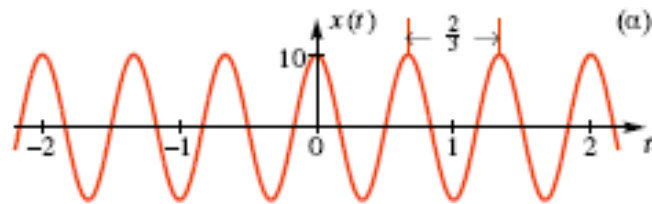


# Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων

## Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων

Κατηγοριοποίηση των σημάτων, σε σχέση με την διάρκειά τους

- Δίπλευρα Άπειρης Διάρκειας Σήματα.



# Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων

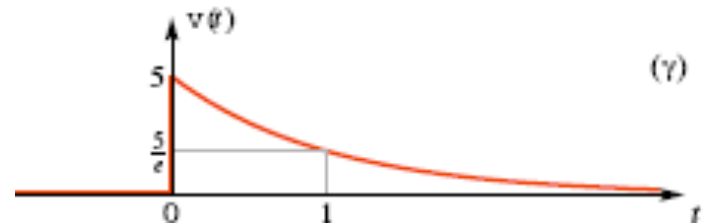
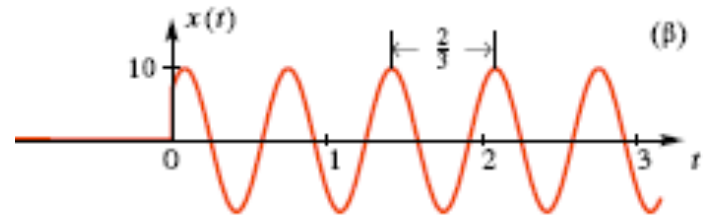
## Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων

- Μονόπλευρα Άπειρης Διάρκειας Σήματα.

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

$$x(t) = 10 \cos(3\pi t - \pi/4)u(t)$$

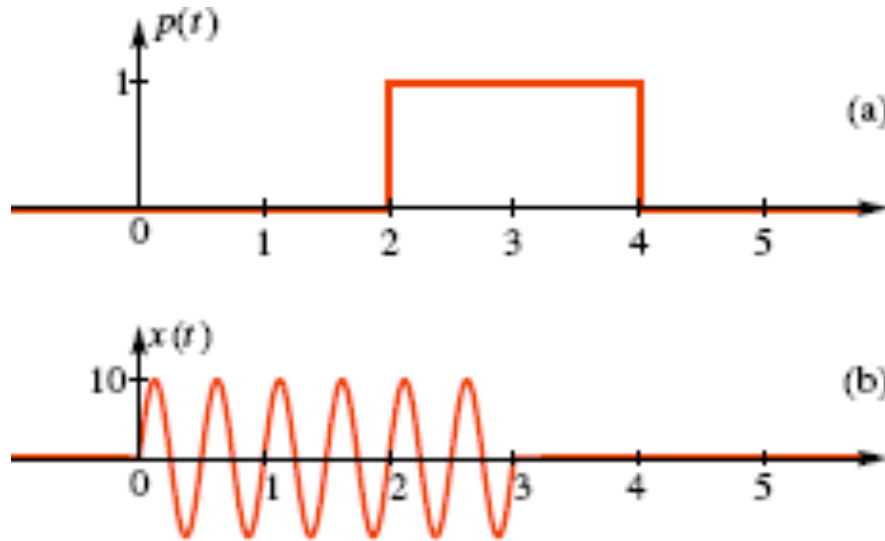
$$v(t) = 5e^{-\alpha t}u(t)$$



# Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων

## Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων

- Σήματα Πεπερασμένης Διάρκειας.

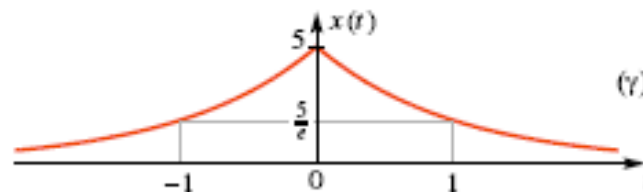
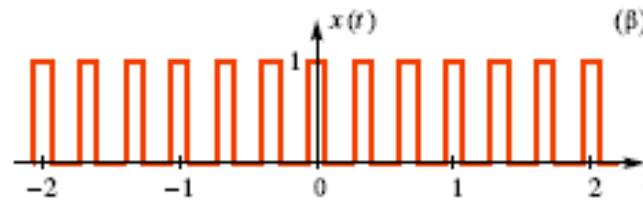
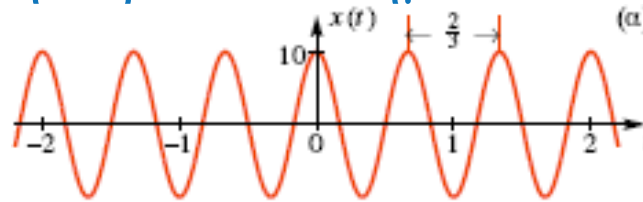


# Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων

## Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων

Κατηγοριοποίηση των σημάτων σε σχέση με την επαναληψιμότητα ή μη ενός προτύπου.

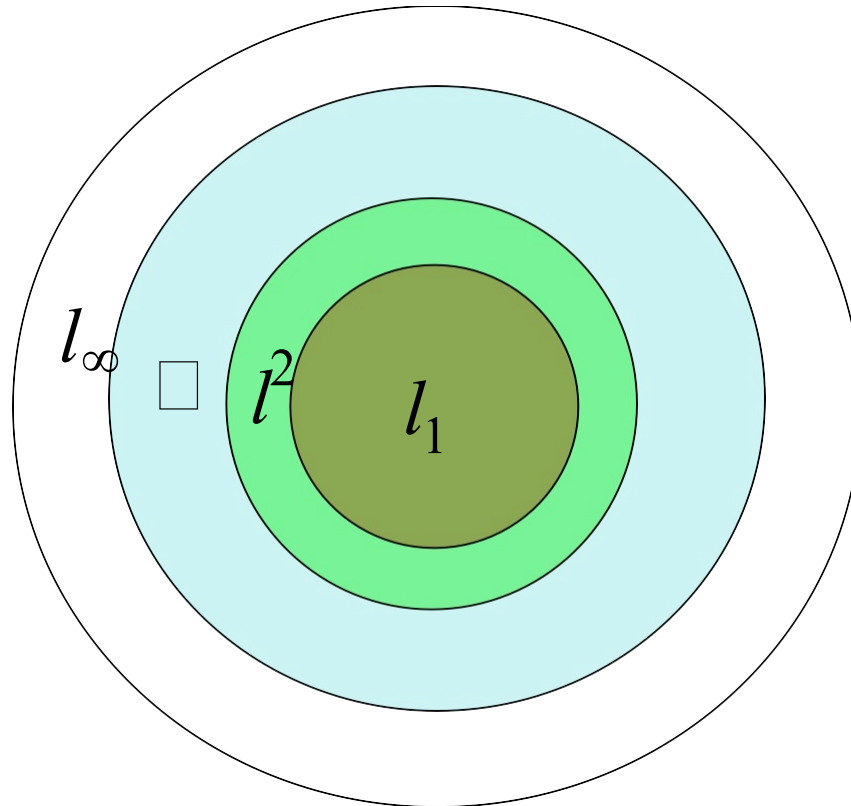
- Περιοδικά και Μη-περιοδικά Σήματα.



# Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων

## Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων

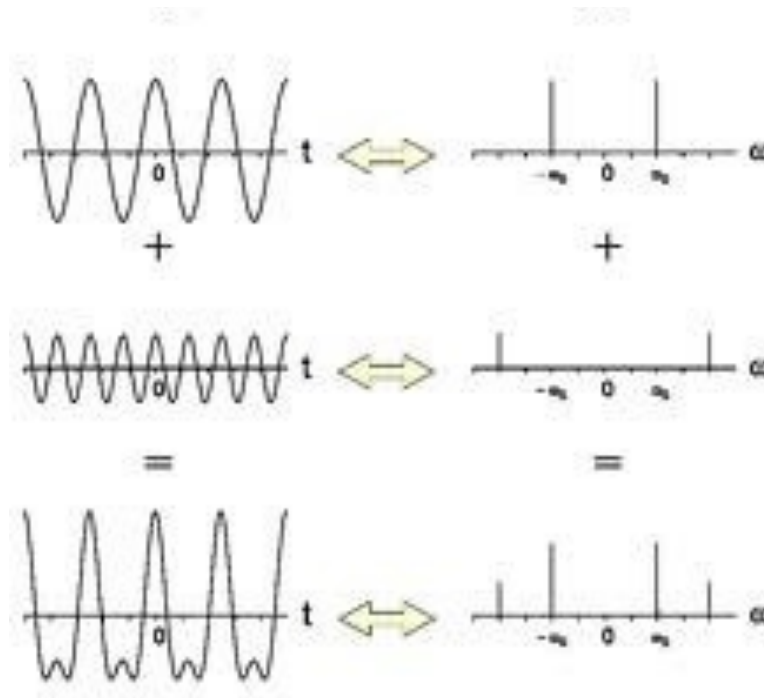
Κατηγοριοποίηση των σημάτων διακριτού (συνεχούς) χρόνου σε σχέση με το αν υπάρχει ή μη η  $l_p (L_p)$  ( $1 < p < \infty$ ) μετρική τους.



# Μερικές Κλασικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

## Μετασχηματισμός Σημάτων

Joseph Fourier 1768 –1830

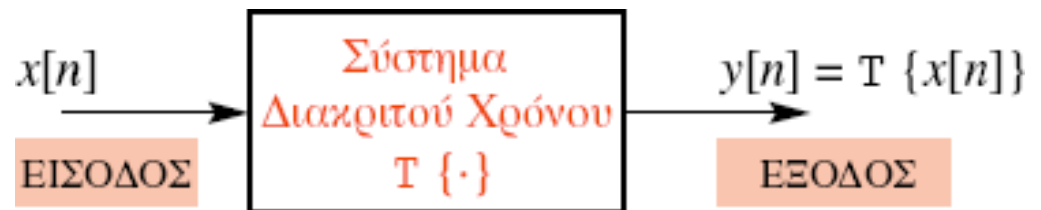
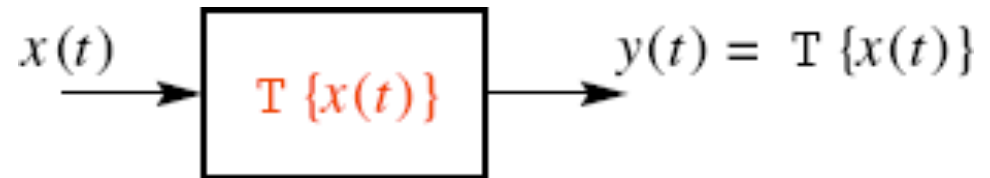




