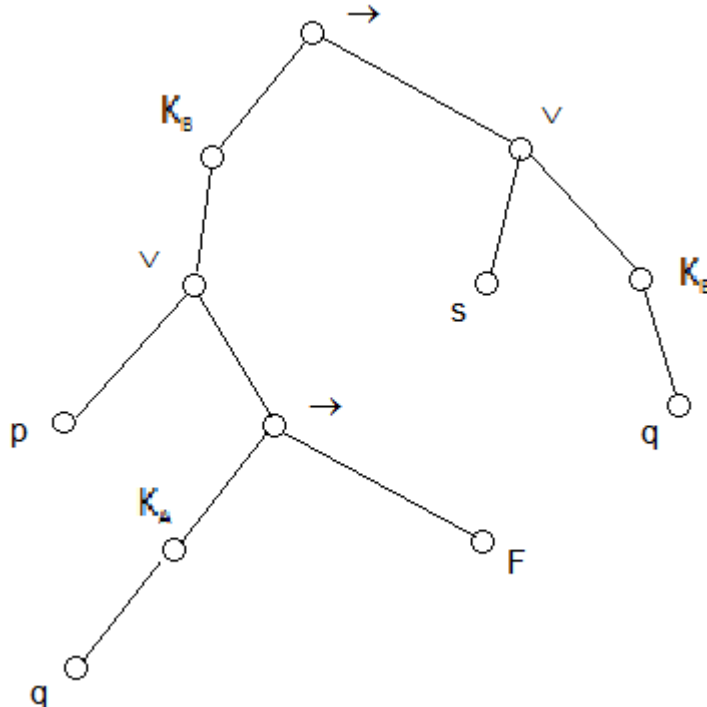


Inductive definition of the set WFF of well-formed *modal* formulas

- (0) Every propositional atom p, q, r, \dots
is a well-formed formula.
The characters T, F are well-formed formulas.
- (1) \neg : If φ is a well-formed formula, then so is $(\neg\varphi)$.
- (2) \wedge : If φ and ψ are well-formed formulas, then so is $(\varphi \wedge \psi)$.
- (3) \vee : If φ and ψ are well-formed formulas, then so is $(\varphi \vee \psi)$.
- (4) \rightarrow : If φ and ψ are well-formed formulas, then so is $(\varphi \rightarrow \psi)$.
- (5) K_X : If φ is a well-formed formula, then so is $(K_X \varphi)$, X any agent

Modal formula $\{ K_B [p \vee ((K_A q) \rightarrow F)] \rightarrow (s \vee (K_B q)) \}$

Parse-tree



Για το δίλημμα των τριών φυλακισμένων:

Οι ατομικές προτάσεις (προτασιακά γράμματα) είναι: $AisWh$, $BisWh$, $CisWh$

Case 1 A is white, **B, C** are black

Step 1.1 Αληθεύουν οι τύποι $(K_A AisWh)$ $\neg(K_B \neg BisWh)$ $\neg(K_C \neg CisWh)$

Step 1.2 Αληθεύουν οι τύποι $(K_A AisWh)$ $(K_B \neg BisWh)$ $(K_C \neg CisWh)$

Case 2 **A is black**, B, C are white

Step 2.1 Αληθεύουν οι τύποι $\neg(K_A \neg AisWh)$ $\neg(K_B BisWh)$ $\neg(K_C CisWh)$

Step 2.2 Αληθεύουν οι τύποι $\neg(K_A \neg AisWh)$ $(K_B BisWh)$ $(K_C CisWh)$

Step 2.3 Αληθεύουν οι τύποι $(K_A \neg AisWh)$ $(K_B BisWh)$ $(K_C CisWh)$

Case 3 A is white, B, C are white

Step 3.1 Αληθεύουν οι τύποι $\neg(K_A AisWh)$ $\neg(K_B BisWh)$ $\neg(K_C CisWh)$

Step 3.2 Αληθεύουν οι τύποι $\neg(K_A AisWh)$ $\neg(K_B BisWh)$ $\neg(K_C CisWh)$

Step 3.3 Αληθεύουν οι τύποι $(K_A AisWh)$ $(K_B BisWh)$ $(K_C CisWh)$

Κατάσταση (state) είναι μία **απόδοση τιμών αλήθειας** στις ατομικές προτάσεις.

