



ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Λογική και υπολογιστική ανάλυση
του διλήμματος των τριών φυλακισμένων**

ΑΣΗΜΑΚΗ ΣΠΥΡΙΔΟΥΛΑ

ΑΜ: 5720

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΣΤΑΥΡΟΣ ΚΟΣΜΑΔΑΚΗΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

ΜΕΛΟΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗΣ: ΕΜΜΑΝΟΥΗΛ ΨΑΡΑΚΗΣ, ΑΝΑΠΛΗΡΩΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

ΜΕΛΟΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗΣ: ΝΙΚΟΛΕΤΣΕΑΣ ΣΩΤΗΡΙΟΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

ΠΑΤΡΑ, 2021

Ευχαριστίες

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια του προπτυχιακού προγράμματος σπουδών του τμήματος Μηχανικών Ηλεκτρονικών Υπολογιστών και Πληροφορικής του Πανεπιστημίου Πατρών.

Οφείλω να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου κ. Σταύρο Κοσμαδάκη για τη διαρκή βοήθεια και καθοδήγηση που μου παρείχε καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους καθηγητές, Εμμανουήλ Ψαράκη και Νικολετσέα Σωτήριο, που μου έκαναν την τιμή να συμπεριληφθούν στην τριμελή επιτροπή.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου, η οποία δεν έπαυε να με στηρίζει σε όλες μου τις επιλογές και είναι πάντα δίπλα μου.

Πίνακας περιεχομένων

1. Εισαγωγή.....	8
2. Παρουσίαση της λογικής του J. Lacan.....	11
2.1 Σύνοψη του άρθρου “Logical Time...”.....	11
2.2 Εφαρμογές στην κοινωνιολογία και την ψυχολογία	15
3. Η κλασική λύση της Επιστημικής Λογικής.....	20
4. Η λύση της διπλωματικής.....	27
4.1 Η Λογική Ανάλυση	27
4.2 Η Υπολογιστική Ανάλυση.....	36
4.3 Σχολιασμός.....	55
5. Βιβλιογραφία.....	56

Περίληψη

Στην εργασία αυτή, επιχειρούμε να αναλύσουμε το δίλημμα των τριών φυλακισμένων, το διασημότερο πρόβλημα της θεωρίας των παιγνίων. Γίνεται γνωστό ότι το συγκεκριμένο πρόβλημα εξετάζει τις στρατηγικές επιλογές λογικά σκεπτόμενων παικτών, οι οποίοι εμπλέκονται σε ανταγωνιστικές καταστάσεις και δείχνει πως τρία απόλυτα «λογικά» άτομα, μπορούν να μη συνεργαστούν, ακόμα και όταν έχουν μεγαλύτερο συμφέρον να το κάνουν. Η δομή του «Διλήμματος των τριών Φυλακισμένων» αναδεικνύει την ισορροπία μεταξύ συνεργασίας και ανταγωνισμού και αποτελεί ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο για την στρατηγική λήψης των αποφάσεων. Μπορεί ακόμη να εφαρμοστεί σε διάφορους τομείς: από τις επιχειρήσεις, την οικονομία, τα δημοσιονομικά και τις πολιτικές επιστήμες έως τη φιλοσοφία, την ψυχολογία, τη βιολογία και την κοινωνιολογία.

Abstract

In this paper, we attempt to analyze the three prisoner's dilemma, the most famous problem of game theory. It is known, that this problem examines the strategic choices of rationally minded people, who are involved in competitive situations and shows that three perfectly "reasonable" people, they may not cooperate, even when they have a greater interest in doing so. The structure of the "Three Prisoner's Dilemma", analyzes the balance between cooperation and competition and it's a very useful tool for decision making strategy. It can also be applied in various fields: from companies, economy, finance and political science to philosophy, psychology, biology and sociology.

1. Εισαγωγή

Ως Θεωρία Παιγνίων μπορεί να οριστεί η μαθηματική μελέτη των αναλυτικών εργαλείων τα οποία συμβάλλουν στην κατανόηση φαινομένων που παρατηρούμε όταν οντότητες αλληλεπιδρούν. Οι βασικές υποθέσεις της θεωρίας είναι ότι οι οντότητες που παίρνουν αποφάσεις είναι λογικές και ευφυείς, ενώ όλες επιδιώκουν καλά καθορισμένους στόχους.

Μία οντότητα, ή αλλιώς παίκτης, θεωρείται λογικός όταν όλες οι αποφάσεις που παίρνει γίνονται με σκοπό την επίτευξη του προσωπικού του στόχου. Ένας παίκτης θεωρείται ευφυής όταν πληρεί τρεις προϋποθέσεις:

1. Έχει πλήρη γνώση της δομής του παιγνίου, δηλαδή γνωρίζει τους κανόνες του και είναι απόλυτα ενήμερος για τις διαθέσιμες στρατηγικές, τόσο του ίδιου, όσο και των άλλων παικτών.
2. Έχει την αναλυτική ικανότητα να εξάγει συμπεράσματα, δηλαδή κατανοεί την κατάσταση και είναι σε θέση να εξάγει τα όποια συμπεράσματα συνεπάγονται από την κατάσταση αυτή.
3. Γνωρίζει ότι και οι άλλοι παίκτες είναι λογικοί και ευφυείς (ιδιότητα που ονομάζεται και κοινή γνώση, common knowledge).

Η παρούσα διπλωματική εργασία κινείται γύρω από τη μελέτη του “three prisoner’s dilemma” σύμφωνα με τον Lacan. Συγκεκριμένα, η δομή της οργανώνεται ως εξής: Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται η παρουσίαση της λογικής του J. Lacan. Ειδικότερα, στο πρώτο μέρος του δεύτερου κεφαλαίου, γίνεται μια σύνοψη του άρθρου “Logical Time..”, όπου περιγράφεται το δίλημμα των τριών φυλακισμένων, οι περιορισμοί στην επικοινωνία τους και οι υποθέσεις του Lacan για τη συλλογιστική τους ικανότητα. Επίσης, μελετώνται οι τρεις συλλογιστικοί τρόποι: instant-of-the-glance, time for comprehending, moment-of-concluding και γίνεται αναφορά της λύσης του Lacan όπως και η κριτική της. Στο δεύτερο μέρος παρουσιάζονται οι εφαρμογές στην κοινωνιολογία και την ψυχολογία με τη συνοπτική παρουσίαση των άρθρων των Hook και Ahmad.

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στην κλασσική λύση της Επιστημικής Λογικής που αφορά το δίλημμα των τριών φυλακισμένων, όταν μπορούν να επικοινωνήσουν σχετικά με την “κοινή γνώση” τους. Στη συνέχεια, αναλύεται η μαθηματική έκφραση της γνώσης με μοντέλα Kripke, σύμφωνα με το βιβλίο των Fagin-Halpern-Moses-Vardi και το πώς μεταβάλλονται μετά από κάθε επικοινωνία, καταλήγοντας στην πλήρη και αλγοριθμική λύση του διλήμματος μέσω πεπερασμένου αυτομάτου.

Τέλος, στο τέταρτο κεφάλαιο, παρουσιάζεται η λύση της διπλωματικής, έχοντας στο πρώτο μέρος τη λογική ανάλυση, επισημαίνοντας ποιος συλλογιστικός τρόπος του

Lacan εφαρμόζεται σε κάθε περίπτωση και στο δεύτερο μέρος την υπολογιστική ανάλυση με την επισήμανση της πλήρης και αλγοριθμικής λύσης του διλήμματος μέσω πεπερασμένου αυτομάτου. Έπειτα, στο τρίτο μέρος, διακρίνονται οι περιπτώσεις όπου κάθε παίκτης χρησιμοποιεί τη γνώση ότι οι άλλοι έχουν τους ίδιους κανόνες.

Εκτός από την αναφορά σε κάθε κεφάλαιο της εργασίας, αξίζει να σημειωθούν και κάποια σχόλια για το θέμα. Συγκεκριμένα, σχετικά με εφαρμογές της πληροφορικής που χρησιμοποιούν έννοιες και αποτελέσματα της ψυχολογίας.

Σύμφωνα με το άρθρο T-PCCE: Twitter Personality based Communicative Communities Extraction System for Big Data, χρησιμοποιείται ένα αλγοριθμικό πλαίσιο όπου με τη βοήθεια των αλγορίθμων ταξινόμησης της εργαλειοθήκης Weka, χαρτογραφούνται τα προφίλ των χρηστών με βάση τα χαρακτηριστικά της προσωπικότητάς τους. Ως εκ τούτου, κάθε κόμβος του γραφήματος σχετίζεται με μια πλειάδα από 5 τιμές, κάθε μία από αυτές αντιπροσωπεύει την προσωπικότητα του χρήστη. Οι πληροφορίες που συλλέγονται από το Facebook χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψη των χαρακτηριστικών των χρηστών, με τη χρήση των δέντρων. Επιπλέον, εφαρμόζονται τεχνικές εξόρυξης δεδομένων σε μικρά κείμενα όπως “About me”, όπου κάθε χρήστης συμπληρώνει διάφορα για τον εαυτό του. Έχουν δημιουργηθεί μέθοδοι μάθησης, ώστε να αναγνωρίζεται η συναισθηματική σταθερότητα χωρίς πολλές απαιτήσεις.

Σε αυτή την περίπτωση, λαμβάνοντας υπόψη πληροφορίες σχετικά με την προσωπικότητα των χρηστών, προσδιορίζεται ένας αλγόριθμος ανίχνευσης κοινότητας, ο οποίος εντοπίζει κοινότητες που είναι πιο επικοινωνιακές, δηλαδή πόσοι από τους χρήστες «ακολουθεί» ο ένας τον άλλον στο Twitter. Τα δεδομένα μεγάλης κλίμακας όπως τα σύνολα δεδομένων γραφημάτων από κοινωνικά δίκτυα, είναι συνηθισμένα στις εφαρμογές και χρειάζονται διαφορετικό χειρισμό σε περίπτωση αποθήκευσης, εύρεσης και εξόρυξης. Στο γράφημα αυτό του Twitter, οι κόμβοι είναι χρήστες και οι ακμές αντιπροσωπεύουν τη σύνδεση «ακολουθήστε» μεταξύ δύο χρηστών. Δημιουργείται έτσι ένα γράφημα «φιλίας», με τη βοήθεια συναισθηματικών παραγόντων, εφόσον διακρίνεται η σχέση που υπάρχει μεταξύ των χρηστών, λαμβάνοντας υπόψη φυσικά, ότι κάθε χρήστης «ακολουθεί» συγκεκριμένα άτομα και όχι τυχαία.

Επίσης, στο άρθρο *The Psychology Of Fake News*, αναφέρεται πως καθώς οι εταιρείες κοινωνικών μέσων είναι, πρωτίστως, εταιρείες τεχνολογίας, μια κοινή προσέγγιση είναι η αυτοματοποιημένη ανίχνευση προβληματικών ειδήσεων, μέσω μηχανικής μάθησης, επεξεργασίας φυσικής γλώσσας και ανάλυσης δικτύου. Το περιεχόμενο που ταξινομείται ως προβληματικό με τη βοήθεια του αλγορίθμου κατάταξης, κατατάσσεται με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε οι χρήστες να είναι λιγότερο πιθανό να το δουν. Ωστόσο, η δημιουργία ενός αποτελεσματικού ταξινομητή παραπληροφόρησης αντιμετωπίζει δύο θεμελιώδεις προκλήσεις. Πρώτον, η αλήθεια δεν είναι ξεκάθαρη, έτσι οι προσεγγίσεις τεχνητής νοημοσύνης διατρέχουν κίνδυνο ψευδών θετικών, και συνεπώς αδικαιολόγητης λογοκρισίας. Δεύτερον, υπάρχει το πρόβλημα της μη στασιμότητας, δηλαδή το περιεχόμενο της παραπληροφόρησης τείνει να εξελίσσεται γρήγορα και επομένως τα χαρακτηριστικά που είναι αποτελεσματικά στον εντοπισμό της παραπληροφόρησης σήμερα, ενδέχεται να μην είναι αποτελεσματικά αύριο. Όπως για παράδειγμα, η άνοδος της παραπληροφόρησης σχετικά με τον COVID-19, το 2020. Σε αυτή την περίπτωση, η ύπαρξη αλγορίθμων ταξινόμησης που θα ανιχνεύουν πολιτικό περιεχόμενο το οποίο θα είναι αποτελεσματικό για την παραπλάνηση ισχυρισμών σχετικά με την υγεία, είναι απαραίτητη. Καταληκτικά, το πεδίο στο οποίο κινείται η εργασία αφορά στο προαναφερθέν κομμάτι του διλήμματος των τριών φυλακισμένων.

2. Παρουσίαση της λογικής του J. Lacan

2.1 Σύνοψη του άρθρου “Logical Time...”

Το άρθρο του Lacan εμπεριέχει το θέμα των τριών φυλακισμένων όπου ένας φύλακας καλεί τρεις επιλεγμένους κρατουμένους και τους ανακοινώνει τα ακόλουθα: “Για λόγους που δε μπορούν να γίνουν γνωστοί, πρέπει να αφήσω κάποιον από εσάς ελεύθερο. Για να αποφασίσω ποιον, θα υποβληθείτε σε μια δοκιμασία. Έχω πέντε δίσκους οι οποίοι διαφέρουν μόνο στο χρώμα: 3 λευκούς και 2 μαύρους. Χωρίς να σας ενημερώσω ποιο επέλεξα, θα στερεώσω από ένα δίσκο στους ώμους σας – έξω από το οπτικό σας πεδίο – χωρίς να έχετε τη δυνατότητα να τον δείτε. Σε αυτό το σημείο, θα είστε ελεύθεροι να αποκτήσετε άποψη για τους υπόλοιπους και για το τι δίσκο διαθέτουν, χωρίς να επιτρέπεται φυσικά, η επικοινωνία μεταξύ σας. Ο πρώτος που θα μπορέσει να συμπεράνει το χρώμα του θα είναι και αυτός που θα επωφεληθεί. Το συμπέρασμά του πρέπει να βασίζεται σε λογικούς συλλογισμούς και όχι σε απλές πιθανότητες. Όποιος είναι έτοιμος να διατυπώσει ένα τέτοιο συμπέρασμα, θα πρέπει να περάσει από αυτήν την πόρτα ώστε να κριθεί ατομικά βάσει της απάντησής του.” Καθένας από τους τρεις φυλακισμένους διαθέτει λευκό δίσκο, χωρίς να γίνεται έτσι χρήση των μαύρων, οι οποίοι ήταν δύο.

Με βάση τα παραπάνω, ο Lacan, κάνει κάποιους συλλογισμούς σχετικά με τον τρόπο σκέψης των τριών φυλακισμένων. Αρχικά, αναφερόμενος σε έναν από αυτούς- έστω στον Α- με την προϋπόθεση ότι η αναφορά αυτή θα ισχύει συμμετρικά, του λέει να τοποθετήσει τον εαυτό του στην ακόλουθη θέση δηλαδή ότι είναι ένας από τους τρεις φυλακισμένους που έχουν την ευκαιρία να κερδίσουν την ελευθερία τους, αν και εφόσον μπορούν να δώσουν τη σωστή απάντηση σε μια απλή ερώτηση, «Τι χρώμα είναι ο δίσκος που έχει τοποθετηθεί πάνω σας;» Φυσικά δε μπορούν να δουν το χρώμα του δίσκου τους το οποίο ισχύει και για κάθε έναν από τους άλλους κρατούμενους που είναι στραμμένοι προς αυτόν. Ο πρώτος από τους συλλογισμούς είναι: Κάθε ένας από τους άλλους δύο έχει μαύρο δίσκο. Δεν απαιτείται μεγάλος υπολογισμός σε αυτή την περίπτωση. Εάν υπάρχουν μόνο δύο μαύροι δίσκοι, οι οποίοι έχουν τοποθετηθεί σε αυτούς που είναι απέναντί του, τότε πρέπει να φοράει λευκό δίσκο. Δεν παρουσιάζεται καμία επιπλοκή η οποία να τον αναγκάζει να τοποθετήσει τον εαυτό του στη θέση του άλλου. Δεδομένου ότι υπάρχουν μόνο δύο μαύροι δίσκοι, μια μόνο ματιά αρκεί για να επιβεβαιώσει ότι φοράει λευκό δίσκο. Δεν χρειάζεται να περάσει αρκετός χρόνος για να φτάσει σε αυτό το συμπέρασμα.