# Μερικές Κλασικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

## Γραμμικά Συστήματα

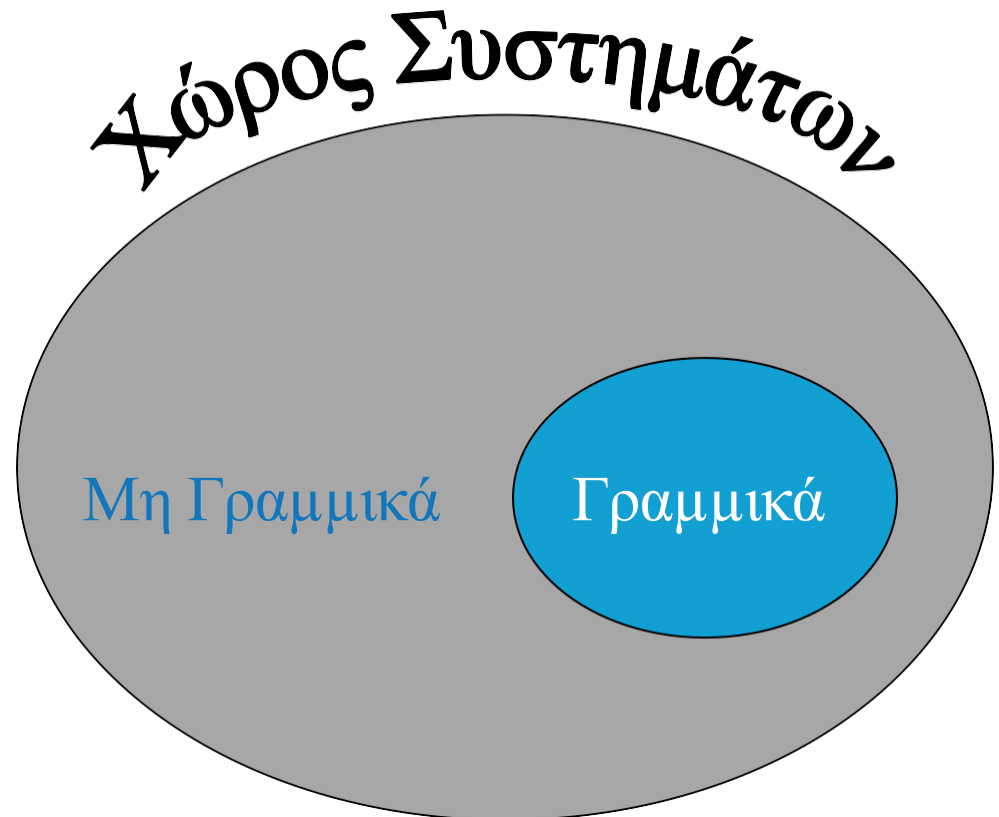
Joseph Fourier 1768 –1830



# Μερικές Κλασικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

## Γραμμικά μη Γραμμικά Συστήματα

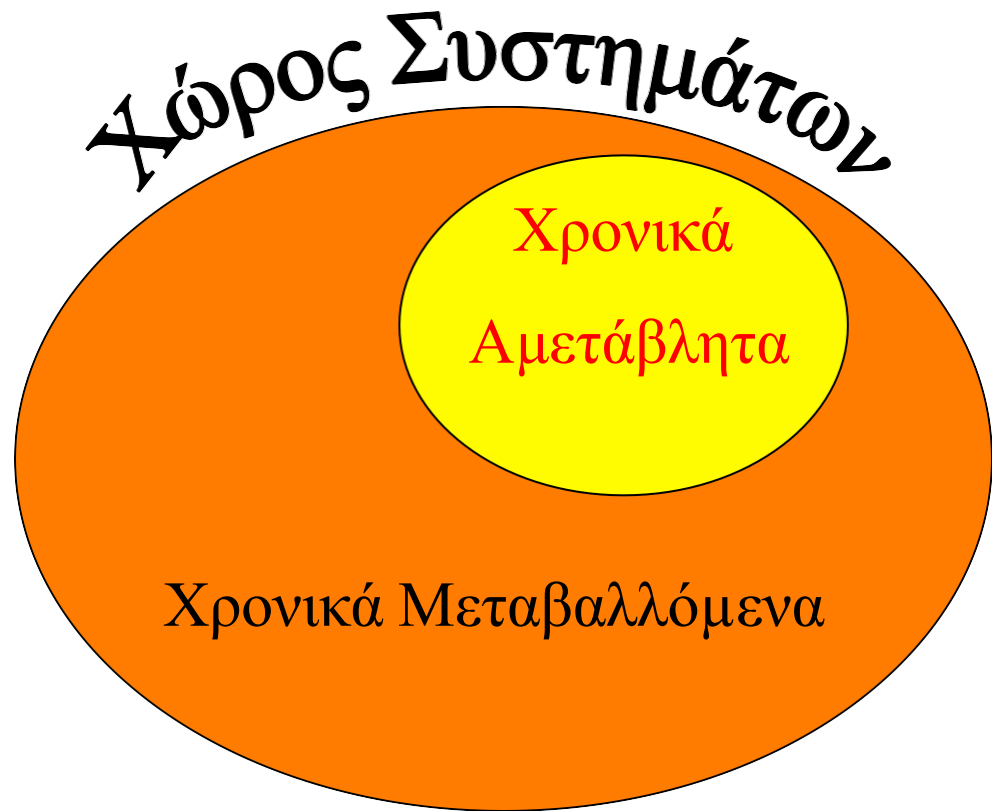
Joseph Fourier 1768 –1830



# Μερικές Κλασικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

## Χρονικά Αμετάβλητα και Χρονικά Μεταβαλλόμενα

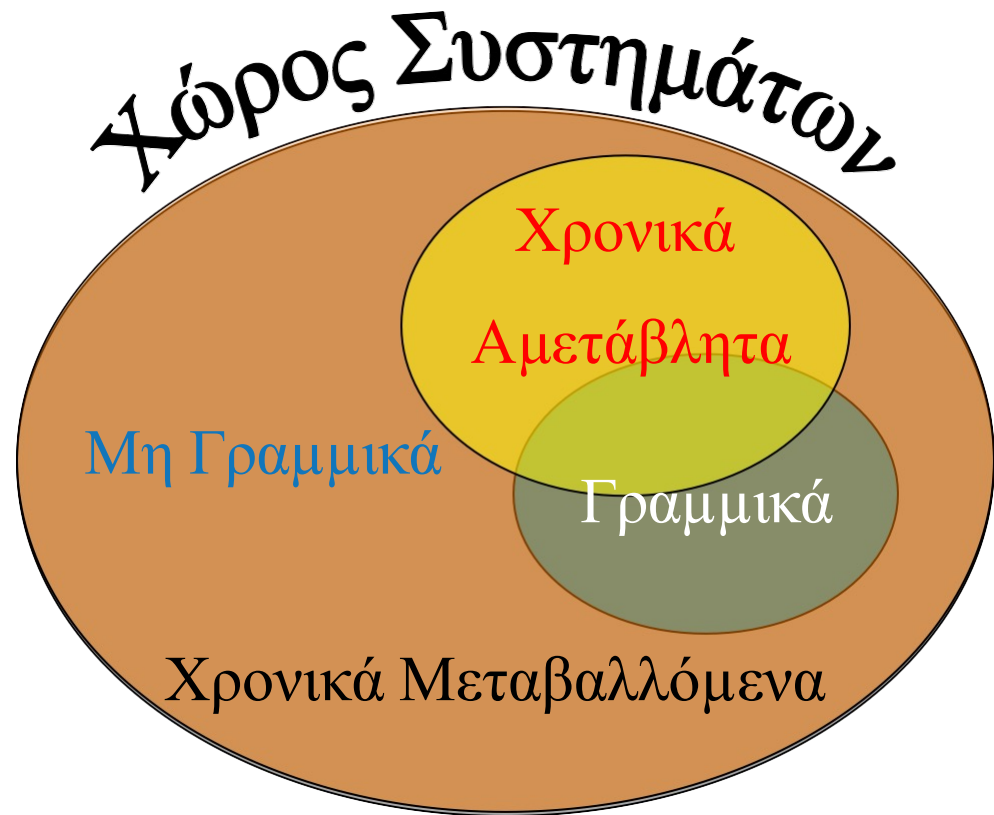
Joseph Fourier 1768 –1830



# Μερικές Κλασικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

## Γραμμικά Χρονικά Αμετάβλητα Συστήματα

Joseph Fourier 1768 –1830