AisWh is true at state s (συμβολισμός: $s(\text{AisWh}) = \text{true}$) if A is white at s

BisWh is true at state s (συμβολισμός: $s(\text{BisWh}) = \text{true}$) if B is white at s

CisWh is true at state s (συμβολισμός: $s(\text{CisWh}) = \text{true}$) if C is white at s

Οι καταστάσεις s, t θεωρούνται **ισοδύναμες για τον παίκτη X** (συμβολισμός: $s \approx_X t$) όταν τα χρώματα των άλλων παικτών είναι τα ίδια στις s, t .

Για κάθε παίκτη X: $s \approx_X s$, επειδή $s(\text{YisWh}) = s(\text{YisWh})$,
για κάθε άλλο παίκτη Y.

Τιμή αλήθειας τύπου ϕ στην κατάσταση s

$(K_X \phi)$ αληθεύει στην s (συμβολισμός: $s \models (K_X \phi)$)
αν και μόνο αν

ϕ αληθεύει σε κάθε κατάσταση t όπου $s \approx_X t$

$(K_X \phi)$ δεν αληθεύει στην s (συμβολισμός: $s \not\models (K_X \phi)$)
αν και μόνο αν

υπάρχει κατάσταση t όπου: $s \approx_X t$ και ϕ δεν αληθεύει στην s

Παρατήρηση

Έστω ότι $s_1 \approx_X s_2 \approx_X \dots \approx_X s_k$, ϕ δεν αληθεύει στην s_1 , ϕ αληθεύει στην s_2 .

Οι τύποι $(K_X \phi)$, $(K_X \neg \phi)$ δεν αληθεύουν στις καταστάσεις s_1, s_2, \dots, s_k .

Case 1 A is white, **B, C** are black

S_X : οι πιθανοί συνδυασμοί χρωμάτων (καταστάσεις) από την άποψη του παίκτη X .

$$S_A = \{ \langle A: Wh, B: Bl, C: Bl \rangle \}$$

$$S_B = \{ \langle A: Wh, B: Bl, C: Bl \rangle, \langle A: Wh, B: Wh, C: Bl \rangle \}$$

$$S_C = \{ \langle A: Wh, B: Bl, C: Bl \rangle, \langle A: Wh, B: Bl, C: Wh \rangle \}$$

Το σύνολο S_X αναπαριστά την γνώση του παίκτη X για την πραγματική κατάσταση.

$S_{X,Y}$: οι πιθανές καταστάσεις από την άποψη του παίκτη X , κατά τον παίκτη Y .

$$S_{A,A} = S_A \quad S_{B,A} = S_B \quad S_{C,A} = S_C$$

$$S_{A,B} = \{ \langle A: Wh, B: Bl, C: Bl \rangle, \langle A: Wh, B: Wh, C: Bl \rangle, \\ \langle A: Bl, B: Wh, C: Bl \rangle \}$$

$$S_{B,B} = S_B$$

$$S_{C,B} = \{ \langle A: Wh, B: Bl, C: Bl \rangle, \langle A: Wh, B: Bl, C: Wh \rangle, \\ \langle A: Wh, B: Wh, C: Bl \rangle, \langle A: Wh, B: Wh, C: Wh \rangle \}$$

Το σύνολο $S_{X,Y}$ αναπαριστά την γνώση του παίκτη X για την πραγματική κατάσταση, κατά τον παίκτη Y .

Ερωτήματα

- 1 Κατά την αντίληψη του παίκτη B: ο παίκτης A γνωρίζει το χρώμα του παίκτη C ;
- 2 Κατά την αντίληψη του παίκτη B: ο παίκτης A γνωρίζει το χρώμα του;
- 3 Κατά την αντίληψη του παίκτη B: ο παίκτης C γνωρίζει αν ο A γνωρίζει το χρώμα του;