Η δεύτερη υπόθεση είναι πιο δύσκολη. Από τους κρατούμενους που βρίσκονται μπροστά του ο ένας φοράει λευκό δίσκο και ο άλλος μαύρο. Σε αντίθεση με τον πρώτο συλλογισμό, εδώ δε μπορεί να φύγει τόσο εύκολα. Θα πρέπει να αναρωτηθεί το εξής: «τι βλέπουν οι άλλοι κρατούμενοι;» Ειδικότερα, θα πρέπει να αναρωτηθεί, τι βλέπει ο κρατούμενος με τον λευκό δίσκο. Γιατί όμως είναι τόσο σημαντικό να στραφεί η προσοχή του Α στον λευκό; Διότι, αν έβλεπε δύο μαύρους δίσκους μπροστά του, θα έφευγε, έχοντας φτάσει στο συμπέρασμα ότι πρέπει να είναι λευκός(επειδή μπορεί να υπάρχουν μόνο δύο μαύροι δίσκοι). Εάν ο κρατούμενος με τον λευκό δίσκο δε φύγει, σημαίνει ότι ο Α έχει λευκό δίσκο. Είναι σαφές εδώ, ότι ο κρατούμενος Α πρέπει να αιτιολογηθεί από τη θέση του άλλου. Είναι επίσης απαραίτητο να περάσει κάποιος χρόνος για να συμπεράνει το οτιδήποτε. Με άλλα λόγια, η απόφαση για την κίνησή του δε θα γίνει στιγμιαία, αλλά ύστερα από κάποιο χρόνο, ο οποίος ονομάζεται «χρόνος κατανόησης». Είναι προφανής η εμπιστοσύνη στη δράση του άλλου, σε αυτή την υπόθεση.

Η πιο δύσκολη παραλλαγή του διλήμματος συμβαίνει όταν και οι τρεις κρατούμενοι φορούν λευκούς δίσκους. Για άλλη μια φορά, καθίσταται απαραίτητο να ανατρέξει ο Α στη συλλογιστική των άλλων δύο. Δεδομένου ότι ο δίσκος του μπορεί να είναι είτε λευκός είτε μαύρος, φτάνει σε ένα συμπέρασμα αναλύοντας και τις δύο επιλογές. Σκεπτόμενος ότι ο δίσκος του είναι μαύρος, τότε οι άλλοι θα βλέπουν ο καθένας έναν μαύρο και έναν λευκό δίσκο. Θα συλλογιστούν έτσι, ότι αν ο δίσκος τους ήταν μαύρος, τότε ένας από τους υπόλοιπους κρατούμενους θα έπρεπε να φύγει. Αυτό δε συμβαίνει. Καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι φορούν λευκό δίσκο. Στη συνέχεια, θα έπρεπε να φύγουν, αλλά δε το κάνουν. Επομένως, ο Α είναι σε θέση να επιβεβαιώσει την αρχική του συλλογιστική, όπου αν φορούσε μαύρο κάποιος από τους αντιπάλους του θα έφευγε, άρα πρέπει να φοράει λευκό.

Ο λογικός συλλογισμός σε αυτή την τρίτη υπόθεση, απαιτεί το τι σκέφτεται ο δεύτερος φυλακισμένος για τον τρίτο. Για να διαπιστώσει ο Α το χρώμα του, πρέπει να σκεφτεί τι συλλογίζεται για τον Α ο C, μέσω του Β. Αποτελεί μια ανήσυχη εμπειρία καθώς ο Α καταλαβαίνει πως για να συμπεράνει την ταυτότητά του δεν αρκεί απλά η συλλογιστική ενός αντιπάλου του, αλλά ο συνδυασμός όλων.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, κυριαρχούν τρεις συλλογιστικοί τρόποι διαφορετικής σημασίας. Έστω ότι:

α) Όντας απέναντι από δύο μαύρους, ο μοναδικός λευκός ξέρει ότι είναι λευκός. Σε αυτή την περίπτωση, έχουμε έναν περιορισμό ο οποίος είναι γνωστός σε όλους. Ο περιορισμός είναι ότι απαγορεύεται ο συνδυασμός των τριών μαύρων. Η μορφή του συγκεκριμένου συνδυασμού είναι δύο μαύροι και ένας λευκός και έτσι ο χρόνος επίλυσης του θέματος είναι άμεσος. Ο συλλογικός τρόπος που κυριαρχεί εδώ είναι “Instant of the glance”, εφόσον για να φτάσουμε στη λύση αρκεί η οπτική επαφή. Ο δεύτερος συνδυασμός είναι να έχουμε έναν μαύρο φυλακισμένο και δύο λευκούς, που σημαίνει ότι μπορούμε να υποθέσουμε και την ύπαρξη δεύτερου μαύρου για να φτάσουμε στη λύση:

β) Έστω ότι ο μαύρος σκέφτεται: “Αν ήμουν μαύρος, οι δύο λευκοί που βλέπω δε θα έχαναν χρόνο να συνειδητοποιήσουν ότι είναι λευκοί. Υπάρχει όριο στον χρόνο που θα χρειαστεί για να συμπεράνει ο κάθε φυλακισμένος το χρώμα του. Για τους δύο λευκούς, που βλέπουν έναν λευκό και έναν μαύρο, ο χρόνος αυτός λέγεται χρόνος κατανόησης (time for comprehending). Υπάρχει μια στιγμή σκέψης που κάθε λευκός πρέπει να εξακριβώσει το χρώμα του σύμφωνα με την αντίδραση του άλλου λευκού. Έτσι σκέφτεται: “Αν ήμουν μαύρος, θα είχε φύγει χωρίς να περιμένει μια στιγμή. Εάν μένει σκεπτικός, σημαίνει ότι είμαι λευκός.” Ο τρίτος συνδυασμός περιγράφει το εξής:

γ) ”Δηλώνω άμεσα ότι είμαι λευκός, έτσι ώστε οι λευκοί που είναι απέναντι μου να μη συμπεράνουν πρώτοι ότι είναι λευκοί.” Σε αυτό το σημείο ο Α ισχυρίζεται ότι είναι λευκός και έτσι καταλήγει στο να πάρει μια απόφαση. Ο συλλογιστικός τρόπος που υπάρχει είναι η στιγμή της ολοκλήρωσης (moment of concluding). Φαίνεται πως ο χρόνος που απαιτείται για να καταλάβουν οι δύο λευκοί ότι αντιμετωπίζουν έναν λευκό και έναν μαύρο, δε διαφέρει από τον χρόνο που απαιτούνταν για να καταλάβει ο ίδιος ότι αντιμετωπίζει δύο λευκούς όντας μαύρος. Σε περίπτωση που δεν αντιδράσει εγκαίρως, δηλαδή αν δεν πάρει την απόφαση να ξεκινήσει πρώτος, δε θα μπορέσει να προσδιορίσει εύκολα αν είναι μαύρος ή όχι. Οπότε, η περίπτωση αυτή σχετίζεται με το θέμα της βιασύνης, σε συνδυασμό με τον τρόπο time for comprehending.

Ο Lacan παρουσιάζει τη διαδικασία «επαλήθευσης» ως εξής: Αρχικά, ο Α ξεκινά θεωρώντας ότι είναι λευκός και βλέποντας τους άλλους δύο να μην κάνουν κίνηση. Στη συνέχεια βλέπει τους Β, C να ξεκινούν μετά από αυτόν, με αποτέλεσμα να αναρωτηθεί για το χρώμα του. Έτσι, σταματά και κάνει στον εαυτό του ξανά το ερώτημα για το αν είναι μαύρος ή λευκός. Βλέπει ότι όταν σταμάτησε, σταμάτησαν και οι Β, C, βρισκόμενοι τώρα όλοι στο ίδιο σημείο. Σύμφωνα με την κίνησή τους αυτή, ο Α έχει κάθε δικαίωμα να συμπεράνει πάλι ότι είναι λευκός. Φτάνει σε αυτό το συμπέρασμα, υποθέτοντας ότι εάν ήταν μαύρος, οι Β, C θα συνέχιζαν την πορεία τους ή θα ξεκινούσαν για δεύτερη φορά πριν από τον Α. Οι Β, C βλέποντας ότι στην πραγματικότητα είναι λευκός, δεν κάνουν καμιά κίνηση, δίνοντας του τη δυνατότητα να αναλάβει αυτός την πρωτοβουλία. Βλέπουμε ότι υπάρχει η ίδια ένσταση με την επανάληψη της κίνησης των φυλακισμένων, κάνοντας την αμφιβολία υπαρκτή στο ίδιο ερώτημα σχετικά με το χρώμα. Σίγουρα όμως έχει σημειωθεί κάποια λογική πρόοδος. Αυτή τη φορά, ο Α μπορεί να συμπεράνει το χρώμα του από την κοινή παύση της κίνησης όλων, λέγοντας ότι οπωσδήποτε οι Β, C δε θα έπρεπε να σταματήσουν εάν έβλεπαν ότι είναι μαύρος. Ο δισταγμός τους για δεύτερη φορά σχετικά με την εκκίνηση, αρκεί για να αποδείξουν ο ένας στον άλλο ότι σίγουρα κανείς από αυτούς δεν είναι μαύρος. Με αυτό τον τρόπο ο Α ξεκινά για δεύτερη φορά, βλέποντας τους Β, C να ακολουθούν. Μπαίνει στη διαδικασία να σταματήσει παρακολουθώντας τις κινήσεις των Β, C οι οποίοι σταματούν. Οπότε, ο Α καταλήγει στο γεγονός ότι εφόσον οι Β, C σταμάτησαν για δεύτερη φορά, σημαίνει ότι ο Α μπορεί να είναι μόνο λευκός, με αποτέλεσμα να φύγει. Ύστερα, φεύγουν και οι Β, C.

Βλέπουμε ότι αυτή τη φορά οι τρεις φυλακισμένοι δεν έχουν καμία αμφιβολία για το χρώμα τους.

Η λύση του Lacan για το δίλημμα αποτελεί και την καλύτερη. Αφού κάθε ένας από τους τρεις έχει σκεφτεί για τους αντιπάλους του για ένα ορισμένο χρονικό διάστημα σχετικά με το τι χρώμα έχουν, οι τρεις φυλακισμένοι ξεκινούν ταυτόχρονα και οδηγούνται προς την πόρτα. Καθένα από αυτά διαθέτει κάποια πεποίθηση την οποία εκφράζει ως εξής:

“Είμαι λευκός και το ξέρω διότι, καθώς οι υπόλοιποι είναι λευκοί, αν ήμουν μαύρος καθένας από αυτούς θα μπορούσε να συμπεράνει τα ακόλουθα: «Αν και εγώ είμαι μαύρος, ο άλλος θα συνειδητοποιούσε αμέσως ότι είναι λευκός και θα έφευγε, επομένως δεν είμαι μαύρος.» και οι δύο θα είχαν φύγει μαζί, πεπεισμένοι ότι ήταν λευκοί. Καθώς δεν έκαναν κάτι τέτοιο, πρέπει να είμαι λευκός σαν αυτούς. Σε αυτό το σημείο, πηγαίνω προς την πόρτα ώστε να γνωστοποιήσω το συμπέρασμά μου.” Και οι τρεις βγήκαν ταυτόχρονα, έχοντας το ίδιο συμπέρασμα.

Όσον αφορά την κριτική της λύσης του Lacan, σχετικά με την πληρότητα και την αλγοριθμικότητα, μπορούμε να πούμε ότι:

Αρχικά, στο θέμα της πληρότητας, η λύση του Lacan περιλαμβάνει μόνο την περίπτωση των τριών whites. Στο κομμάτι της τέλει λύσης δεν αναφέρεται σε φυλακισμένους A,B,C όπου A:black, B:white, C:white ή A:black, B:black, C:white. Είναι προφανές ότι τον ενδιαφέρει μόνο το κομμάτι των ίδιων φυλακισμένων, κατατάσσοντας έτσι σύμφωνα με το φιλοσοφικό κομμάτι τους τρεις φυλακισμένους, να έχουν την ίδια νοημοσύνη. Η λύση του διαθέτει λογική υπόθεση και όχι εμπειρική. Τέλος, η αλγοριθμικότητα περιλαμβάνει τη διαδικασία που ακολουθούν οι τρεις φυλακισμένοι για να φτάσουν στο αποτέλεσμα. Ξεκινούν από ένα σημείο όπου είναι το “Start” και ακολουθώντας μια σειρά από εντολές, ολοκληρώνεται το έργο, δηλαδή το τέλος του αλγορίθμου περιλαμβάνει τη φυγή και των τριών φυλακισμένων.

2.2 Εφαρμογές στην κοινωνιολογία και την ψυχολογία

Σε αυτό το σημείο, θα γίνει μια συνοπτική παρουσίαση των άρθρων των Hook και Ahmad σχετικά με το δίλημμα των τριών φυλακισμένων που εξετάζουμε.

Ο Hook, μπαίνει σε μια διαδικασία επανεξέτασης του διλήμματος αυτού, η οποία διαχωρίζει τις έννοιες της υποκειμενικότητας. Αρχικά, εξηγεί πως πρέπει να κατανοηθούν οι έννοιες με βάση τη διαφορά τους. Η υποκειμενικότητα ως προς την πιο απλή έννοιά της, αναφέρεται στο πως η κρίση κάποιου διαμορφώνεται από προσωπικές απόψεις και συναισθήματα και όχι από εξωτερικές επιρροές. Το επόμενο στάδιο της υποκειμενικότητας, που ονομάζεται *inter-subjectivity*, αναφέρεται στην ανταλλαγή των σκέψεων και των συναισθημάτων, συνειδητών και ασυνειδητών, μεταξύ δύο ατόμων. Ύστερα, η έννοια της *trans-subjectivity*, σχετίζεται περισσότερο με τον τρόπο σκέψης όλων. Το συγκεκριμένο *paper*, στηρίζεται στην αντικειμενικότητα των απόψεων, η οποία είναι απαραίτητη για την ύπαρξη κατανόησης στις ανθρώπινες σχέσεις. Τονίζει πως πρέπει να κατανοηθούν οι διάφοροι τρόποι υποκειμενικότητας, προκειμένου να καταλάβουμε τη σχέση που υπάρχει μεταξύ υποκειμένου και κοινωνίας.

