

## Γενικοί ορισμοί

Έστω  $\theta$  μία φόρμουλα.

1)  $P_X$  : οι παράλληλες καταστάσεις κατά τον παίκτη  $X$ , για τα δεδομένα.

$P_X$  είναι ένα μοντέλο Kripke, με όλες τις καταστάσεις που ο  $X$  δεν διακρίνει από την πραγματική.

Ο παίκτης  $X$  **γνωρίζει** ότι αληθεύει  $\theta$ , όταν  $P_X \models \theta$ ,

Ο παίκτης  $X$  **δεν γνωρίζει** ότι αληθεύει  $\theta$ , όταν  $P_X \not\models \theta$ ,

2)  $P_X(Y)$  : οι παράλληλες καταστάσεις κατά τον παίκτη  $X$ ,

για την άποψη του  $Y$  για τα δεδομένα.

$P_X(Y)$  είναι ένα μοντέλο Kripke, με όλες τις καταστάσεις που ο  $X$  δεν διακρίνει από τις καταστάσεις του  $P_Y$ .

Ο παίκτης  $X$  **γνωρίζει** ότι ο  $Y$  γνωρίζει / δεν γνωρίζει ότι αληθεύει  $\theta$ , όταν

$P_X(Y) \models (K_Y \theta)$  /  $P_X(Y) \models \neg (K_Y \theta)$ ,

Ο παίκτης  $X$  **δεν γνωρίζει** ότι ο  $Y$  γνωρίζει / δεν γνωρίζει ότι αληθεύει  $\theta$ , όταν

$P_X(Y) \not\models (K_Y \theta)$  /  $P_X(Y) \not\models \neg (K_Y \theta)$ ,

**Παρατήρηση 1**  $M \models \phi$  άν και μόνο άν  $M \models (K_X \phi)$ .

$M \models \phi$  άν και μόνο άν  $M \models (K_X \phi)$ .

**Ερώτημα 1** Αποδείξτε ότι:  $P_X \not\models \theta$  άν και μόνο άν  $P_X \models \neg (K_X \theta)$ .

Είναι σωστό ότι, για κάθε μοντέλο Kripke  $M$ ,  $M \not\models \theta$  άν και μόνο άν  $M \models \neg (K_X \theta)$ ;

**Ερώτημα 2** Έστω ότι ο παίκτης  $X$  γνωρίζει, ότι ο παίκτης  $Y$  γνωρίζει ότι αληθεύει  $\theta$ .

Είναι σωστό ότι  $P_Y \models \theta$ ;

Έστω ότι ο παίκτης  $X$  γνωρίζει, ότι ο παίκτης  $Y$  δεν γνωρίζει ότι αληθεύει  $\theta$ .

Είναι σωστό ότι  $P_Y \not\models \theta$ ;

**Ερώτημα 3** Έστω ότι ο παίκτης  $Y$  γνωρίζει ότι αληθεύει  $\theta$ .

Είναι σωστό ότι ο  $X$  θα γνωρίζει, ότι ο παίκτης  $Y$  γνωρίζει ότι αληθεύει  $\theta$ ;

Είναι σωστό ότι ο  $Y$  θα γνωρίζει, ότι ο  $Y$  γνωρίζει ότι αληθεύει  $\theta$ ;

Η γνώση των παικτών όταν A, B, C white: παράλληλες καταστάσεις

$P_A$ : Παράλληλες καταστάσεις κατά τον A, για τα δεδομένα

s1 A:w - B:w - C:w

s2 A:b - B:w - C:w

$P_A \models \text{AisWh}$

$P_A \not\models \neg\text{AisWh}$

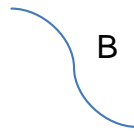
$P_A \models$  'υπάρχουν δύο λευκοί'

Ο παίκτης A δεν γνωρίζει το χρώμα του.