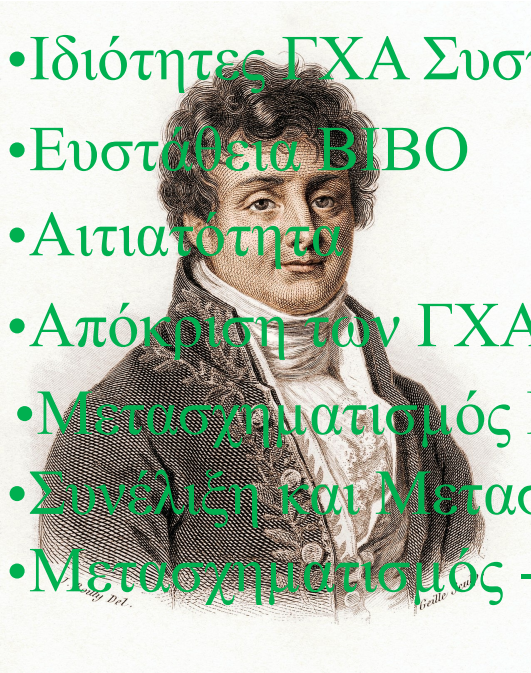


# Μερικές Κλασικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

## Γραμμικά Χρονικά Αμετάβλητα Συστήματα

Joseph Fourier 1768 –1830

- Ιδιότητες ΓΧΑ Συστημάτων Συνεχούς Χρόνου.
- Ευστάθεια BIBO
- Αιτιατότητα
- Απόκριση των ΓΧΑ Συστημάτων σε Μιγαδικά Εκθετικά Σήματα
- Μετασχηματισμός Fourier Συνεχούς Χρόνου Σημάτων
- Συνάλιξη και Μετασχηματισμός Fourier Συνεχούς Χρόνου Σημάτων
- Μετασχηματισμός -*Laplace*



# Μερικές Κλασικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

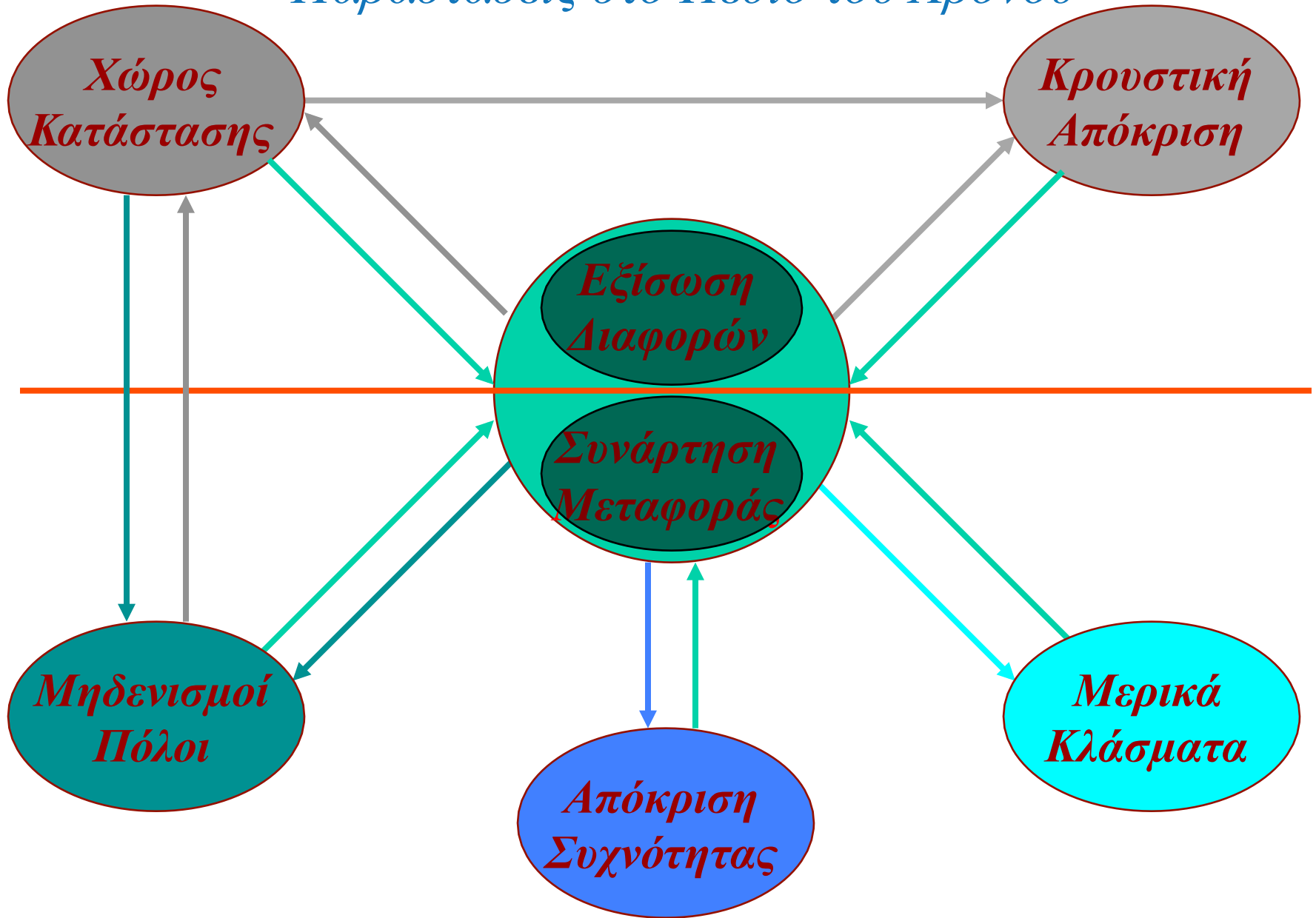
## Γραμμικά Χρονικά Αμετάβλητα Συστήματα