Ο καθηγητής Derek Hook, παρουσιάζει στο άρθρο του τις τρεις στιγμές της υποκειμενικότητας, σύμφωνα με το *three prisoner's dilemma*. Ξεκινά με την προτροπή ο κάθε αναγνώστης να τοποθετήσει τον εαυτό του στην θέση του ενός εκ των τριών φυλακισμένων, που έχουν την ευκαιρία να κερδίσουν την ελευθερία τους, υπό την προϋπόθεση ότι μπορεί να δώσει τη σωστή απάντηση σε μια πολύ απλή ερώτηση: «Τι χρώμα έχει ο δίσκος που έχει τοποθετηθεί επάνω σας;». Φυσικά, ο ερωτώμενος δε μπορεί να δει το χρώμα του, όπως επίσης και κάθε άλλος κρατούμενος δε μπορεί να δει το χρώμα που του έχει προσαρτηθεί. Στην αρχή του προβλήματος, ο φύλακας θέτει κάποιους βασικούς κανόνες. Πρώτον, μόνο ένας φυλακισμένος θα κερδίσει την ελευθερία του με αυτόν τον τρόπο και αυτός θα είναι ο πρώτος που θα σηκωθεί και θα πει σωστά το χρώμα του δίσκου στον φύλακα. Δεύτερον, δεν επιτρέπεται προφορική επικοινωνία μεταξύ των κρατουμένων. Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι οι παράμετροι του παιχνιδιού δηλώνουν ότι υπάρχουν μόνο δύο μαύροι δίσκοι και τρεις λευκοί. Υπάρχει επομένως ένα όριο στους πιθανούς συνδυασμούς των δίσκων. Εδώ λοιπόν είναι το πρώτο από τα πιθανά σενάρια που μπορεί να αντιμετωπίσει κάποιος: καθένας από τους δύο φυλακισμένους που είναι απέναντι έχει μαύρο δίσκο. Δεν απαιτείται και πολλή σκέψη. Εάν υπάρχουν μόνο δύο μαύροι δίσκοι και αυτοί είναι απέναντι, τότε ο ερωτώμενος έχει λευκό δίσκο. Δεν απαιτούνται υποθέσεις σε αυτή την περίπτωση, καθώς δεν παρουσιάζεται κάποια επιλογή στο θέμα της υποκειμενικότητας. Ο Lacan, το αναφέρει ως “the instance of glance” και ο Hook ως το πρώτο είδος της υποκειμενικότητας, στο οποίο αρκεί η προσωπική σκέψη και μόνο.

Το δεύτερο σενάριο με την ύπαρξη ενός μαύρου και ενός λευκού δίσκου από αυτούς που βρίσκονται απέναντι, αποτελεί τη δεύτερη έννοια της υποκειμενικότητας, η οποία στηρίζεται στη θέση του άλλου προκειμένου να αιτιολογήσει κάποιος το χρώμα του. Δηλαδή, ο αναγνώστης εάν έχει τοποθετηθεί στη θέση του φυλακισμένου που διακρίνει ένα μαύρο και ένα λευκό δίσκο, καταλήγει στο συμπέρασμα ότι είναι λευκός, παρατηρώντας την κίνηση του άλλου λευκού. Το τελευταίο σενάριο, με τους τρεις λευκούς δίσκους που διαθέτουν οι κρατούμενοι, στηρίζεται στην τρίτη και τελευταία έννοια της υποκειμενικότητας, η οποία υποδεικνύει στον αναγνώστη ότι δε τον ενδιαφέρει μόνο το τι σκέφτεται ο ένας από τους φυλακισμένους για τον ίδιο αλλά και το τι σκέφτεται για τον διπλανό του. Με άλλα λόγια, είναι απαραίτητη η ολική γνώση του τρόπου σκέψης και όχι η μεμονωμένη.

Στη συνέχεια, ο Hook εξηγεί τη διαφορά που υπάρχει μεταξύ της έννοιας “inter-subjectivity” και “trans-subjectivity”. Στην πρώτη, κυριαρχεί η ιδιωτικοποίηση των σκέψεων μεταξύ δύο ατόμων και στην περίπτωση μας μεταξύ των δύο κρατουμένων, ενώ στην δεύτερη η υπάρχει η στοιχειώδης αντικειμενικότητα που είναι κοινή για όλους.

Έπειτα, ο Hook, αναφέρεται στη σχετικότητα που υπάρχει στο σημείο “time for comprehending”, γνωστό ως “χρόνος κατανόησης”. Κάθε κρατούμενος, έχει το δικό του σκεπτικό και ο χρόνος που χρειάζεται για να αντιληφθεί το τι χρώμα διαθέτει, διαφέρει από των υπολοίπων. Αυτό φυσικά είναι ένα πρόβλημα, διότι η αδράνεια αυτή θα εξαφανιστεί τη στιγμή που κάποιος κρατούμενος οδηγηθεί προς την έξοδο. Κάθε ένας από αυτούς, συνειδητοποιεί ότι οι αντίπαλοί του μπορούν να καταλήξουν στο ίδιο συμπέρασμα, εάν δε το έχουν κάνει ήδη. Με αυτόν τον τρόπο, κατά τον Hook, δημιουργείται μια ανησυχία μεταξύ των κρατουμένων. Δηλαδή, στην περίπτωση που οι A,C είναι λευκοί και ο B μαύρος, ο A συνειδητοποιεί ότι πρέπει επειγόντως να τερματίσει τη διαδικασία σκέψης του και να κατευθυνθεί προς την πόρτα. Έτσι, ο χρόνος για κατανόηση σταματά και πρέπει να καταλήξει σε μια πράξη. Είναι όμως σίγουρος για την πράξη του; Είναι σίγουρος ότι πρέπει κάποιος να δράσει, αλλά δε μπορεί να είναι σίγουρος ότι έπραξε σωστά. Αυτή είναι η στιγμή της προγνωστικής βεβαιότητας, όπου το σωστό θα φανεί μετά την πράξη.

Έχοντας αναλύσει τα παραπάνω περί αντικειμενικότητας, εάν οι κρατούμενοι έχουν την ίδια νοημοσύνη, τότε στην περίπτωση που όλοι είναι λευκοί, θα φτάσουν στο ίδιο συμπέρασμα. Η σκέψη τους είναι: “Κανένας από τους άλλους κρατούμενους δεν κάνει κίνηση, οπότε πρέπει να φοράω λευκό δίσκο”. Εάν και οι τρεις κρατούμενοι, κινηθούν ταυτόχρονα προς την έξοδο, πως θα ερμηνεύσει ο κάθε ένας από αυτούς την αντίδραση των άλλων; Θα πρέπει να αναρωτηθούν, εάν οι άλλοι έχουν καταλήξει στο ίδιο λογικό συμπέρασμα ή αν κατευθύνθηκαν στην έξοδο επειδή είδαν μαύρο δίσκο. Η αμηχανία της κοινής αναποφασιστικότητας δε διαρκεί πολύ. Αποτελεί το γεγονός του δισταγμού: αν ένας από τους κρατούμενους είχε δει μαύρο δίσκο, δε θα είχε κανένα λόγο να σταματήσει και να αμφισβητήσει τις αντιδράσεις των αντιπάλων του.

Ο αμοιβαίος δισταγμός μπορεί να σημαίνει ότι ο καθένας βρίσκεται στην ίδια ακριβώς θέση, η οποία είναι να έχουν όλοι λευκό δίσκο. Κυριαρχεί μια αναστολή, όπου το υποκείμενο εξαρτάται από τις ενέργειες των υπολοίπων για να καταλήξουν σε ένα συμπέρασμα, ότι είναι λευκός, το οποίο ακολουθείται από μια άλλη στιγμή δισταγμού, ότι όλοι βρίσκονται στο ίδιο σημείο και για ποιο λόγο, όπου η λύση δίνεται από το γεγονός ότι κανείς δε θα δίσταζε αν έβλεπε μαύρο δίσκο.

Στο άρθρο του Hook -το οποίο αναφέρεται σε θέματα κοινωνιολογίας- γίνεται εμφανές ότι οι τρεις συλλογισμοί που παρουσιάζει το άρθρο του Lacan, μπορούν να εφαρμοστούν σε φαινόμενα πιο γενικά από το δίλημμα των τριών φυλακισμένων. Για να κατανοήσουμε τη σχέση του υποκειμένου με την κοινωνία, πρέπει να διαχωρίσουμε τις έννοιες της υποκειμενικότητας.

Η αρχική έννοια είναι ο όρος “subjectivity” και στη συνέχεια, έχουμε τον όρο “inter-subjectivity” και “trans-subjectivity”.

Στον πρώτο συλλογισμό του Lacan –“the instance of the glance”- εμπλέκεται η πρώτη έννοια της υποκειμενικότητας.

Ύστερα, ο χρόνος της κατανόησης, περιέχει τη δεύτερη έννοια της υποκειμενικότητας. Σε αυτό το σημείο, η στάση του ενός θέματος, δηλαδή του υποκειμένου θα βασιστεί στη δράση του άλλου υποκειμένου. Είναι επίσης απαραίτητο, να περάσει κάποιος χρόνος για να συμβεί αυτό, δε θα είναι κάτι στιγμιαίο.

Ο τρίτος συλλογισμός, που αφορά τη στιγμή της ολοκλήρωσης, γνωστός και ως “moment of concluding”, περιέχει την τρίτη έννοια της υποκειμενικότητας. Δηλαδή, το υποκείμενο πρέπει να υποθέσει τι σκέφτεται το δεύτερο υποκείμενο για το τρίτο. Πιο αναλυτικά, αρχικά όσον αφορά τη σύνδεση των inter-subjectivity και trans-subjectivity, μπορούμε να φανταστούμε μια κατάσταση μιας εκλογικής περιφέρειας στην οποία κάθε μέλος σκέφτεται θετικά έναν δεδομένο πολιτικό υποψήφιο, που στην πραγματικότητα θα ήθελε να τον ψηφίσει, αλλά σαν σύνολο ψηφίζεται αρνητικά. Δηλαδή, δεν έχει σημασία το πώς σκέφτονται μεμονωμένα τα άτομα, αλλά σαν σύνολο.

Στη συνέχεια, αξίζει να αναφερθεί ότι το άγχος είναι μια κοινή αντίδραση όταν κάποιος γνωρίζει μια ομάδα άγνωστων ανθρώπων. Ένας τρόπος εξισορρόπησης αυτού του άγχους είναι η έλξη σε κάποιον παρόμοιο με τον εαυτό του εντός της ομάδας και η δημιουργία ενός κοινού επιπέδου. Μια σύντομη αλληλεπίδραση μαζί τους, θα παρέχει ενδείξεις για το τι θα μπορούσαν να σκεφτούν για εσάς. Εδώ υπάρχει μια υποκειμενικότητα σύμφωνα με την κατηγορία inter-subjectivity. Μια άλλη περίπτωση άγχους είναι και το πώς φαίνεται μια άγνωστη ομάδα απέναντι σε άγνωστους ανθρώπους. Αυτό που αμφισβητείται εδώ είναι η αστάθεια που επικρατεί για το τι πιστεύουν τα μέλη της ομάδος για τη σκέψη των αντίπαλων μελών για εσάς.

Επίσης, να συμπληρωθεί πάνω σε αυτό το θέμα το εξής: Είναι πολύ πιθανό ότι σε μια κοινότητα κανείς δεν αισθάνεται ότι είναι υποκειμενικά ρατσιστής. Ωστόσο, μια τέτοια κοινότητα μπορεί να διατηρήσει βαθιά ρατσιστικές παραδοχές στο πλαίσιο του trans-subjective, για την άποψη των άλλων. Αυτό δεν αποτελεί παράδειγμα καταπιεσμένου ψυχολογικού ρατσισμού. Πρόκειται για μια περίπτωση ιδιαίτερου ρατσισμού που δεν έχει σαφείς υποκειμενικούς ψυχολογικούς παράγοντες. Συμπεραίνουμε πως οι συλλογισμοί του Lacan, μπορούν να εφαρμοστούν στα θέματα κοινωνιολογίας του Hook.

Είναι σημαντικό επίσης να αναφερθούμε στο άρθρο της Ahmed, του οποίου το περιεχόμενο είναι ψυχολογικής διάθεσης και σχετίζεται με τους συλλογισμούς του Lacan.

Η συγγραφέας, αναλύει το κομμάτι της ψυχολογίας των παιδιών και προτείνει να εξεταστεί η περίοδος της ανάπτυξης τους που είναι γνωστή ως φάση λανθάνουσας κατάστασης που το Οιδιπόδειο Σύμπλεγμα σε συνδυασμό με την παραίτηση των γονέων δημιουργεί τις ανάλογες επιπτώσεις. Η περίοδος αυτή, περνά από τρεις φάσεις: η πρώτη φάση είναι η στιγμή της ματιάς –the instance of the glance—όπου το παιδί απογοητεύεται από τους γονείς του, ευρισκόμενο στη φάση του “λογικού αποκλεισμού”.

Η δεύτερη φάση που είναι ο χρόνος κατανόησης, το παιδί περνάει από το στάδιο των ερωτήσεων προκειμένου να αναδομηθεί η λανθάνουσα κατάσταση και να αποκτήσει μια ταυτότητα. Η φάση αυτή σχετίζεται με τον ένα γονέα και το παιδί, δηλαδή γενικότερα είναι το πρώτο στάδιο της υποκειμενικής διαδικασίας –intersubjective--.. Η Τρίτη φάση που είναι ο χρόνος ολοκλήρωσης, αναφέρεται στην συναναστροφή και των δύο γονέων με το παιδί, που σε αυτή την περίπτωση έχουμε τη δυσφήμιση του ενός γονέα. Ο χρόνος κατανόησης αποδεικνύεται απαραίτητος διότι τα παιδιά από αυτό το σημείο αποκτούν πρόσβαση σε δευτερεύουσες ταυτοποιήσεις στο βαθμό που μπορεί να συντελεστεί η διαδικασία της εφηβείας, όπου το αγόρι ταυτίζεται με τον πατέρα και το κορίτσι με τη μητέρα. Σε όλη αυτή τη διαδικασία, παίζει σημαντικό ρόλο η έλευση της εφηβείας και όλα συντελούν στη δημιουργία ενδιαφέροντος αντίθετου φύλου.

Η Ahmed έχει αναλύσει σε δική της έρευνα το θέμα του Lacan και στην παρουσίασή της αναφέρεται στους τρεις τρόπους της συλλογιστικής πορείας του Lacan, σχετικά με το δίλημμα των φυλακισμένων. Η ίδια, υποστηρίζει πως το κείμενο του Lacan που σχετίζεται με τον “λογικό χρόνο”, μας διδάσκει ότι ο “υποκειμενικός ισχυρισμός”, βασίζεται στην αναμενόμενη βεβαιότητα. Αυτό αποδεικνύεται από τις τρεις αποδεικτικές στιγμές, στις οποίες αναφέρθηκε και ο Hook, τη στιγμή της ματιάς, το χρόνο κατανόησης και τη στιγμή της ολοκλήρωσης. Με άλλα λόγια, μετά την πρώτη φάση που είναι η στιγμή της ματιάς, απαιτείται ο χρόνος κατανόησης που αποτελεί τη δεύτερη φάση. Αυτός είναι και ο χρόνος κατά τον οποίο οι κρατούμενοι αναγνωρίζουν ο ένας τον άλλο. Επίσης, η τρίτη φάση που είναι και η πιο περίπλοκη, με την περίπτωση των τριών λευκών, είναι η στιγμή της ολοκλήρωσης, όπου θα πρέπει κάποιος από τους τρεις λευκούς να πάρει την απόφαση να οδηγηθεί στην

έξοδο έχοντας κάνει τις απαραίτητες ταυτοποιήσεις των αντιπάλων. Καταληκτικά, διαπιστώνεται η εφαρμογή των συλλογισμών του Lacan, τόσο στο άρθρο του Hook όσο και στις Ahmed, τονίζοντας πως δεν σχετίζεται αποκλειστικά με το δίλημμα των φυλακισμένων.

3. Η κλαστική λύση της Επιστημικής Λογικής

Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει αναφορά στην κλαστική λύση της Επιστημικής Λογικής για το δίλημμα των τριών φυλακισμένων, όταν μπορούν να επικοινωνήσουν σχετικά με την «κοινή γνώση» τους.