Ο A γνωρίζει ότι 'υπάρχουν δύο λευκοί'

$P_A(B)$ : Παράλληλες καταστάσεις κατά τον A, για την άποψη του B για τα δεδομένα

s1 A:w - B:w - C:w



s3 A:w - B:b - C:w

$P_{A=WHITE}(B)$

s2 A:b - B:w - C:w



$P_{A=BLACK}(B)$

s5 A:b - B:b - C:w

$P_A(B) \models \neg(K\_B \text{ BisWh})$

$P_A(B) \models \neg(K\_B \neg\text{BisWh})$

Ο παίκτης A γνωρίζει ότι ο B δεν γνωρίζει το χρώμα του

$P_{A=WHITE}(B) \models$  'υπάρχουν δύο λευκοί'

Όταν ο A είναι λευκός, ο παίκτης B γνωρίζει ότι 'υπάρχουν δύο λευκοί'

$P_{A=BLACK}(B) \not\models$  'υπάρχουν δύο λευκοί'

Όταν ο A είναι μαύρος, ο παίκτης B δεν γνωρίζει ότι 'υπάρχουν δύο λευκοί'

$P_A(B) \not\models (K\_B \text{ 'υπάρχουν δύο λευκοί'})$

Ο παίκτης A δεν γνωρίζει ότι ο B γνωρίζει ότι 'υπάρχουν δύο λευκοί'

Μετά την πρώτη δημόσια ανακοίνωση ότι ο C δεν γνωρίζει το χρώμα του:

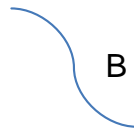
s5 να διαγραφεί από το  $P_A(B)$

Ο A αντιλαμβάνεται ότι στην περίπτωση που είναι μαύρος:

ο B *τώρα* ξέρει ότι ο C δεν βλέπει δύο μαύρους (οι A, B δεν είναι και οι δύο μαύροι).

νέο  $P_A(B)$  :

s1 A:w - B:w - C:w



$P_{A=WHITE}(B)$

s3 A:w - B:b - C:w

$P_{A=BLACK}(B)$

s2 A:b - B:w - C:w

νέο  $P_A(B) \models (\neg A_{isWh}) \rightarrow (K_B B_{isWh})$

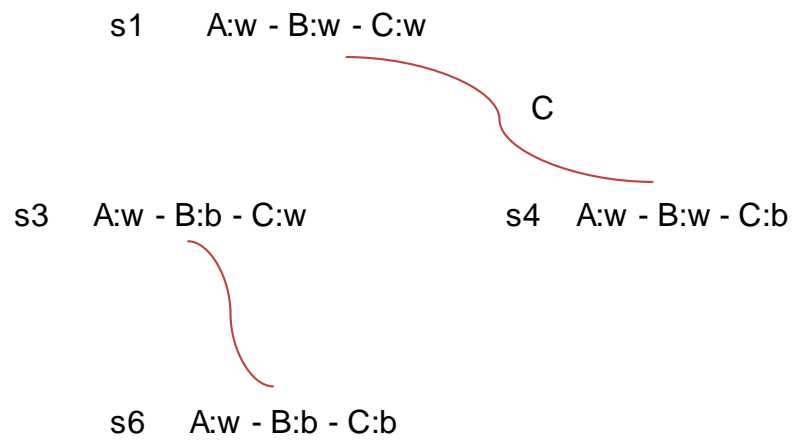
Ο παίκτης A *τώρα* γνωρίζει ότι:

άν ο A είναι μαύρος, ο B *τώρα* γνωρίζει ότι είναι λευκός.

**Ερώτημα 4** Εξετάστε αν αληθεύει, σύμφωνα με το μοντέλο νέο  $P_A(B)$ , ότι ο παίκτης A γνωρίζει ότι: ο B γνωρίζει ότι 'υπάρχουν δύο λευκοί'.