Joseph Fourier 1768 –1830

- Ιδιότητες ΓΧΑ Συστημάτων Διακριτού Χρόνου.
- Ευστάθεια BIBO
- Αιτιατότητα
- Απόκριση των ΓΧΑ Συστημάτων σε Μιγαδικές Εκθετικές Ακολουθίες
- Διακριτού Χρόνου Μετασχηματισμός Fourier
- Συνέλιξη και Διακριτού Χρόνου Μετασχηματισμός Fourier
- Μετασχηματισμός -Z



# Παραστάσεις στο Πεδίο του Χρόνου

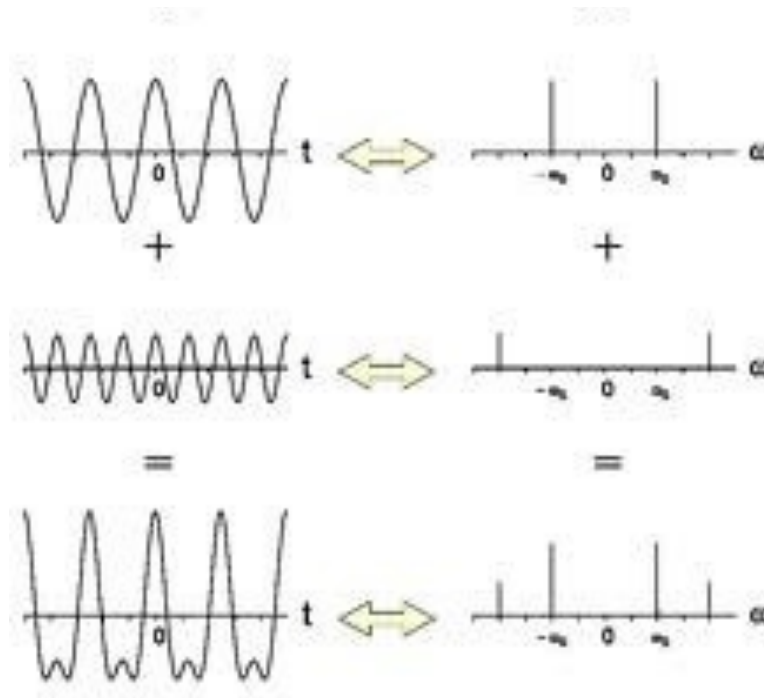


# Παραστάσεις στο Μιγαδικό Επίπεδο

# Μερικές Κλασικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

## Μετασχηματισμός Σημάτων

Joseph Fourier 1768 –1830





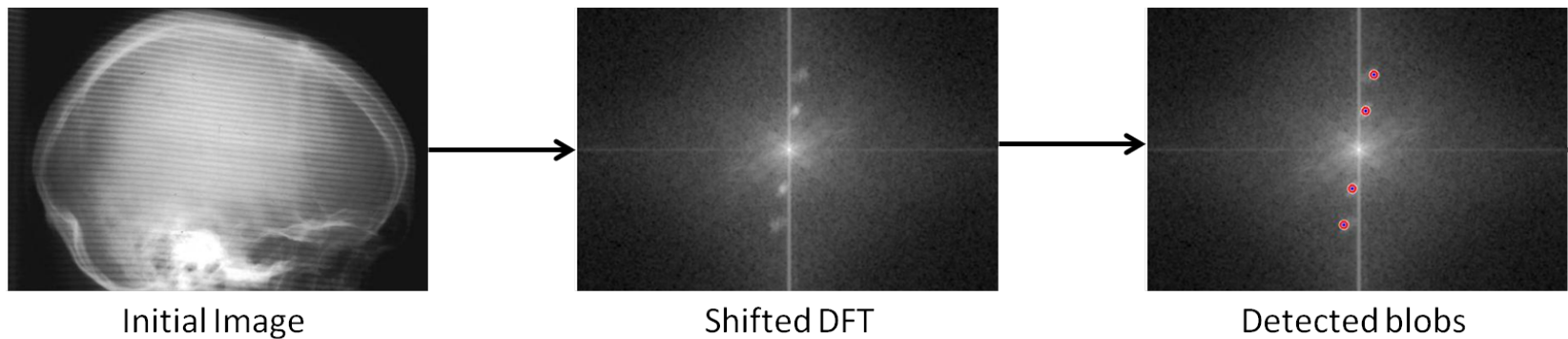
# Μερικές Κλασικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