Έχουμε $n=3$ φυλακισμένους, το χρώμα των οποίων μπορεί να είναι λευκό ή μαύρο. Ο φύλακας, λέει στους κρατούμενους ότι τουλάχιστον ένας από αυτούς είναι σίγουρα λευκός. Έστω k οι λευκοί, τότε υπάρχει μια απόδειξη ότι οι πρώτες $k-1$ φορές που θα θέσει την ερώτηση «Γνωρίζετε το χρώμα σας;», όλοι θα πουν «Όχι», αλλά στη συνέχεια την k -οστή φορά, οι λευκοί θα απαντήσουν «Ναι».

Η απόδειξη γίνεται με επαγωγή στο k . Για $k=1$, το αποτέλεσμα είναι προφανές: Ο λευκός βλέπει ότι κανείς άλλος δεν είναι λευκός. Αφού ξέρει ότι τουλάχιστον ένας είναι λευκός, καταλήγει στο συμπέρασμα ότι πρέπει να είναι αυτός. Για $k=2$ υπάρχουν δύο λευκοί κρατούμενοι, a και b . Κάθε ένας από αυτούς απαντά όχι την πρώτη φορά, εφόσον βλέπει έναν λευκό. Αλλά, όταν ο b λέει «Όχι», ο a συνειδητοποιεί ότι μπορεί να είναι λευκός, διότι διαφορετικά ο b θα ήξερε ότι είναι ο μόνος λευκός και θα απαντούσε «Ναι» στην ερώτηση την πρώτη φορά. Έτσι, ο a απαντά «Ναι» τη δεύτερη φορά. Ο b , με τη σειρά του, κάνει τον ίδιο συλλογισμό. Έστω ότι $k=3$, οπότε υπάρχουν τρεις λευκοί, a, b, c . Ο a , συλλογίζεται ως εξής: Σκέφτομαι, ότι δεν είμαι λευκός. Τότε, οι b, c θα απαντήσουν «Ναι» τη δεύτερη φορά, σύμφωνα με την προηγούμενη περίπτωση. Όταν αυτοί δε το κάνουν, συνειδητοποιεί ότι ο συλλογισμός του ήταν λανθασμένος, ότι είναι λευκός, απαντώντας έτσι «Ναι» την τρίτη φορά. Με τον ίδιο τρόπο οι b, c . Δηλαδή, ο b , συλλογίζομενος ότι δεν είναι λευκός, παρακολουθεί την αντίδραση των a, c . Βλέπει ότι δεν απαντούν «Ναι» τη δεύτερη φορά και έτσι συμπεραίνει ότι ο συλλογισμός του ήταν λανθασμένος, απαντώντας «Ναι» ο ίδιος, την τρίτη φορά. Τέλος, ο c , ξεκινώντας αυτή τη φορά πρώτος κάνει τον πρώτο του συλλογισμό, ο οποίος είναι να μην είναι λευκός. Παρακολουθώντας τους άλλους δύο, διακρίνει την άρνησή τους στην ερώτηση για το αν γνωρίζουν το χρώμα τους για δεύτερη φορά και έτσι απαντά ο ίδιος θετικά την τρίτη φορά.

Εάν, το $k > 1$, σημαίνει ότι υπάρχουν περισσότεροι από ένας λευκοί, τότε κάθε φυλακισμένος μπορεί να δει έναν λευκό, οπότε και οι τρεις γνωρίζουν ότι «τουλάχιστον ένας από αυτούς είναι λευκός». Θέτουμε την έκφραση αυτή ως p . Εάν, ο φύλακας δεν πει την λεπτομέρεια, ότι από τους τρεις φυλακισμένους, ο ένας είναι σίγουρα λευκός, ποτέ δε θα συμπεράνουν το χρώμα τους. Αποδεικνύεται ότι, ανεξάρτητα από το χρώμα των φυλακισμένων, όλοι απαντούν «Όχι» στις πρώτες ερωτήσεις του φύλακα, αφού δε μπορούν να πουν με σιγουριά εξαρχής τι χρώμα έχουν. Έτσι, ο φύλακας δίνει χρήσιμες πληροφορίες και στους τρεις κρατούμενους, ώστε να φύγουν από το αδιέξοδο. Ποια όμως είναι η ουσία της δήλωσης του φύλακα;

Μπορούμε να απαντήσουμε στην παραπάνω ερώτηση χρησιμοποιώντας την έννοια της κοινής γνώσης. Ας εξετάσουμε την περίπτωση με τους δύο λευκούς. Δηλαδή, έχουμε ότι οι A,B είναι λευκοί. Ο A, συλλογίζεται ότι εφόσον ο φύλακας είπε ότι οι επιλογές που υπάρχουν είναι 3 λευκοί και 2 μαύροι, οι φυλακισμένοι είναι τρεις, άρα ο A ξέρει ότι ο B ξέρει p. Αφού ο B απαντά «Όχι», δηλαδή ότι δε γνωρίζει το χρώμα του, τότε ο A χρησιμοποιεί αυτή τη γνώση για να συμπεράνει ότι ο ίδιος είναι λευκός. Η άλλη περίπτωση όπου είναι και οι τρεις λευκοί, τότε ο A γνωρίζει ότι ο B μπορεί να δει το χρώμα του C, ο B γνωρίζει ότι ο C μπορεί να δει το χρώμα του A, κτλ. Εννοείται πως όλοι εμπιστεύονται αυτούς που είναι απέναντί τους για το αν είναι ειλικρινείς. Είναι προφανές ότι, η ανακοίνωση του φύλακα σχετικά με το πόσοι είναι λευκοί και πόσοι μαύροι, είναι κοινή γνώση και βοηθά στην επίλυση του προβλήματος.

Είναι σημαντικό να προσθέσουμε ότι οι κρατούμενοι είναι ειλικρινείς. Υποθέτοντας ότι οι A,B είναι λευκοί και λένε την αλήθεια μεταξύ τους. Για παράδειγμα, εάν ο A δε ξέρει αν ο B είναι ειλικρινής όταν δείχνει αρχικά ότι δε γνωρίζει το χρώμα του, τότε ο A δε μπορεί να κάνει κίνηση προς την έξοδο. Παρομοίως, ο B πρέπει να γνωρίζει ότι ο A δεν ψεύδεται.

Συνοψίζοντας από τα παραπάνω, φαίνεται ότι ο ρόλος της δήλωσης του φύλακα ήταν για να αποκτήσουν οι φυλακισμένοι μια κοινή γνώση, δηλαδή ότι ανάμεσά τους υπάρχει σίγουρα ένας λευκός.

Στη συνέχεια, θα συζητήσουμε για ένα μοντέλο γνώσης και συγκεκριμένα το μοντέλο των πιθανών κόσμων λεγόμενο ως “The Possible-Worlds Model”. Το πλαίσιο μας για τη μοντελοποίηση της γνώσης βασίζεται σε πιθανούς κόσμους. Η διαισθητική ιδέα πίσω από το μοντέλο είναι ότι εκτός από την πραγματική κατάσταση, υπάρχουν πολλές άλλες πιθανές καταστάσεις ή «κόσμοι». Λαμβάνοντας υπόψη τις τρέχουσες πληροφορίες δεν είναι εύκολα προφανές ποια από τις πιθανές καταστάσεις είναι η πραγματική. Έτσι γίνεται γνωστό ότι ένα γεγονός φ είναι αλήθεια για κάποιες πιθανές καταστάσεις. Για παράδειγμα, ο A βλέπει δύο λευκούς, τον B και τον C. Αυτό του επιτρέπει να οδηγηθεί σε δύο καταστάσεις. Η μία είναι και οι τρεις τους να είναι λευκοί και η δεύτερη ο A να είναι μαύρος και οι άλλοι λευκοί. Και στις δύο περιπτώσεις, οι B,C είναι λευκοί. Η μόνη αβεβαιότητα του A είναι για το δικό του μέτωπο. Όπως θα δούμε παρακάτω, ο A θα είναι σε θέση να αποκλείσει τη μία από τις δύο. Για να κάνουμε αυτές τις ιδέες ακριβείς, χρειαζόμαστε μια γλώσσα που μας επιτρέπει να εκφράζουμε έννοιες της γνώσης με απλό τρόπο. Το δίλημμα που ερευνούμε αποτελείται από τρεις κρατούμενους. Υπάρχουν τα βασικά γεγονότα, που αρχικοποιούνται ως p, p', q, q' , όπως το «Ο A είναι λευκός». Για να εκφράσουμε την πρόταση «Ο C γνωρίζει ότι ο A είναι λευκός», χρησιμοποιούμε τελεστές. Μία πρόταση όπως, $K_1\phi$, σημαίνει ότι ο πρώτος κρατούμενος γνωρίζει φ. Τεχνικά, η γλώσσα αυτή είναι ένα σετ από φόρμουλες.

Για παράδειγμα, μια φόρμουλα είναι η εξής: $K1K2p \wedge \neg K2K1K2p$, η οποία λέει ότι ο πρώτος κρατούμενος γνωρίζει ότι ο δεύτερος γνωρίζει p , αλλά ο δεύτερος δε γνωρίζει ότι ο πρώτος γνωρίζει ότι ο δεύτερος γνωρίζει p . Για τη σημασιολογία όλων των παραπάνω, θα χρησιμοποιήσουμε δομές Kripke. Η δομή Kripke, αποτελείται από ένα γράφο, οι κόμβοι του οποίου αναπαριστούν τις προσβάσιμες καταστάσεις του συστήματος και οι ακμές του τις ισοδυναμίες μεταξύ των καταστάσεων.

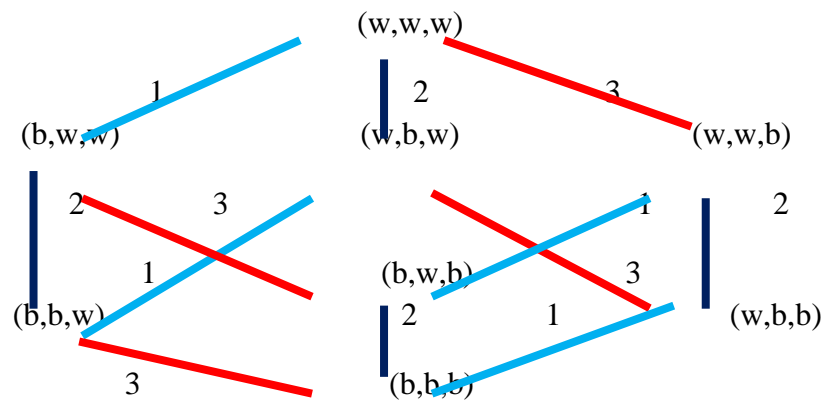
Στην ανάλυσή μας θα υποθέσουμε ότι ο φύλακας είναι ειλικρινής απέναντι στους φυλακισμένους. Μπορούμε να περιγράψουμε μια πιθανή κατάσταση χρησιμοποιώντας w =white και b =black για κάθε φυλακισμένο. Αφού οι φυλακισμένοι είναι τρεις, έχουμε (w,b,w) , δηλαδή ο A και ο C είναι λευκοί. Τι σκέφτεται ο A αρχικά; Δεδομένου ότι ο A βλέπει τους άλλους, αμφιβάλλει μόνο για το δικό του χρώμα. Έτσι, θεωρεί δύο πιθανές καταστάσεις, την πραγματική (w,b,w) και την (b,b,w) . Ομοίως, ο B θεωρεί δύο πιθανές καταστάσεις: (w,b,w) και (w,w,w) .

Η δομή Kripke, μπορεί να φαίνεται περίπλοκη, αλλά στην πραγματικότητα είναι μια κομψή γραφική παράσταση. Έχουμε μια δομή με 2^n καταστάσεις, που στην περίπτωση μας είναι 8 και καθεμία αποτελείται από w και b , έτσι ώστε δύο καταστάσεις αν διαφέρουν σε ένα στοιχείο να ενώνονται. Ο αναγνώστης μπορεί να καταλάβει ότι το αποτέλεσμα θα είναι ένας n -διάστατος κύβος. Από τις 8 καταστάσεις, αφαιρείται η μία διότι γνωρίζουμε ότι δεν είναι εφικτό και οι τρεις φυλακισμένοι να είναι μαύροι.

Διαισθητικά, κάθε φυλακισμένος γνωρίζει ποιοι από τους άλλους είναι λευκοί. Αυτό επιβεβαιώνεται σαν κοινή γνώση στην αρχή του διλήμματος. Για παράδειγμα, η φόρμουλα $M(w,b,w) = K1\neg p2$, αληθεύει στην κατάσταση (w,b,w) του M . Ως K θεωρούμε τους κρατούμενους όπου στην περίπτωση αυτή $K1$ είναι ο A . Επίσης, το p αναφέρεται στο αν ο κρατούμενος είναι λευκός, δηλαδή στην έκφραση αυτή ο B δεν είναι λευκός.

Συνοπτικά, στις πιθανές καταστάσεις του κρατουμένου A , ο B δεν είναι λευκός. Ομοίως η φόρμουλα $K1p3$ αληθεύει στην κατάσταση (w,b,w) του M , εφόσον ο A γνωρίζει το χρώμα του C . Επίσης η φόρμουλα $M(w,b,w) = \neg K1p1$, αληθεύει στην κατάσταση (b,b,w) , αφού ο A δε γνωρίζει ότι είναι λευκός. Στην πραγματικότητα είναι κοινή γνώση, ότι κάθε κρατούμενος ξέρει το χρώμα των άλλων. Δηλαδή ο τύπος $p2 \rightarrow K1p2$, που λέει ότι εάν ο B είναι λευκός, ο A το γνωρίζει, είναι κοινή γνώση, όπως και αν δεν είναι.

Το Kripke Structure έχει ως εξής:

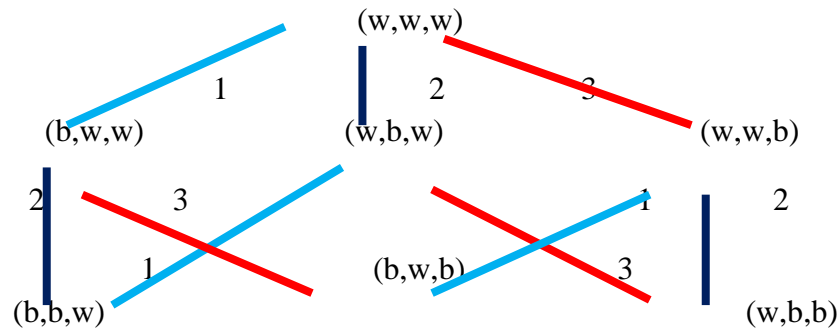


Αξίζει να σημειωθεί ότι η υπόθεση πως είναι κοινή γνώση ότι και οι τρεις κρατούμενοι μπορούν να δουν τους συγκρατούμενούς τους, είναι αυτό που δικαιολογεί την ένωση των καταστάσεων του Kripke Structure. Για παράδειγμα, εάν ήταν κοινή γνώση ότι ο A είναι τυφλός, τότε στην περίπτωση (w,w,w), ο A θα θεωρούσε πιθανή και την κατάσταση (w,b,b). Δε θα ήξερε ότι ο B είναι λευκός.

Σε γενικές γραμμές, όταν επιλέγουμε να μοντελοποιήσουμε μια δεδομένη κατάσταση, πρέπει να βάλουμε στο μοντέλο ό,τι είναι σχετικό. Ένας προφανής λόγος, για τον οποίο ένα γεγονός μπορεί να είναι άσχετο, είναι επειδή δε σχετίζεται με την κατάσταση που αναλύουμε. Έτσι, για παράδειγμα, εάν ο A είναι άντρας ή γυναίκα, δεν αποτελεί μέρος της περιγραφής των πιθανών καταστάσεων. Μια άλλη αιτία ασυμφωνίας είναι ότι ένα γεγονός μπορεί να είναι κοινή γνώση. Αν είναι κοινή γνώση ότι όλοι οι φυλακισμένοι μπορούν να δουν, τότε δεν έχουν νόημα να προστεθούν αυτές οι πληροφορίες σχετικά με την περιγραφή. Με άλλα λόγια, η κοινή γνώση, μπορεί να βοηθήσει στην απλοποίηση της περιγραφής μας για μια κατάσταση.