**Ερώτημα 5** Πώς θα αλλάξει το μοντέλο  $P_A(B)$  μετά την δεύτερη ανακοίνωση;

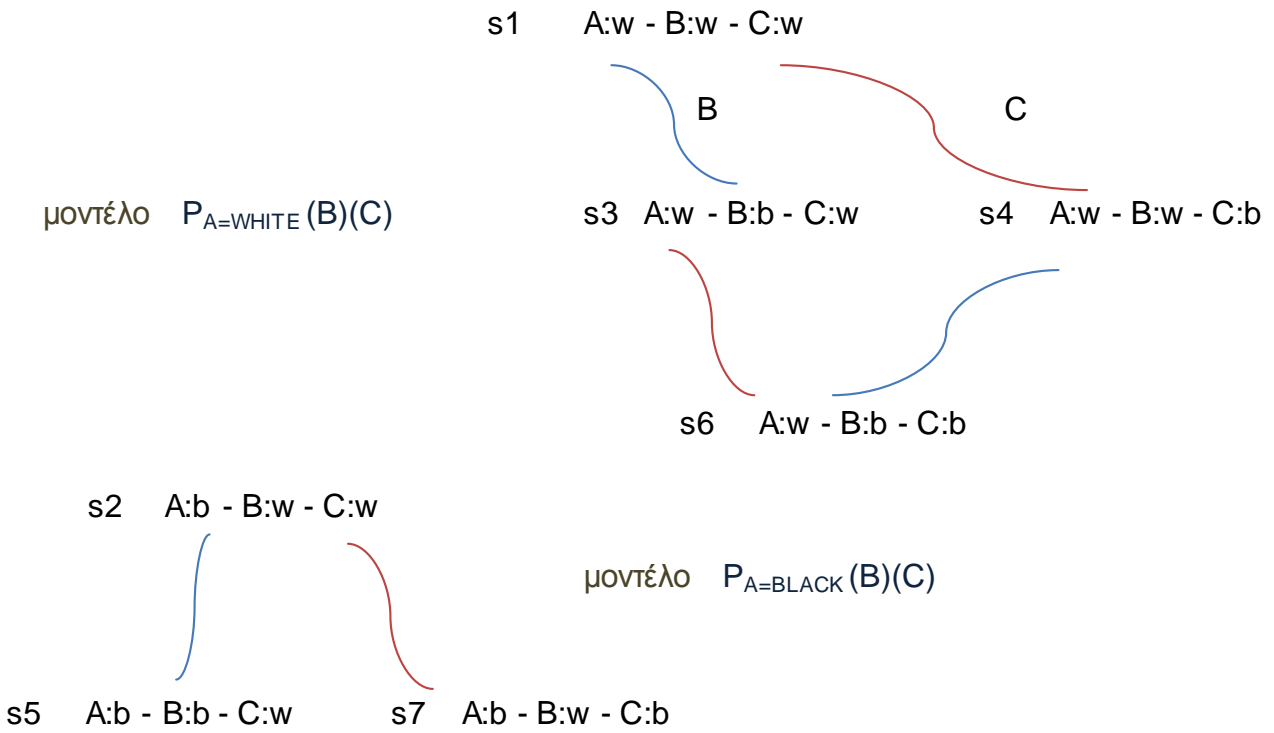
$P_B(C)$  : Παράλληλες καταστάσεις κατά τον B, για την άποψη του C για τα δεδομένα



$P_B(C) \models \neg (K_C \text{ CisWh})$        $P_B(C) \models \neg (K_C \neg \text{CisWh})$

Ο παίκτης B γνωρίζει ότι ο C δεν γνωρίζει το χρώμα του

$P_A(B)(C)$  : Παράλληλες καταστάσεις κατά τον A,  
για την γνώση του B για την άποψη του C για τα δεδομένα



$$P_{A=WHITE}(B)(C) \models \neg (K_C \text{ CisWh}) \wedge \neg (K_C \neg \text{CisWh})$$