## 2-Δ Γραμμικοί Μετασχηματισμοί Σημάτων



# Μερικές Κλασικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

## Μετασχηματισμοί Σημάτων ...



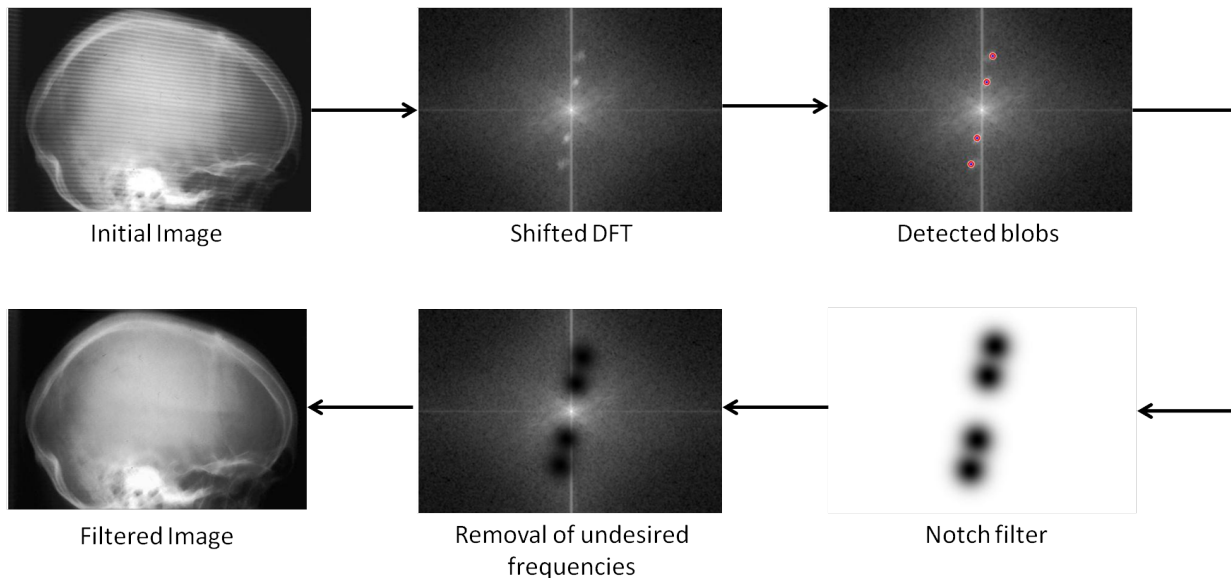
## ... και Το Προσθετικό Μοντέλο

$$\text{Σήμα} = \text{Πληροφορία} + \text{Θόρυβος}$$

# Μερικές Κλασικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

## Επεξεργασία Σημάτων: Φιλτράρισμα (1#4)

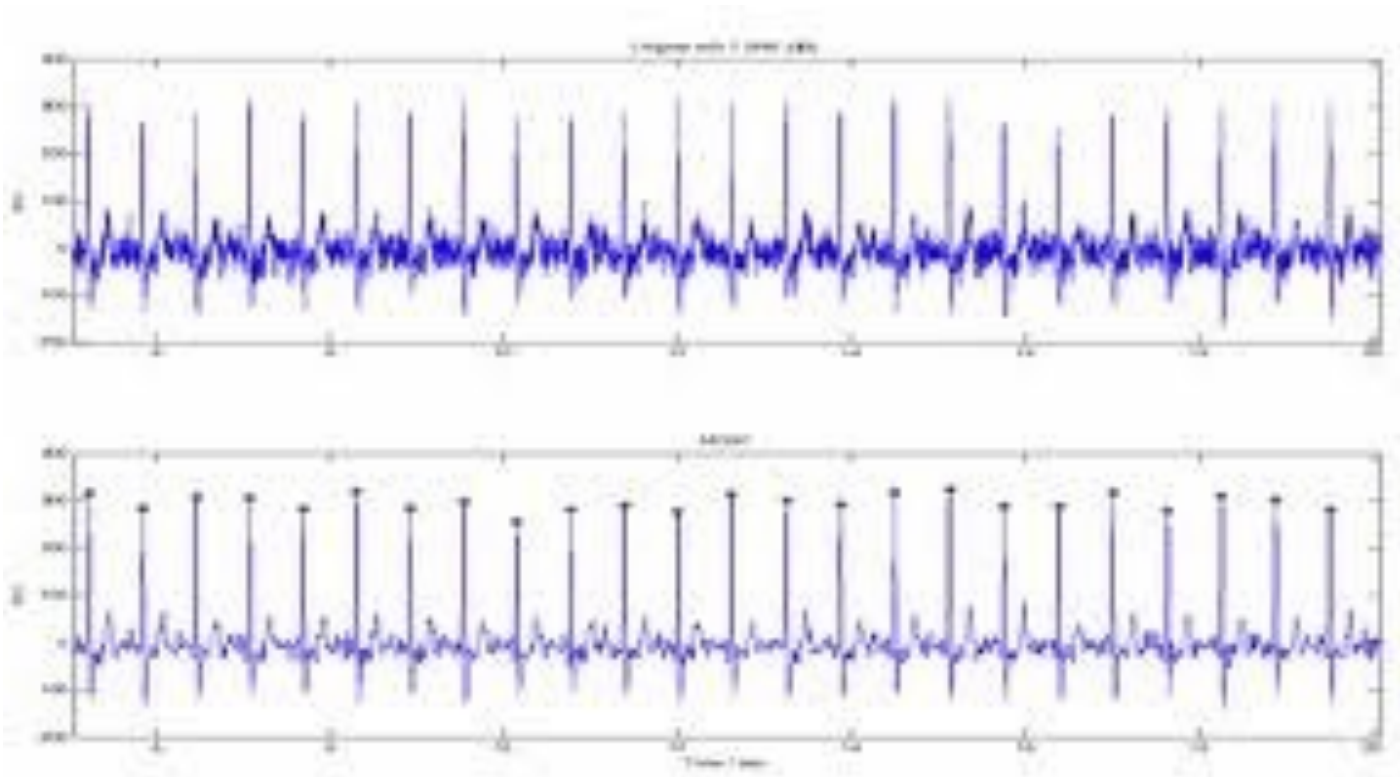
Σήμα = Πληροφορία + Θόρυβος



# Μερικές Κλασικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

Επεξεργασία Σημάτων: Φιλτράρισμα (2#4)

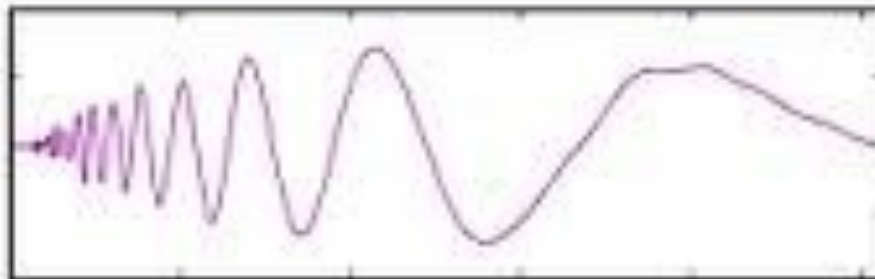
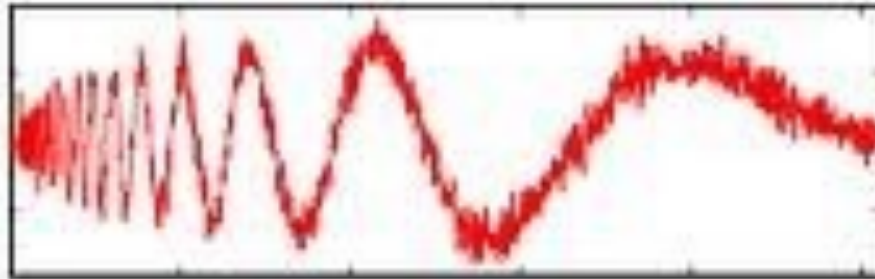
Σήμα = Πληροφορία + Θόρυβος



# Μερικές Κλασικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

Επεξεργασία Σημάτων: Φιλτράρισμα (3#4)

Σήμα = Πληροφορία + Θόρυβος



# Μερικές Κλασικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

Επεξεργασία Σημάτων: Φιλτράρισμα (4#4)

Σήμα = Πληροφορία + Θόρυβος



# Μερικές Κλασικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

Επεξεργασία Σημάτων: Συμπύεση

(1#4)

Δεδομένα = Πληροφορία + Πλεονάζοντα Δεδομένα



Μερικά Πρότυπα ....