Επιστρέφοντας στο δίλημά μας, αναφέραμε ότι ο φύλακας λέει στους φυλακισμένους ότι τουλάχιστον ένας από αυτούς είναι λευκός. Στην κατάσταση (w,b,w), ο A θεωρεί πιθανή και την κατάσταση (b,b,w). Σε αυτήν, ο C θεωρεί πιθανή και την (b,b,b). Έτσι, πριν μιλήσει ο φύλακας για την κοινή γνώση, ο A πιστεύει πως ο C θεωρεί ότι μπορεί και οι τρεις να είναι μαύροι. Ύστερα όμως, όλοι γνωρίζουν ότι υπάρχει τουλάχιστον ένας λευκός. Αυτό φυσικά, εξαρτάται από την υπόθεσή μας ότι είναι κοινή γνώση πως οι φυλακισμένοι ακούν τον φύλακα. Μπορούμε να

απεικονίσουμε αυτή την κοινή γνώση, αλλά αφαιρώντας την κατάσταση (b,b,b). Το νέο Kripke Structure απεικονίζεται ως εξής:

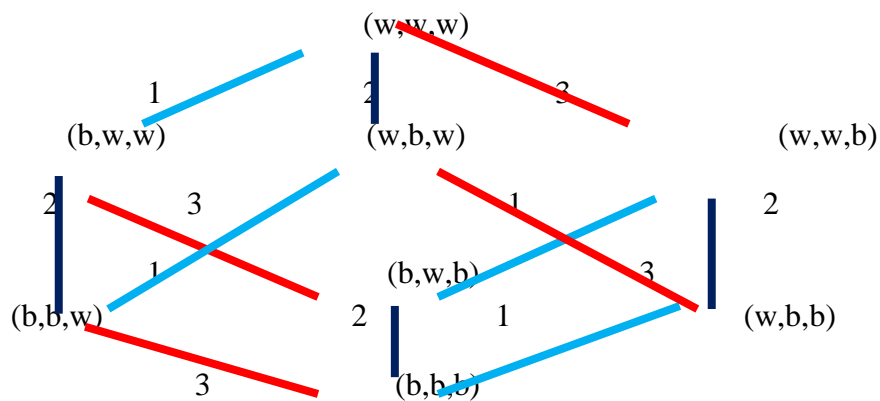


Με τον ίδιο τρόπο, κάθε φορά που οι κρατούμενοι απαντούν «Όχι» και δεν κάνουν κάποια κίνηση, η κατάσταση γνώσης αλλάζει και ο κύβος περικόπτεται. Δηλαδή, βλέποντας το παραπάνω σχήμα, εάν όλοι οι κρατούμενοι απαντήσουν «Όχι» βρισκόμενοι στις καταστάσεις με έναν λευκό, τότε αυτές θα εξαλειφθούν. Έτσι, αφού η απάντηση όλων ήταν «Όχι», τότε είναι κοινή γνώση ότι τουλάχιστον δύο κρατούμενοι είναι λευκοί.

Καταλήγουμε, ότι έχουμε μια ακολουθία δομών Kripke, που περιγράφουν τις γνώσεις των κρατουμένων σε κάθε βήμα. Μετά από k γύρους ερωτήσεων, είναι κοινή γνώση ότι τουλάχιστον $k+1$ κρατούμενοι είναι λευκοί. Όταν ο αριθμός των λευκών είναι $k+1$, τότε οι λευκοί θα γνωρίζουν το χρώμα τους ακριβώς πριν ο φύλακας ρωτήσει για $k+1$ φορές, αφού μέχρι αυτό το σημείο πίστευαν ότι ήταν μαύροι.

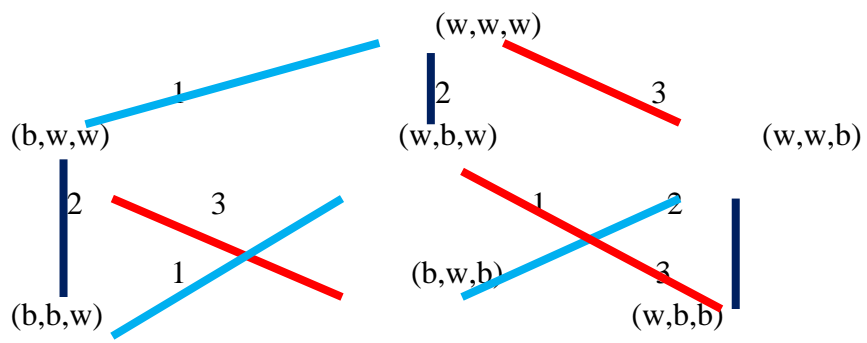
Τέλος, υπάρχει ένα λεπτό σημείο που αξίζει να αναφερθεί. Σε γενικές γραμμές, σύμφωνα με τον τρόπο που διαμορφώνουμε τη γνώση σε αυτό το πλαίσιο, ένας κρατούμενος «γνωρίζει» ένα γεγονός όταν το γεγονός προκύπτει από τις τρέχουσες πληροφορίες του. Αλλά θα μπορούσαμε να φανταστούμε ότι εάν κάποιος από αυτούς δεν είναι ιδιαίτερα έξυπνος, μπορεί να μην καταλάβει ότι οι πληροφορίες του αρκούσαν για να καταλήξει στο τι χρώμα είναι. Ο κρατούμενος πρέπει να γνωρίζει τις συνέπειες των πληροφοριών του, για να πράξει αναλόγως. Ο ορισμός υποθέτει πως όλοι οι συλλογιζόμενοι είναι παντογνώστες, δηλαδή ότι είναι αρκετά έξυπνοι για να υπολογίσουν τις συνέπειες και πως η λογική αυτή είναι κοινή γνώση.

Η ολοκληρωμένη διαδικασία του πεπερασμένου αυτόματου είναι η εξής: Αρχικά, σαν πρώτη «κατάσταση», το Kripke Structure, θα περιέχει και την (b,b,b) αφού ο φύλακας δεν έχει ανακοινώσει ακόμη ότι υπάρχει τουλάχιστον ένας λευκός. Όταν θα κάνει αυτή την ανακοίνωση τότε η δεύτερη κατάσταση θα είναι δίχως την (b,b,b). Σαν «μετάβαση», θα βάζουμε την απάντηση των παικτών σύμφωνα με την οποία θα γίνεται και η μετάβαση. Άρα, η απάντησή τους σε αυτό το σημείο στην ερώτηση αν γνωρίζουν το χρώμα τους είναι όχι. Με την απάντηση αυτή, περικόπτεται κάποιο τμήμα από το Kripke Structure. Στη συνέχεια, απομένει ένα Kripke Structure, το οποίο περιέχει τουλάχιστον δύο λευκούς και βλέπουμε ότι υπάρχουν μόνο selfloops. Αναλυτικά:



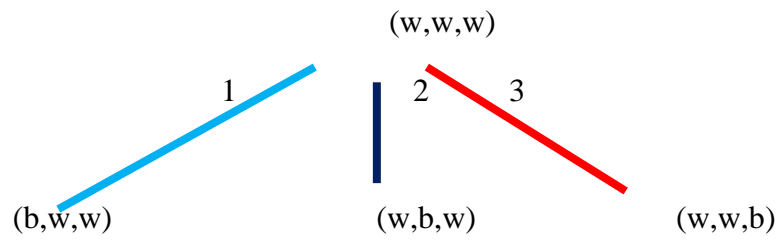
Ο φύλακας ανακοινώνει ότι υπάρχει τουλάχιστον ένας λευκός.





Ο φύλακας ρωτάει αν οι κρατούμενοι γνωρίζουν το χρώμα τους.

Όλοι απαντούν όχι. Άρα:



4. Η λύση της διπλωματικής

Το περιεχόμενο του συγκεκριμένου κεφαλαίου σχετίζεται με τη λύση της διπλωματικής.

4.1 Η Λογική Ανάλυση

Αρχικά, θα πραγματοποιηθεί η λογική ανάλυση του παιχνιδιού, στην οποία παρατηρούνται όλα τα σενάρια και οι κινήσεις των φυλακισμένων. Όπως θα δούμε, επισημαίνεται με τον κατάλληλο τρόπο, ποιος συλλογιστικός τρόπος του Lacan εφαρμόζεται σε κάθε περίπτωση.

Θα εξετάσουμε όλες τις περιπτώσεις των τριών παικτών στους οποίους έχει δοθεί η ευκαιρία να φύγουν, με την προϋπόθεση ότι θα είναι ικανοί να απαντήσουν στο εξής απλό ερώτημα: «Ποιο είναι το χρώμα σου;». Εννοείται πως δε μπορούν να δουν το χρώμα τους. Δεν επιτρέπεται η επικοινωνία μεταξύ των παικτών. Είναι σημαντικό να προσθέσουμε ότι υπάρχουν μόνο δύο μαύροι παίκτες και τρεις λευκοί. Υπάρχει επομένως ένα όριο στους πιθανούς συνδυασμούς των χρωμάτων.

Όπως έγραψε ο Lacan, στο δίλημμα των φυλακισμένων, ο φύλακας λέει στους κρατούμενους: «Για λόγους που δε χρειάζεται να σας γνωστοποιήσω τώρα, κύριοι, πρέπει να ελευθερώσω έναν από εσάς. Προκειμένου να αποφασίσω ποιον, θα εμπιστευτώ το αποτέλεσμα ενός τεστ, που ελπίζω θα συμφωνήσετε να υποβληθείτε.»

a. Το πρώτο από τα πιθανά σενάρια είναι να έχουμε: A:white – B:black – C:black. Δηλαδή, κάθε παίκτης που βλέπει ο A είναι μαύρος.

Εδώ δε χρειάζεται μεγάλη ανάλυση. Εάν υπάρχουν μόνο δύο μαύροι παίκτες και αυτοί είναι που βλέπει ο A, τότε ο A πρέπει να είναι λευκός. Δεν απαιτείται υπόθεση εδώ, δε χρειάζεται κανείς από τους 3 παίκτες να τοποθετήσει τον εαυτό του στη θέση του άλλου. Δεδομένου ότι υπάρχουν μόνο 2 μαύροι παίκτες, μία μόνο ματιά (instant of glance) είναι αρκετή για να επιβεβαιώσει ότι ο A είναι λευκός. Δε χρειάζεται να περάσει σημαντικό χρονικό διάστημα, το deduction είναι άμεσο. Αυτό αναφέρει ο Lacan ως instant of glance. Το χρονικό διάστημα είναι υποκειμενικό.

Άρα:

a.1 Ο A φεύγει άμεσα, επειδή βλέπει ότι οι B, C είναι μαύροι.

a.2 Αφού ο A έφυγε άμεσα, οι B, C κινούνται και αυτοί προς την έξοδο καταλήγοντας ότι είναι μαύροι: ο B φεύγει καθώς θεωρεί ότι δεν μπορεί να είναι white, αφού τότε οι A, C θα συμπεριφέρονταν όπως στην κατάσταση white-white-black, όπου ο A δεν μπορεί να φύγει άμεσα. Δηλαδή –ο A-- θα έπρεπε να αναρωτηθεί τι βλέπουν οι άλλοι δύο (B,C). Όμως, δε θα μπει σε αυτή τη διαδικασία διότι η περίπτωση είναι Instant of glance. Με την ίδια λογική φεύγει και ο C.

Η περίπτωση αυτή ισχύει και αν είχαμε A:black – B:black – C:white και A:black – B:white – C:black.

b. Η δεύτερη πιθανή κατάσταση είναι πιο δύσκολη. Έστω ότι έχουμε: A:black – B:white – C:white. Δηλαδή, σε αυτή την περίπτωση ο B βλέπει έναν μαύρο παίκτη και έναν λευκό. Σε αντίθεση με το πρώτο σενάριο, ο B σαν λευκός δε μπορεί να προχωρήσει εκτός και αν μπει στη διαδικασία να σκεφτεί πως βλέπουν οι άλλοι. Συνεπώς, ακολουθώντας αυτή τη λογική, θα πρέπει να αναρωτηθεί ο B: τι βλέπουν οι 2 άλλοι παίκτες;

Πιο συγκεκριμένα, πρέπει να αναρωτηθεί τι βλέπει ο λευκός, ο C. Γιατί είναι τόσο σημαντικό να φανταστούμε τι βλέπει ο λευκός; Διότι, *αν ο C έβλεπε δύο μαύρους, θα έφευγε αφού θα κατέληγε στο συμπέρασμα(conclusion) ότι πρέπει να είναι λευκός (επειδή υπάρχουν μόνο 2 μαύροι), όπως στην περίπτωση 1. Εάν ο λευκός (ο C) δε φεύγει, σημαίνει ότι ο B είναι λευκός και όχι μαύρος.* Σίγουρα υπάρχει μια μορφή υποκειμενικότητας, όπου ο παίκτης προσπαθεί να εισέλθει στη θέση των άλλων παικτών. Αυτή η περίπτωση δεν είναι instant of glance, αλλά όπως αναφέρει ο Lacan είναι χρόνος κατανόησης (time of understanding).

Η διαδικασία που ακολουθείται είναι η εξής:

b.1 Ο B ξεκινάει να κινείται καθώς θεωρεί ότι **εάν ο C έβλεπε black θα ήξερε το χρώμα του και θα έφευγε άμεσα (όπως συμβαίνει στην περίπτωση a.1)** - άρα, υπάρχει πιθανότητα ο C να μην ξέρει το χρώμα του που σημαίνει ότι ο B:white. Ο B προσπαθεί να μπει στη θέση του C σχετικά με τον τρόπο σκέψης του. Ο C, δεν κινείται άρα δε βλέπει 2 μαύρους.