Ο παίκτης B γνωρίζει ότι ο C δεν γνωρίζει το χρώμα του

$$P_{A=BLACK}(B)(C), s5 \not\models \neg K_C \text{ CisWh}$$

Ο παίκτης B δεν γνωρίζει ότι ο C δεν γνωρίζει το χρώμα του

Ο παίκτης A δεν γνωρίζει ότι ο B γνωρίζει ότι ο C δεν γνωρίζει το χρώμα του

**Παρατήρηση 2**  $P_A(C)(B) = P_A(B)(C)$

Μετά την πρώτη δημόσια ανακοίνωση ότι ο C δεν γνωρίζει το χρώμα του:

s5 **να διαγραφεί από το**  $P_{A=BLACK}(B)(C)$

Ο A αντιλαμβάνεται ότι στην περίπτωση που είναι μαύρος:

ο B **τώρα** ξέρει ότι ο C δεν βλέπει δύο μαύρους.

Μετά την πρώτη δημόσια ανακοίνωση ότι ο A δεν γνωρίζει το χρώμα του:

s6 **να διαγραφεί από το**  $P_{A=WHITE}(B)(C)$

Ο A αντιλαμβάνεται ότι στην περίπτωση που είναι λευκός:

ο B **τώρα** ξέρει ότι, αν είναι μαύρος, ο C **τώρα** ξέρει ότι ο A δεν βλέπει δύο μαύρους.

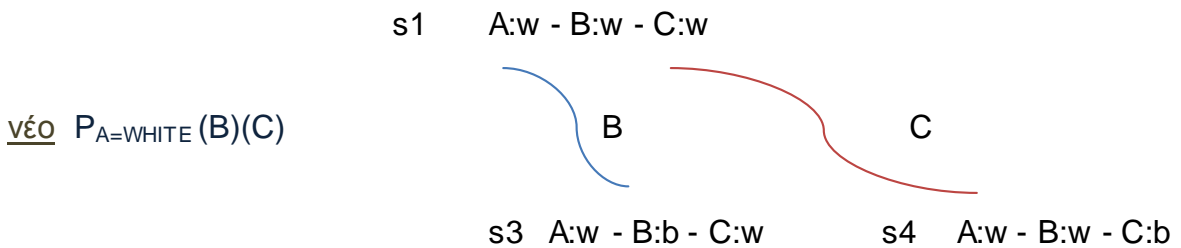
Μετά την πρώτη δημόσια ανακοίνωση ότι ο B δεν γνωρίζει το χρώμα του:

s7 **να διαγραφεί από το**  $P_{A=BLACK}(B)(C)$

Ο A αντιλαμβάνεται ότι στην περίπτωση που είναι μαύρος:

ο B **τώρα** ξέρει ότι ο C **τώρα** ξέρει ότι ο B δεν βλέπει δύο μαύρους.

νέο  $P_A(B)(C)$  :



νέο  $P_{A=BLACK}(B)(C)$

s2 A:b - B:w - C:w

**Ερώτημα 6** Εξετάστε αν αληθεύει, σύμφωνα με το μοντέλο νέο  $P_A(B)(C)$  , ότι ο παίκτης A γνωρίζει ότι: ο B γνωρίζει ότι ο C δεν γνωρίζει το χρώμα του.

**Ερώτημα 7** Πώς θα αλλάξει το μοντέλο νέο  $P_A(B)(C)$  μετά την δεύτερη ανακοίνωση;

### Παρατήρηση 3

Ο παίκτης A βλέπει ότι οι παίκτες B, C έχουν το ίδιο χρώμα: οπότε ο A περιμένει ότι η εναλλαγή των B, C θα εναλλάσσει τα μοντέλα  $P_A(B)(C)$  ,  $P_A(C)(B)$  .

**Ερώτημα 8** Κατασκευάστε τα μοντέλα  $P_A(C)(B)$  και νέο  $P_A(C)(B)$  .