- Mp3, mp4, ...
- JPEG, JPEG2000, .
- MPEG-4, MPEG-7,

# Μερικές Κλασικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

Επεξεργασία Σημάτων: Συμπίεση

(2#4)

Δεδομένα = Πληροφορία + Πλεονάζοντα Δεδομένα



Αρχική



Συμπιεσμένη (27:1) JPEG



# Μερικές Κλασικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

Επεξεργασία Σημάτων: Συμπίεση

(3#4)

Δεδομένα = Πληροφορία + Πλεονάζοντα Δεδομένα



Αρχική



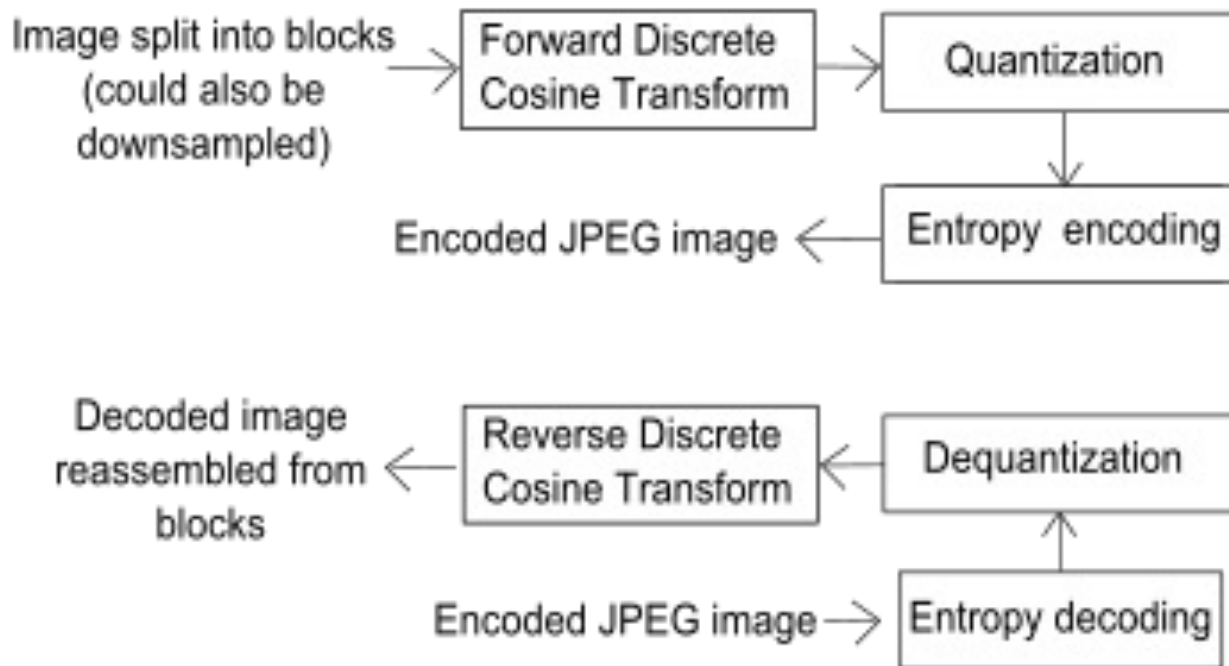
Συμπιεσμένη (27:1) JPEG2000

# Μερικές Κλασικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

Επεξεργασία Σημάτων: Συμπίεση

(4#4)

Δεδομένα = Πληροφορία + Πλεονάζοντα Δεδομένα



# Μερικές Μοντέρνες Εφαρμογές που η Επεξεργασία Σημάτων είναι Παρούσα

## Εικονική Πραγματικότητα (Virtual Reality)



# Μερικές Μοντέρνες Εφαρμογές που η Επεξεργασία Σημάτων είναι Παρούσα

## Επαυξημένη Πραγματικότητα (Augmented Reality)



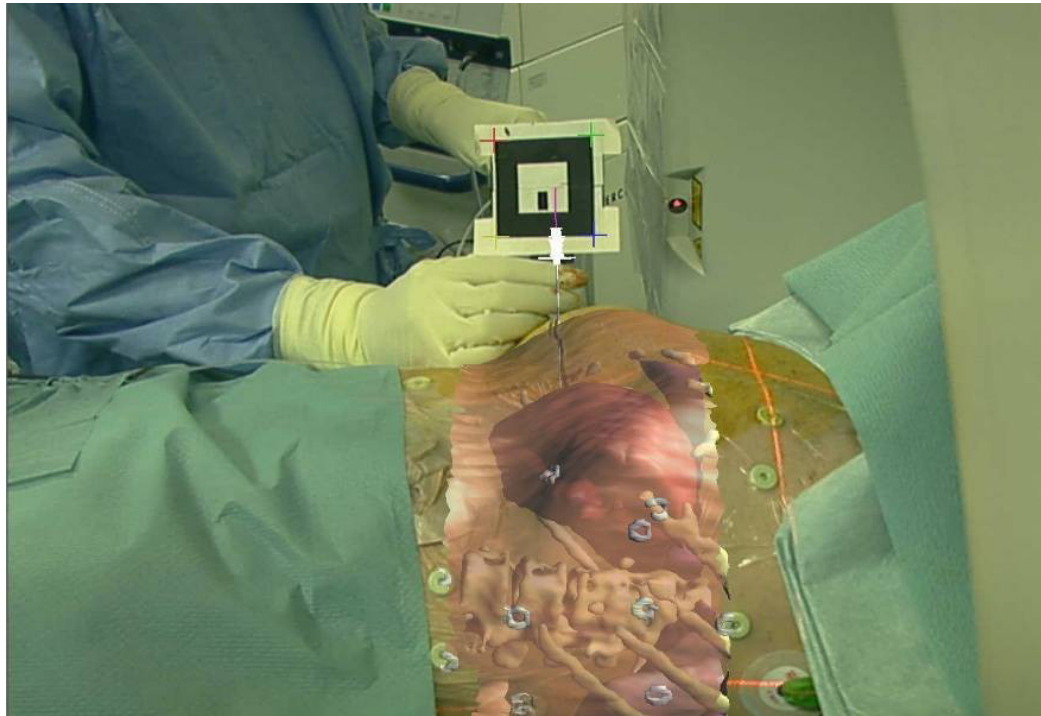
# Μερικές Μοντέρνες Εφαρμογές που η Επεξεργασία Σημάτων είναι Παρούσα