Με την ίδια λογική ξεκινάει και ο C να κινείται εφόσον σύμφωνα με το πρώτο σενάριο **εάν ο B έβλεπε black θα ήξερε το χρώμα του και θα έφευγε άμεσα** με βάση τη θεωρία του Lacan (**περίπτωση a.1**). Εδώ, ο C προσπαθεί να μπει στη θέση του B σχετικά με τον τρόπο σκέψης του. Ο B, δεν κινείται άρα δε βλέπει 2 μαύρους.

b.2 Στη συνέχεια, ξεκινάει και ο A με την προϋπόθεση ότι **ίσως ο B ή ο C βλέπει black-white** που σημαίνει ότι ο A πιστεύει πως είναι black. Δηλαδή, ο A θεωρεί ότι **ο B (ή ο C) ξεκινάει να κινείται λόγω της περίπτωσης b.1**. Εδώ, ο A μπαίνει στη διαδικασία να αναρωτηθεί τι

μπορεί να βλέπουν οι άλλοι 2. Βέβαια, δε μπορεί να φύγει γιατί δε μπορεί να αποκλείσει ότι είναι λευκός.

b.3 Έπειτα, ο B σταματά αφού είδε τον C να ξεκινά μετά από αυτόν και πιστεύει ότι ο C γνωρίζει το χρώμα του. Δηλαδή, ο B θεωρεί ότι **ο C ξεκίνησε να κινείται λόγω της περίπτωσης a.1** με την προϋπόθεση ότι είδε δύο μαύρους και κυριάρχησε το Instant of glance. Με το ίδιο σκεπτικό θα έπραττε και ο C εάν ξεκινούσε πρώτος.

b.4 Άρα, εφόσον ο C βλέπει τον B να σταματά, φεύγει καθώς διαπιστώνει ότι ο B δε γνωρίζει το χρώμα του και έτσι φτάνει στο συμπέρασμα ότι ο ίδιος είναι white. Δηλαδή, ο C καταλαβαίνει ότι δεν μπορεί να είναι black, αφού τότε **ο B θα έφευγε χωρίς να σταματήσει ενδιάμεσα (όπως συμβαίνει στην περίπτωση a.1)**. Εάν ο B έβλεπε 2 μαύρους θα έφευγε κατευθείαν.

b.5 Εάν ο Β ξεκινάει πρώτος θα σταματήσει πρώτος, οπότε μετά ο C θα φύγει χωρίς προηγουμένως να έχει σταματήσει. Ύστερα, ο Β φεύγει και αυτός εφόσον ο C ξεκίνησε δεύτερος και δεν σταμάτησε, συμπεραίνοντας ότι είναι και αυτός white. Δηλαδή, ο Β καταλαβαίνει ότι **δεν μπορεί να είναι black, αφού τότε ο C θα ξεκινούσε πρώτος και δε θα περίμενε την κίνησή του (όπως συμβαίνει στην περίπτωση a.1)**. Με αυτό εννοούμε ότι εάν ο Β ήταν μαύρος τότε ο C θα έβλεπε 2 μαύρους οπότε θα έφευγε.

b.6 Τέλος ο Α κινείται και αυτός προς την έξοδο καταλήγοντας ότι είναι μαύρος, αφού ένας από τους Β, C έφυγε δίχως να σταματήσει και ο άλλος έφυγε αφού σταμάτησε. **Αν ο Α ήταν λευκός οι Β, C θα συμπεριφέρονταν όπως στην κατάσταση white-white-white**: Στην 1η Περίπτωση - ο Β ξεκινά πρώτος και ακολουθούν οι Α, C - ο C θα έμενε αναποφάσιτος βλέποντας τον Β να σταματά (βλέπε την περίπτωση c.1.3). Στην 2η Περίπτωση - οι Β, C ξεκινούν πρώτοι και ακολουθεί ο Α - ο C θα σταματούσε μαζί με τον Β (βλέπε την περίπτωση c.2.3).

Η περίπτωση που αναλύσαμε ισχύει και για A:white – B:white – C:black και A:white – B:black – C:white

c. Η πιο δύσκολη παραλλαγή του διλλήματος εμφανίζεται όταν οι παίκτες που έχει μπροστά του ο A είναι λευκοί και ο ίδιος επίσης λευκός. Δηλαδή, έστω A:white – B:white – C:white. Και εδώ, είναι απαραίτητο να αναφερθούμε στη λογική των άλλων. Στην περίπτωση αυτή, ξεκινώντας με τον A, ο ίδιος δεν γνωρίζει ότι είναι λευκός. Υποθέτοντας, ότι είναι μαύρος, τότε οι άλλοι 2 θα έβλεπαν ο καθένας έναν μαύρο και έναν λευκό παίκτη. Ο καθένας από τους άλλους 2 θα υποθέσει ότι αν ήταν μαύρος τότε ο άλλος θα έφευγε χωρίς δεύτερη σκέψη. Αυτό δε συμβαίνει. Καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι είναι λευκοί. Θα βρίσκονταν τότε σε θέση να ξεκινήσουν με προορισμό την έξοδο αλλά δεν το κάνουν. Επομένως, δεν είμαστε σε θέση να επιβεβαιώσουμε την αρχική μας υπόθεση: εάν ο A ήταν μαύρος, ένας από τους αντιπάλους του θα έφευγε μέχρι τώρα – έχοντας περάσει τα βήματα που περιγράφονται λεπτομερώς στη δεύτερη περίπτωση παραπάνω – οπότε πρέπει να είναι λευκός.

Ο λογικός συλλογισμός σε αυτή την τρίτη κατάσταση δεν απαιτεί μόνο το πώς σκέφτεται ο δεύτερος παίκτης ή ο τρίτος. Απαιτεί μια υπόθεση για το τι υποθέτει ο δεύτερος παίκτης για τον τρίτο. Δηλαδή, σίγουρα δεν υπάρχει η διαδικασία “instant of glance”, ούτε η “time for comprehending”. Διαπιστώνουμε ότι υπάρχει μια αδράνεια στη συμπεριφορά των παικτών, η οποία θα καταρριφθεί όταν ένας από τους παίκτες θα κάνει την πρώτη κίνηση προς την έξοδο. Ο Lacan, σχολιάζει το γεγονός ότι σε αυτό το σημείο εκδηλώνεται μια μορφή άγχους. Με άλλα λόγια, η πρώτη υπόθεση έχει τη μορφή: «Αν είμαι μαύρος, πως μπορώ να λειτουργήσω για τους άλλους». Εδώ απαιτείται ένα δεύτερο επίπεδο υπόθεσης. Ο A υποθέτοντας ότι είναι μαύρος, υποθέτει ότι και οι άλλοι θα μπορούσαν να κάνουν την ίδια υπόθεση, δηλαδή, τόσο ο B όσο και ο C θα μπορούσαν να πουν «Εάν είμαι μαύρος, τότε...». Έτσι, κάθε παίκτης διαπιστώνει ότι ο αντίπαλός του μπορεί να καταλήξει στο ίδιο συμπέρασμα. Ο Lacan, στο άρθρο του αυτή την περίπτωση την αναφέρει ως *suspended motion* εφόσον καταλήγουμε μέσω αυτής της λογικής σε αδιέξοδο. Το χρώμα που διαθέτει ο A δεν διαπιστώνεται εύκολα από την συμπεριφορά του δεύτερου παίκτη B ή C αλλά από το τι υποθέτει ο δεύτερος παίκτης μέσω του τρίτου για τον A. Μπορούμε να πούμε ότι αυτό το σενάριο αποτελεί μια διασταύρωση λογικών και ψυχολογικών σκέψεων. Έτσι, και οι 3 θα καταλήξουν στο ίδιο συμπέρασμα: κανένας από τους άλλους παίκτες δεν κάνει κάποια κίνηση, οπότε είμαι λευκός. Η καθυστέρηση που προηγείται αυτού του σημείου ακολουθείται από μια στιγμή αναποφασιστικότητας. Θα πρέπει ο κάθε ένας να αναρωτηθεί, εάν οι άλλοι παίκτες έχουν καταλήξει στο ίδιο λογικό συμπέρασμα ή αν μπήκαν στη διαδικασία να ξεκινήσουν επειδή είδαν κάποιον που είναι μαύρος. Ο Lacan περιγράφει την κατάσταση σύμφωνα με τους ακόλουθους όρους:

Ο A συνειδητοποιεί ότι πρέπει να τερματίσει επειγόντως τη διαδικασία σκέψης και έτσι στρέφεται προς την έξοδο. Έτσι, μεταβαίνει σε ένα συμπέρασμα περνώντας από το στάδιο “time for comprehending”. Με αυτόν τον τρόπο κάνει τη σκέψη του, πράξη. Είναι όμως σίγουρος για την κίνηση αυτή; Είναι σίγουρος ότι είναι απαραίτητο να δράσει, αλλά δε μπορεί να είναι σίγουρος για την ορθότητα της

συλλογιστικής του. Αυτή είναι η στιγμή της βεβαιότητας, όπου μετά την πράξη μπορεί να επαληθευτεί η σκέψη του.

Εάν ο A βλέπει τους B,C να αποχωρούν, αναρωτιέται και πάλι εάν δεν είδαν ότι είναι μαύρος, όπου αρκεί για αυτόν να σταματήσει και να θέσει την ερώτηση. Ο ίδιος βλέπει ότι και αυτοί σταματούν, δεδομένου ότι κάθε ένας από αυτούς βρίσκεται στην ίδια κατάσταση με τον A, με αποτέλεσμα οι B,C να συναντούν την ίδια αμφιβολία την ίδια στιγμή με αυτόν. Ανεξάρτητα από το σκεπτικό που καταλογίζει στους B,C ο A θα καταλήξει στο ότι είναι λευκός. Γιατί, αν ήταν μαύρος, οι B,C θα συνέχιζαν την πορεία τους.

Η αμηχανία της κοινής αναποφασιστικότητας δε διαρκεί πολύ. Το θέμα του δισταγμού είναι που καθυστερεί το παιχνίδι. Αν ένας από τους B,C είχε δει μαύρο παίκτη δε θα είχε κανένα λόγο να σταματήσει και να αμφισβητήσει τις χειρονομίες των υπολοίπων. Ο αμοιβαίος δισταγμός μπορεί μόνο να σημαίνει ότι όλοι βρίσκονται στην ίδια ακριβώς θέση, ότι είναι όλοι λευκοί. Το θέμα εξαρτάται από τις ενέργειες των άλλων παικτών, δηλαδή το αν θα κινηθούν ή όχι. Από εδώ ο A μπορεί να βγάλει ένα πρώτο συμπέρασμα για το αν είναι λευκός, όμως συνεχίζει να υπάρχει δισταγμός καθώς και οι τρεις κινούνται. Βλέποντας και τους άλλους 2 να έχουν κάποια αμφιβολία συμπεραίνει ότι κανένας τους δε θα δίσταζε εάν έβλεπε μαύρο, οπότε ο A είναι λευκός. Έτσι, ο A ξεκινώντας με μια αβέβαιη, μοναδική απόφαση φτάνει σε μια ορισμένη αλήθεια. Αυτό που είναι σημαντικό, είναι ότι αυτή η βεβαιότητα, βασίζεται στον δισταγμό του άλλου. Στην περίπτωση των τριών white, κάποιος μπορεί να πιστεύει ότι αυτή η εναλλαγή μεταξύ δισταγμού και βιασύνης θα μπορούσε να συνεχιστεί επ' αορίστου.

Οι παίκτες ενεργούν σύμφωνα με την επιθυμία τους για την ελευθερία. Αυτός είναι ο στόχος τους, να φύγουν, αλλά δεν είναι απαραίτητα αυτό που τους αναγκάζει να ενεργήσουν. Αυτό σημαίνει ότι μπαίνουν στη διαδικασία της λογικής και ο καθένας αποκτά τη δική του κρίση. Υπάρχουν κάποια κριτήρια με βάση τα οποία λαμβάνεται υπόψη το πόσο σημαντική είναι η κάθε κρίση. Η θεωρία του Lacan, μπορούμε να πούμε ότι ασχολείται με το τι προσδοκούν οι παίκτες. Υπάρχει μια αβεβαιότητα στο χρώμα εξ αρχής, δηλαδή το να υποθέσει ο παίκτης ότι δεν είναι μαύρος, δε σημαίνει ότι είναι σίγουρα λευκός. Με αυτόν τον τρόπο, οι άλλοι παίκτες ενεργούν κατάλληλα, εφόσον ο δισταγμός του αντιπάλου δίνει στον ίδιο τον παίκτη σιγουριά, ενώ η βιασύνη, αμφιβολία. Κάθε παίκτης εξαρτάται από την προσδοκία του για το τι θα σκεφτεί ο αντίπαλος για τον ίδιο. Για παράδειγμα, η κίνηση του A εξαρτάται από το τι σκέφτεται ο B για τον A. Ο A, πρέπει να υποθέσει, έστω και λανθασμένα, το χρώμα του μέσω μιας υπόθεσης για το τι χρώμα αντικρίζουν οι άλλοι. Το συμπέρασμα, μπορεί να βασίζεται μόνο στη συμπεριφορά των άλλων 2.

Η διαδικασία η οποία ακολουθείται είναι:

1^η Περίπτωση

Επειδή υπάρχουν τρεις παίκτες με το ίδιο χρώμα, κάποιος από αυτούς πρέπει να ξεκινήσει.

c.1.0 Έστω ότι ο Β ξεκινά εφόσον βλέπει τους 2 λευκούς να κάθονται ακίνητοι και πιστεύει πως **δεν βρίσκονται στην κατάσταση white-white-black**, επομένως είναι λευκός. Με άλλα λόγια, υποθέτει πως δεν είναι μαύρος, καθώς σίγουρα κάποιος από τους άλλους δύο παίκτες θα ξεκινούσε. Για παράδειγμα, σκέφτεται ότι έστω πως είμαι μαύρος, τότε ο Α θα έβλεπε έναν μαύρο και έναν λευκό. Οπότε, ο Α θα ρωτούσε τον εαυτό του: «Τι θα γινόταν αν ήμουν μαύρος;» και θα έβρισκε λύση, καθώς ο C θα γνώριζε το χρώμα του, εφόσον δύο μαύροι υπάρχουν μόνο. Τώρα, εφόσον ο Α δε κινείται, δεν ήταν σε θέση να κάνει αυτή την υπόθεση. Αυτό σημαίνει ότι ο Β, δε μπορεί να είναι μαύρος αλλά λευκός.

c.1.1 Στη συνέχεια, ξεκινά ο Α και ο C με την προϋπόθεση ότι ο Β **ξεκίνησε διότι βλέπει black και white (περίπτωση b.1)**. Άρα, κάθε ένας από τους Α, C θεωρεί ότι είναι black. Εδώ, οι Α, C ξεκίνησαν καθώς προσπάθησαν να μπουν στο σκεπτικό του Β. Δηλαδή, ο Α πιστεύει ότι ο Β σκέφτεται το εξής: βλέπω έναν black και έναν white, εάν ήμουν black ο white θα έφευγε οπότε είμαι white και ξεκινάω.

c.1.2 Ο Β βλέπει την εκκίνηση των άλλων δύο και σταματά νομίζοντας πως έχει μαύρο χρώμα. Δηλαδή, ο Β θεωρεί ότι ο Α (ή ο C) **ξεκινάει να κινείται λόγω της περίπτωσης b.1**. Εδώ υπάρχει μια αμφιβολία από τον Β, ο οποίος αναρωτιέται: «Θα μπορούσα μήπως να είμαι μαύρος;».

Ενόσω οι Α, C δε φεύγουν, δεν έχει νόημα να ξεκινήσει ξανά ο Β, αφού μετά απλά θα σταματήσει πάλι. Αν δεχτούμε ότι αυτό είναι κοινή γνώση, φαίνεται να καταλήγουμε στα εξής:

c.1.3 Οι παίκτες Α και C φεύγουν γνωρίζοντας ότι το χρώμα τους είναι το λευκό διότι ο Β που ξεκίνησε με αμφιβολία πρώτος, σταμάτησε: επομένως, **καθένας από τους Α, C σκέφτεται ότι, αν ο ίδιος ήταν black, ο άλλος πρέπει να φύγει σύμφωνα με την περίπτωση b.4** -- μη βλέποντας τον άλλο να φεύγει, αποφασίζει να φύγει ο ίδιος θεωρώντας ότι είναι λευκός (moment of concluding).

c.1.4 Τέλος, προς την έξοδο κινείται και ο παίκτης Β συμπεραίνοντας ότι είναι σίγουρα λευκός αφού οι Α, C ξεκίνησαν μετά από αυτόν και έφυγαν δίχως να σταματήσουν. **Αν ο Β ήταν black ένας από τους Α, C θα σταματούσε, όπως συμβαίνει στην περίπτωση b.3.**

* Βλέπε και τις εναλλακτικές υπο-περιπτώσεις, στο τέλος.

2^η Περίπτωση

c.2.0 Σε αυτό το σημείο οι B, C ξεκινούν ταυτόχρονα καθώς δε βλέπουν κίνηση από τον A, οπότε θεωρούν ότι **δεν βρίσκονται στην περίπτωση white-white-black**. Αυτό σημαίνει ότι και οι δύο είναι white.

c.2.1 Μετά από αυτούς ξεκινά ο A ο οποίος πιστεύει πως είναι black και ότι ίσως **οι B, C ξεκίνησαν επειδή βλέπουν black-white (περίπτωση b.1)**.

c.2.2 Όπως ξεκίνησαν ταυτόχρονα οι B, C με τον ίδιο τρόπο θα σταματήσουν από τη στιγμή που είδαν την εκκίνηση του A, αλλάζοντας έτσι σκεπτικό για το χρώμα τους. Δηλαδή, οι B, C θεωρούν ότι **ο A ξεκινάει να κινείται λόγω της περίπτωσης b.1**.