Επαυξημένη Πραγματικότητα (Augmented Reality)



# Μερικές Μοντέρνες Εφαρμογές που η Επεξεργασία Σημάτων είναι Παρούσα

Επαυξημένη Πραγματικότητα (Augmented Reality)



# Μερικές Μοντέρνες Εφαρμογές που η Επεξεργασία Σημάτων είναι Παρούσα

## Επαυξημένη Πραγματικότητα (Augmented Reality)



# Μερικές Μοντέρνες Εφαρμογές που η Επεξεργασία Σημάτων είναι Παρούσα

## Αναγεννητικά Συνελκτικά Νευρωνικά Δίκτυα





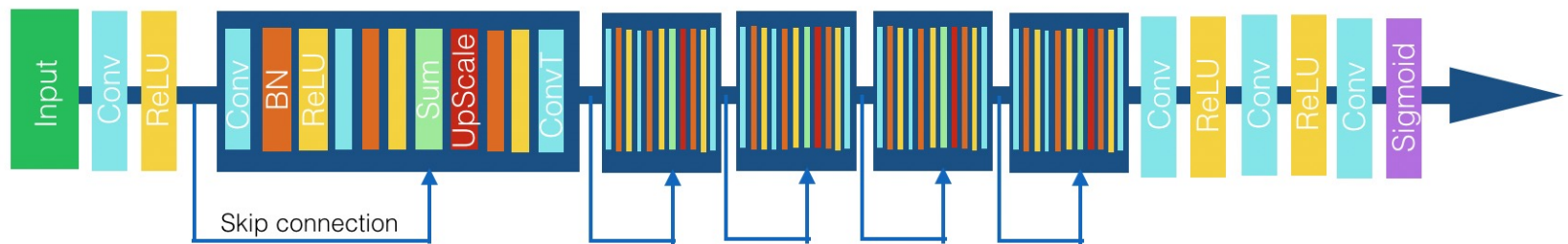
# State of the art Τεχνολογικά Εργαλεία στα οποία Σήματα και Συστήματα είναι Παρόντα

Αναγεννητικά Συνελκτικά Νευρωνικά Δίκτυα

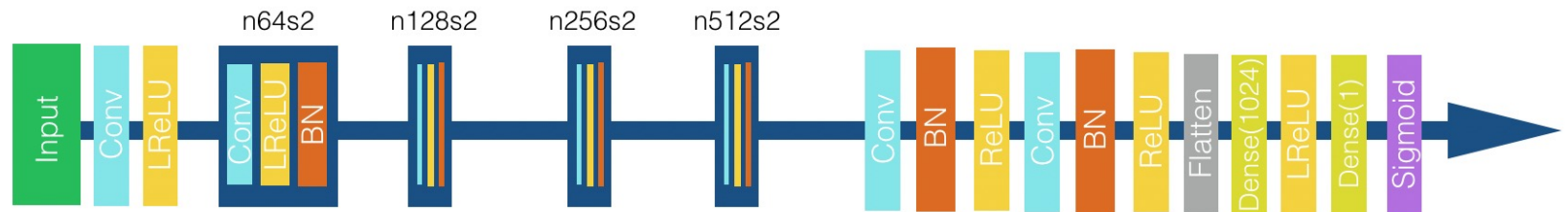


# State of the art Τεχνολογικά Εργαλεία στα οποία Σήματα και Συστήματα είναι Παρόντα

## Συνελικτικά Νευρωνικά Δίκτυα



Generator network

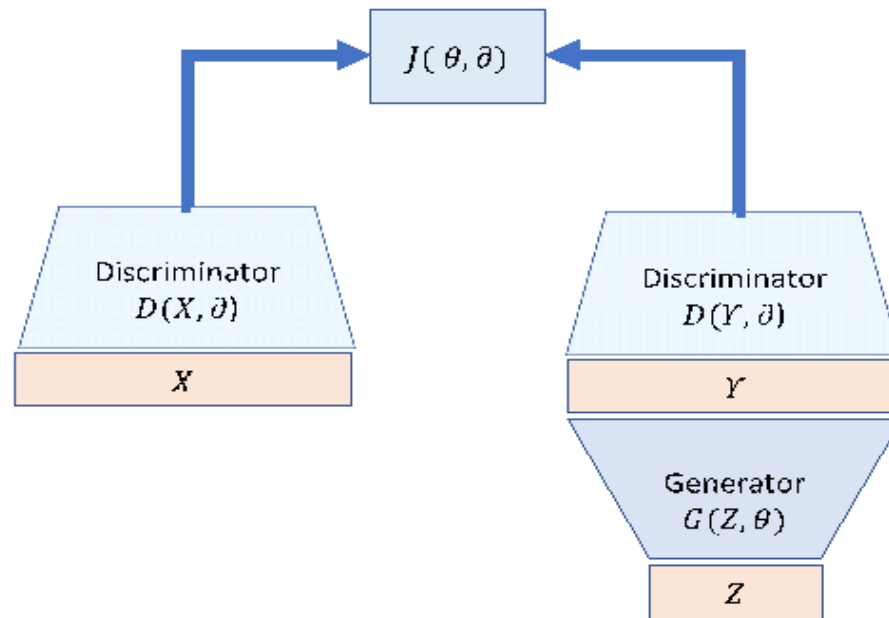


Discriminator network



# State of the art Τεχνολογικά Εργαλεία στα οποία Σήματα και Συστήματα είναι Παρόντα

## Αναγεννητικά Συνελκτικά Νευρωνικά Δίκτυα



# State of the art Τεχνολογικά Εργαλεία στα οποία Σήματα και Συστήματα είναι Παρόντα

## Data driven approach: Autoencoders