Ενόσω ο A δε φεύγει, δεν έχει νόημα να ξεκινήσουν ξανά οι B, C αφού μετά απλά θα σταματήσουν *πάλι*. Αν δεχτούμε ότι αυτό είναι κοινή γνώση, φαίνεται να καταλήγουμε στα εξής:

c.2.3 Ο παίκτης A παρατηρεί την κίνηση των B, C, βλέπει ότι σταμάτησαν και οι 2 και έτσι κατευθύνεται προς την έξοδο καταλήγοντας ότι είναι λευκός. Είναι σίγουρος για αυτή την απόφαση καθώς **εάν ο A ήταν black, θα σταματούσε ο ένας μόνο από τους B, C, όπως είδαμε στις περιπτώσεις b.3 και b.4**.

c.2.4 Τελικά θα φύγουν και οι B,C διαπιστώνοντας ότι είναι λευκοί. **Ο B σκέφτεται ότι, αν ήταν black, εφόσον ο A ξεκίνησε τελευταίος (αφού ο C σταμάτησε) και παρόλα αυτά έφυγε πρώτος, ο C πρέπει μετά να φύγει σύμφωνα με την περίπτωση b.5** -- μη βλέποντας τον C να φεύγει, αποφασίζει να φύγει ο ίδιος θεωρώντας ότι είναι λευκός (moment of concluding). Όμοια σκέφτεται και ο C.

** Βλέπε και τις εναλλακτικές υπο-περιπτώσεις, στο τέλος.

Στις εναλλακτικές υπο-περιπτώσεις της 1ης (αντίστοιχα της 2ης) περίπτωσης, ο B (αντίστοιχα οι B, C) ξεκινούν και σταματούν για μιά ακόμη φορά, όπως στο άρθρο του Lacan.

* *Υπο-περιπτώσεις της 1ης περίπτωσης:*

Μπορούμε να γράψουμε άλλη μια παραδοχή όπου:

c.1.3 b

Ο A ή ο C θα σταματήσει εφόσον βλέπει έναν white (τον B) σταματημένο και έναν που προχωράει. Είδαμε την περίπτωση b.4 που όταν ένας white είναι σταματημένος και ένας προχωράει, ο δεύτερος φεύγει διότι βλέπει και έναν black. Εδώ όμως είναι και οι 3 white οπότε βρίσκονται ακόμη στο στάδιο της αμφιβολίας.

c.1.4 b

Αφού βρεθούν όλοι στην ίδια θέση δηλαδή στη θέση stop τότε ο B θα ξεκινήσει πάλι όπως πριν (c.1.0) και όταν σταματήσει οι άλλοι 2 θα φύγουν καθώς θα δουν για δεύτερη φορά τον B σε θέση stop..

** *Υπο-περιπτώσεις της 2ης περίπτωσης:*

Χωρίς αυτή την παραδοχή:

c.2.3 b

Ο A μπορεί να σταματήσει διότι βλέπει ότι σταμάτησαν και οι 2. Δηλαδή, αμφιβάλλει για το χρώμα του.

c.2.4 b

Έτσι, μόλις σταματήσει οι B,C θα ξεκινήσουν ξανά και όταν σταματήσουν ο A πλέον θα είναι σίγουρος ότι είναι λευκός εφόσον σταμάτησαν για δεύτερη φορά και οι 2. Η βεβαιότητα του ότι είναι λευκός, επιβεβαιώνεται τώρα από το γεγονός ότι βλέπει τους άλλους να σταματούν δεύτερη φορά. Σύμφωνα με τον Lacan, για να είναι βέβαιος ο παίκτης ότι είναι λευκός, πρέπει οι άλλοι παίκτες να διστάσουν δύο φορές. Η πρώτη είναι, η στιγμή στην οποία διαπιστώνεται ότι οι άλλοι δε βλέπουν έναν λευκό και έναν μαύρο. Η δεύτερη είναι, η στιγμή του δισταγμού, που διακόπτει την κίνησή τους προς την πόρτα και έτσι καταλαβαίνει ότι όλοι βρίσκονται στην ίδια κατάσταση σκέψης

Η διαδικασία αυτή σε σύγκριση με την black—white--white έχει κάποια διαφορά. Προηγουμένως, κάποιος από τους B,C ξεκινάει πρώτος και ο άλλος βλέπει την κίνηση του πρώτου. Σε αυτή που εξετάσαμε πραγματοποιούν το βήμα της εκκίνησης ταυτόχρονα.

Στα σενάρια με τους 3 λευκούς, έχουμε the moment of concluding, όπου υπάρχει το objection-verification-conclusion.

Στο σενάριο όπου θα έχουμε 2 black και έναν white θα κυριαρχεί το instant of the glance.

4.2 Η Υπολογιστική Ανάλυση

Για την σχεδίαση του πεπερασμένου αυτόματου, εκτός από τη λογική ανάλυση που αναφέραμε στο 4.1, είναι απαραίτητη η ύπαρξη τόσο του υπολογιστικού μοντέλου όσο και των κανόνων, τα οποία θα αναλυθούν καταλλήλως.

Υπολογιστική Ανάλυση του Παιγιδιού

Αρχικά, αξίζει να αναφερθούν κάποια στοιχεία όπως για παράδειγμα το μοντέλο.

Το status ενός παίκτη, είναι ένα από τα στοιχεία του συνόλου { “initial”, “started”, “stopped”, “left” }. Το αρχικό status όλων των παικτών είναι “initial”. Το status κάθε παίκτη είναι προσβάσιμο στους άλλους παίκτες.

Το ιστορικό (history), είναι η ακολουθία των διαδοχικών statuses όλων των παικτών. Συμβολίζουμε ως history(X) την υπο-ακολουθία του ιστορικού που αφορά μόνο τον παίκτη X. Το ιστορικό είναι προσβάσιμο σε όλους τους παίκτες.

Η υπόθεση (hypothesis) ενός παίκτη, είναι η τρέχουσα «υπόθεση εργασίας» του παίκτη σχετικά με το χρώμα του. Η υπόθεση κάθε παίκτη δεν είναι προσβάσιμη στους άλλους παίκτες. Αρχικά, θέτουμε hypothesis = NULL για όλους τους παίκτες.

Μια μετάβαση (transition), ενημερώνει το status και το hypothesis ενός μόνο από τους παίκτες.

Ονομάζουμε εκτέλεση (run), μία ακολουθία μεταβάσεων.

Επίσης, έχουμε τη Συνθήκη Ορθότητας όπου αν σε κάποια εκτέλεση ένας παίκτης X φεύγει, η τελευταία υπόθεση (hypothesis) του X συμφωνεί με το χρώμα του.

Υπάρχει και η Συνθήκη Πληρότητας, με την οποία για οποιαδήποτε αρχικά χρώματα, θα υπάρχει μία (τουλάχιστον) εκτέλεση όπου όλοι οι παίκτες φεύγουν.

Στην αρχή του παιχνιδιού, υπάρχουν και κάποιοι κανόνες μετάβασης. Ένας κανόνας μετάβασης (transition rule), συμβολίζει μία ικανή συνθήκη ώστε να γίνει κάποια μετάβαση. Κάθε κανόνας αποτελείται από τα παρακάτω μέρη:

- Δεδομένα (Observation) : Πληροφορία σχετικά με τα χρώματα των άλλων παικτών και το ιστορικό, την οποία ελέγχει ο παίκτης προκειμένου να ενεργοποιήσει τον κανόνα.
- Εικασία (Consideration) : Εικασία του παίκτη σχετικά με το χρώμα του, και σχετικά με τη γνώση που μπορεί να έχουν (ή να μην έχουν) οι άλλοι παίκτες σχετικά με τα χρώματά τους.
- Συμπέρασμα (Deduction) : Δήλωση όπου καταλήγει ο παίκτης σχετικά με το χρώμα του – αυτή η δήλωση συνεπάγεται από τα δεδομένα του κανόνα, την τρέχουσα υπόθεση (hypothesis) του παίκτη, και την εικασία του κανόνα.
- Απόφαση (Action) : Ενημέρωση του status του παίκτη. Ενημέρωση της υπόθεσης (hypothesis) του παίκτη, σύμφωνα με το συμπέρασμα του κανόνα. Όλοι οι παίκτες χρησιμοποιούν τους ίδιους κανόνες. Σε κάθε κανόνα οι τρεις παίκτες αναφέρονται ως X, Y, Z, και ο παίκτης που ενεργοποιεί για λογαριασμό του τον κανόνα είναι εκείνος που αναφέρεται στην απόφαση. Ενώσω το status ενός παίκτη δεν είναι “left”, μπορεί να επιλέξει οποιονδήποτε εφαρμόσιμο κανόνα.

Κανόνες a

a.1

If: Observation Y: b , Z: b , status(X) = “initial”

Deduction: X: w % από τα δεδομένα του παιχνιδιού

Then: Action X leaves ; hypothesis(X) ← white

a.2

If: Observation Y: w , Z: b , history(Y) = < “initial”, “left” >

Deduction: X: b % ο Y δεν σταμάτησε, άρα δεν βρίσκεται στην περίπτωση 2

Then: Action X leaves ; hypothesis(X) ← black

Κανόνες b

b.1

b.1.1

If: Observation Y: b, Z: w, history(Z) = < “initial”>

Consideration: Z does not see X: b, Y: b % ο Z δεν έφυγε αμέσως

Deduction: X: w

Then: Action X starts; hypothesis(X) ← white

b.1.2

If: Observation Y: b, Z: w, history(Z) = < “initial”, “started”>, status(X) = “initial”

Consideration: Z does not see X: b, Y: b % ο Z δεν έχει φύγει ακόμα

Deduction: X: w

Then: Action X starts; hypothesis(X) ← white

b.2

If: Observation X: w, Z: w, history(X) = < “initial”, “started”>, status(Y) = “initial”

Consideration: X sees Y: b, Z: w

Deduction: Y: b

Then: Action Y starts; hypothesis(Y) ← black

b.3

If: Observation Y: b, Z: w, history(Z) = < “initial”, “started”>, status(X) = “started”, hypothesis(X) = white

Consideration: Z sees X: b, Y: b so Z knows his color, Z: w

Deduction: X: b

Then: Action X stops; hypothesis(X) ← black

b.4

If: Observation X: w, Y: b, history(X) = < "initial", "started", "stopped">

Consideration: X doesn't see Z: b, Y: b % επειδή ο X σταμάτησε αντί να φύγει

Deduction: Z: white

Then: Action Z leaves; hypothesis(Z) ← white

b.5

If: Observation Y: b, Z: w, history(Z) = < "initial", "started", "left">, status(X) = "stopped"

Consideration: Z sees Y: b, X: w % επειδή ο Z δεν έφυγε πριν σταματήσει ο X

Deduction: X: w

Then: Action X leaves; hypothesis(X) ← white

b.6

If: Observation X: w, Z: w, history(X) = < "initial", "started", "stopped", "left">, history(Z) = < "initial", "started", "left">

Consideration: Z sees Y: b, X: w % ο Z έφυγε χωρίς να σταματήσει και ο X έφυγε αφού σταμάτησε, άρα δεν βρίσκονται στην περίπτωση 3

Deduction: Y: b

Then: Action Y leaves; hypothesis(Y) ← black

c.1.3

If: Observations $X: w, Z: w, Y: w$, $\text{history}(X) = \langle \text{"initial"}, \text{"started"}, \text{"stopped"} \rangle$,

$\text{history}(Z) = \langle \text{"initial"}, \text{"started"} \rangle$, $\text{history}(Y) = \langle \text{"initial"}, \text{"started"} \rangle$

Considerations of Y (*respectively* Z): Z (Y) does not see $X: w, Y: b$ ($X: w, Z: b$)

% ο Z (ο Y) δεν φεύγει, επομένως δεν βρίσκεται στην περίπτωση 2.4

Deductions: $Y: w \quad Z: w$

Then: Actions Y leaves; hypothesis (Y) \leftarrow white Z leaves; hypothesis (Z) \leftarrow white

c.1.4

If: Observation $Y: w, Z: w$, $\text{history}(Y) = \langle \text{"initial"}, \text{"started"}, \text{"left"} \rangle$

$\text{history}(Z) = \langle \text{"initial"}, \text{"started"}, \text{"left"} \rangle$

Consideration: Y, Z do not see $X: b$

% κανείς από τους Y, Z δεν σταμάτησε, επομένως δεν βρίσκονται στην περίπτωση 2.3

Deduction: $X: w$

Then: Action X leaves; hypothesis(X) \leftarrow white

2^η Περίπτωση

c.2.0

If: Observation $X: w, Y: w, Z: w$, $\text{history}(Y) = \langle \text{"initial"} \rangle$, $\text{history}(Z) = \langle \text{"initial"} \rangle$,

$\text{history}(X) = \langle \text{"initial"} \rangle$

Considerations: $Y: w \quad Z: w$

Then: Actions Y starts; hypothesis (Y) \leftarrow white Z starts; hypothesis (Z) \leftarrow white

c.2.1

If: Observation Y: w, Z: w , history(Y) = history(Z) = < “initial” , “started” >

,

history(X) = < “initial” >

Consideration: Y sees X: b , Z: w Z sees X: b , Y: w

Deduction: X: b

Then: Action X starts ; hypothesis(X) ← black

c.2.2

If: Observation X: w, Y: w, Z: w, history(Y) = history(Z) = < “initial” , “started” >

,

history(X) = < “initial” , “started” > ,

hypothesis(Y) = hypothesis(Z) = white

Considerations of Y (*respectively* Z): X sees Y: b, Z: w (Y: w, Z: b)

Deductions: Y: b Z: b

Then: Actions Y stops; hypothesis(Y) ← black Z stops; hypothesis(Z) ← black

c.2.3

If: Observation Z: w, Y: w, history(X) = < “initial” , “started” > ,

history(Z) = history(Y) = < “initial” , “started” , “stopped” >

Consideration: Z (Y) does not see X: b , Y: w (X : b , Z: w)

% οι Z , Y σταμάτησαν και οι δύο, άρα δεν βρίσκονται στις περιπτώσεις 2.3 , 2.4

Deduction: X: w

Then: Action X leaves; hypothesis (X) ← white

c.2.4

If: Observation X: w, Y: w, Z: w, history(Y) = < "initial", "started", "stopped" >

history(Z) = < "initial", "started", "stopped" >

history(X) = < "initial", "started", "left" >

Considerations of Y (*respectively* Z): X does not see Y: b, Z: w (Y: w, Z: b)

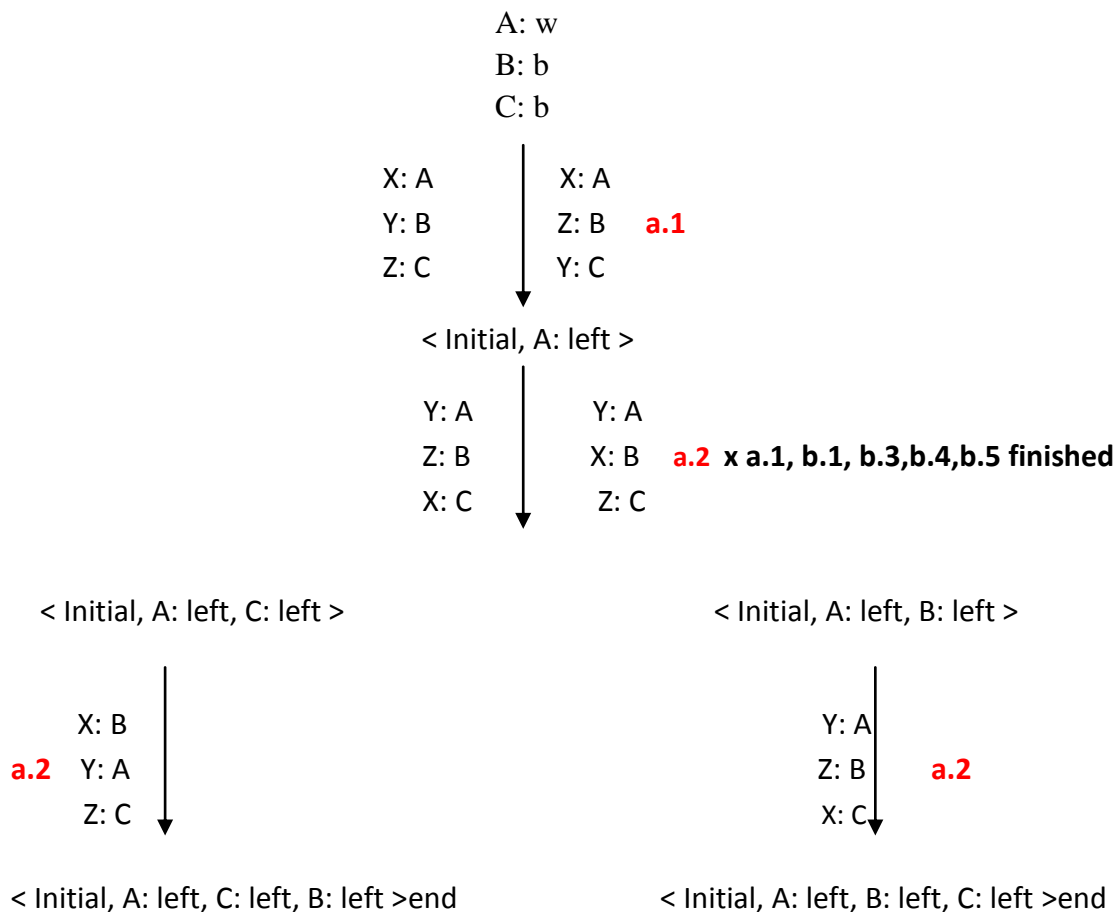
% ο X έφυγε και ο Z (Y) δεν φεύγει, επομένως δεν βρίσκονται στην περίπτωση 2.5

Deductions: Y: w Z: w

Then: Actions Y leaves; hypothesis(Y) ← white Z leaves; hypothesis(Z) ← white

Στο σημείο αυτό, μέσω του πεπερασμένου αυτομάτου που θα δημιουργηθεί, προκύπτει η πλήρης και αλγοριθμική λύση του διλήμματος.

Για την περίπτωση 1



Η περίπτωση 1 περιλαμβάνει όπως όλες, τους τρεις φυλακισμένους-παίκτες A,B,C. Κάθε ένας από αυτούς διαθέτει ένα χρώμα είτε white είτε black. Οπότε στην αρχή, ορίζουμε ένα χρώμα για κάθε παίκτη. Στη συνέχεια, υπάρχουν τρεις μεταβλητές, X,Y και Z τις οποίες χρησιμοποιούμε για την επιλογή των παικτών σε κάθε βήμα. Για παράδειγμα, στο πρώτο βήμα η μεταβλητή X είναι σταθερή σε σχέση με τις άλλες δύο. Έτσι, καλύπτονται δύο περιπτώσεις. Σαν **a.1**, **a.2** είναι οι περιπτώσεις που σύμφωνα με αυτές γίνονται οι κινήσεις των παικτών. Τα βελάκια αποτελούν μέρος του πεπερασμένου αυτόματου, δημιουργώντας ένα δέντρο καταστάσεων. Αφού πραγματοποιηθεί το πρώτο βήμα οδηγούμαστε σε μια κατάσταση <Initial, A:left>. Το «Initial», δηλώνει ότι όλοι βρίσκονταν σε μια αρχική κατάσταση και το «A:left», ότι ο παίκτης A αποχώρησε.

A: w
 B: b
 C: b

Z: A
 Y: B
 X: C

↓

Z: A
 X: B b.1.1
 Y: C

< Initial, C: started >

X: A X: A
 Y: B Y: C a.1
 Z: C Z: B

↓

< Initial, C:started, A:l>

Y: A Y: A
 Z: B Z: C a.2
 Z:B,X:C a.2
 X: C X: B

< Initial, B: started >

X: A, Y:C, Z:B
 X: A, Y: B, Z:C a.1

↓

<Initial, B:started, A:l>

Y: A, X: B, Z: C a.2 Y:A,

<Initial, C:started, A:l, C:l>

Y: A
 Z: C a.2
 X: B

↓

<Initial, C:started, A:l, C:l, B:l>end

<Initial, C:started, A:l, B:l>

Y: A
 Z: B a.2
 X: C

↓

<Initial, C:started,A:l,B:l,C:l> end

<Initial, B:started, A:l, B:l>

Y: A, Z: B, X: C a.2

↓

<Initial, B:started, A:l, B:l, C:l> end

<Initial,B:started,A:l,C:l>

Y:A,Z:C,X:B a.2

↓

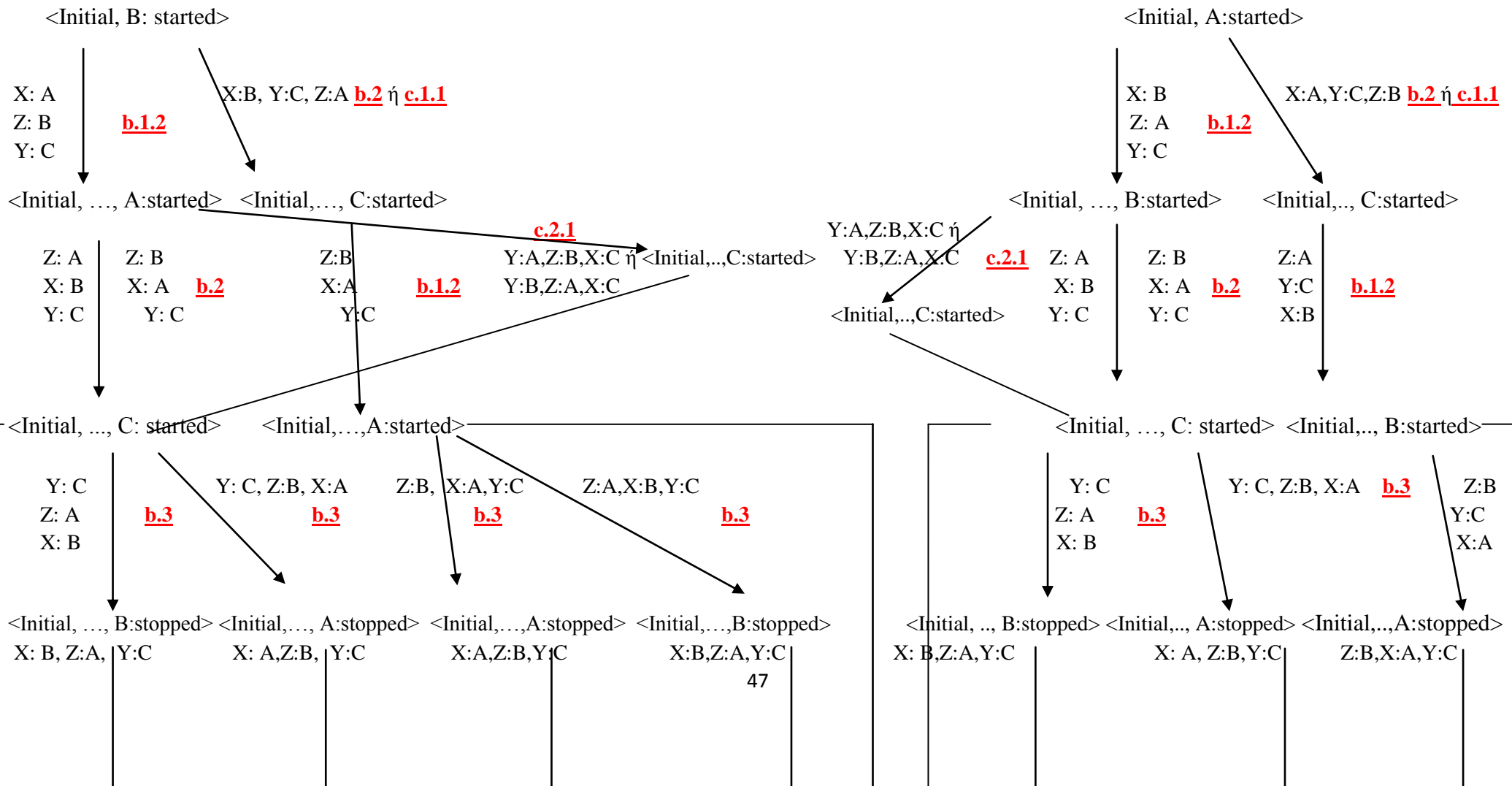
<Initial,B:started,A:l,C:l,B:l>end

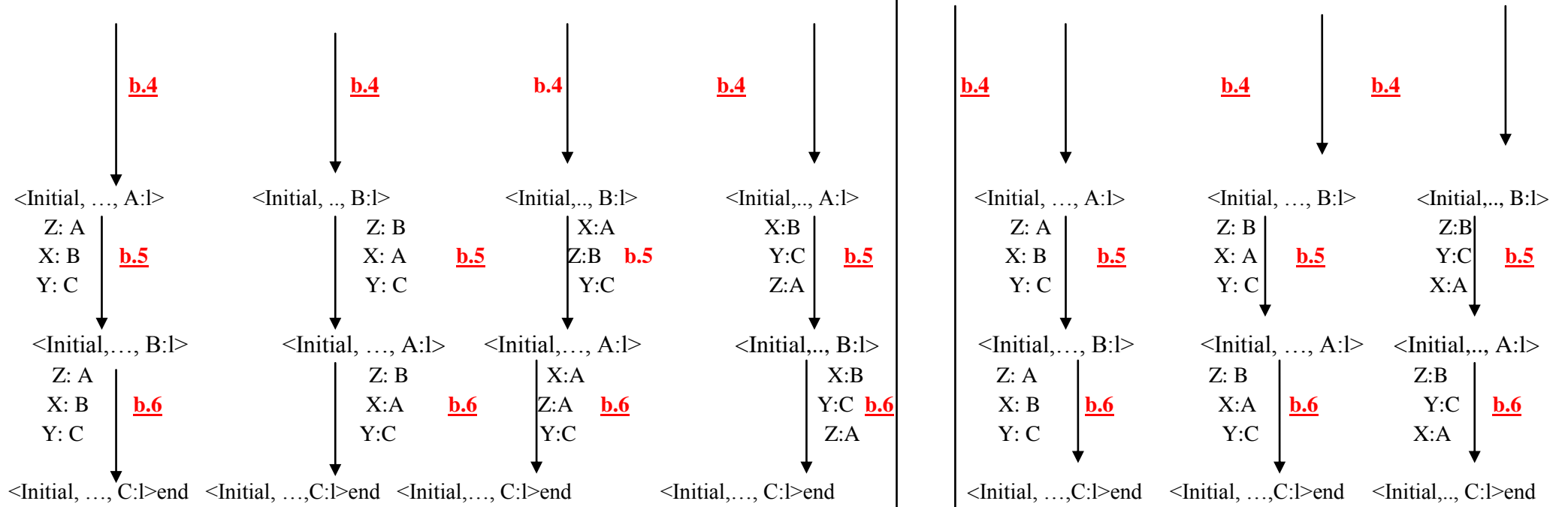
Βλέπουμε ότι προστίθενται τα «B:started» και «C:started» που υποδεικνύουν ότι ξεκινά ο B και C αντίστοιχα. Δηλαδή, πιο αναλυτικά, έχουμε ότι ο A είναι λευκός και οι B,C μαύροι. Χρησιμοποιώντας τον κανόνα b.1.1 και έχοντας είτε Z:A, Y:B, X:C, είτε Z:A, X:B, Y:C, ξεκινούν οι C, B αντίστοιχα. Στη συνέχεια, έχοντας τον κανόνα a.1, οδηγούμαστε στην κατάσταση <Initial, C:started, A:l>. Δηλαδή ο A, φεύγει. Με τον ίδιο τρόπο και με την βοήθεια των κανόνων, φτάνουμε στο σημείο όπου και οι τρεις παίκτες έχουν φύγει.

Για την περίπτωση 2

A: w
B: w
C: b

Z: A Z: B
Y: C Y: C **b.1.1**
X: B X: A

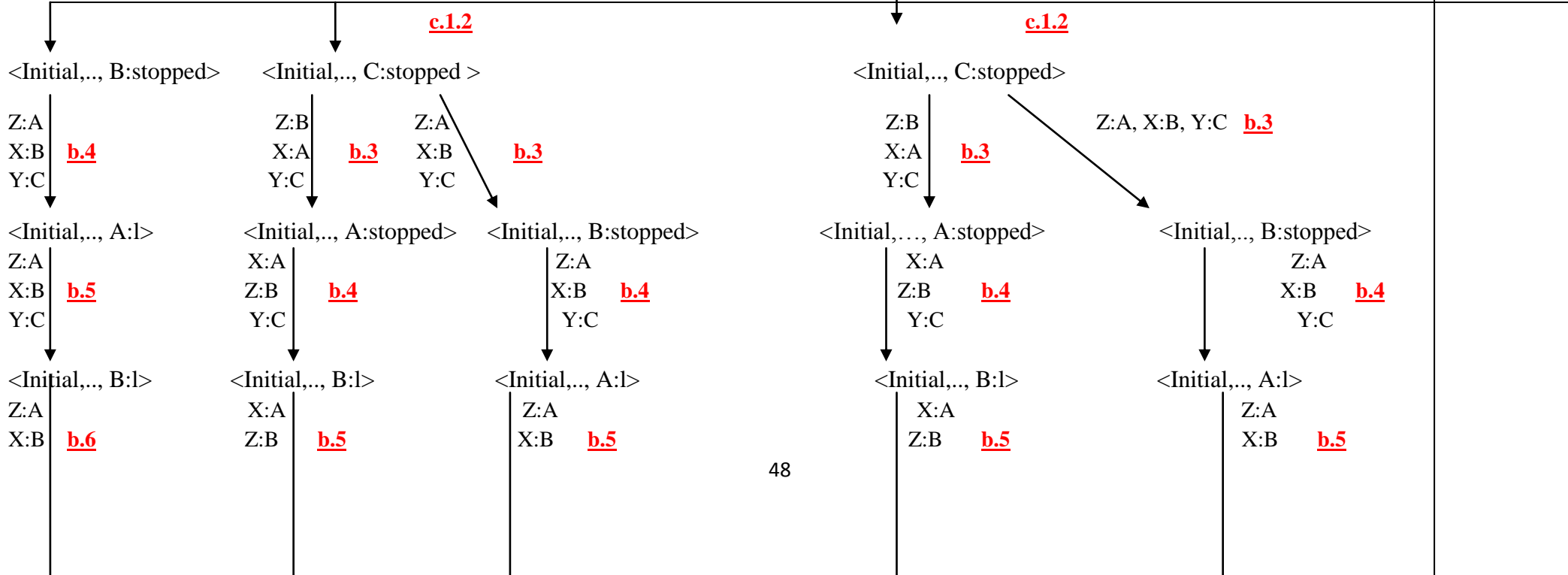


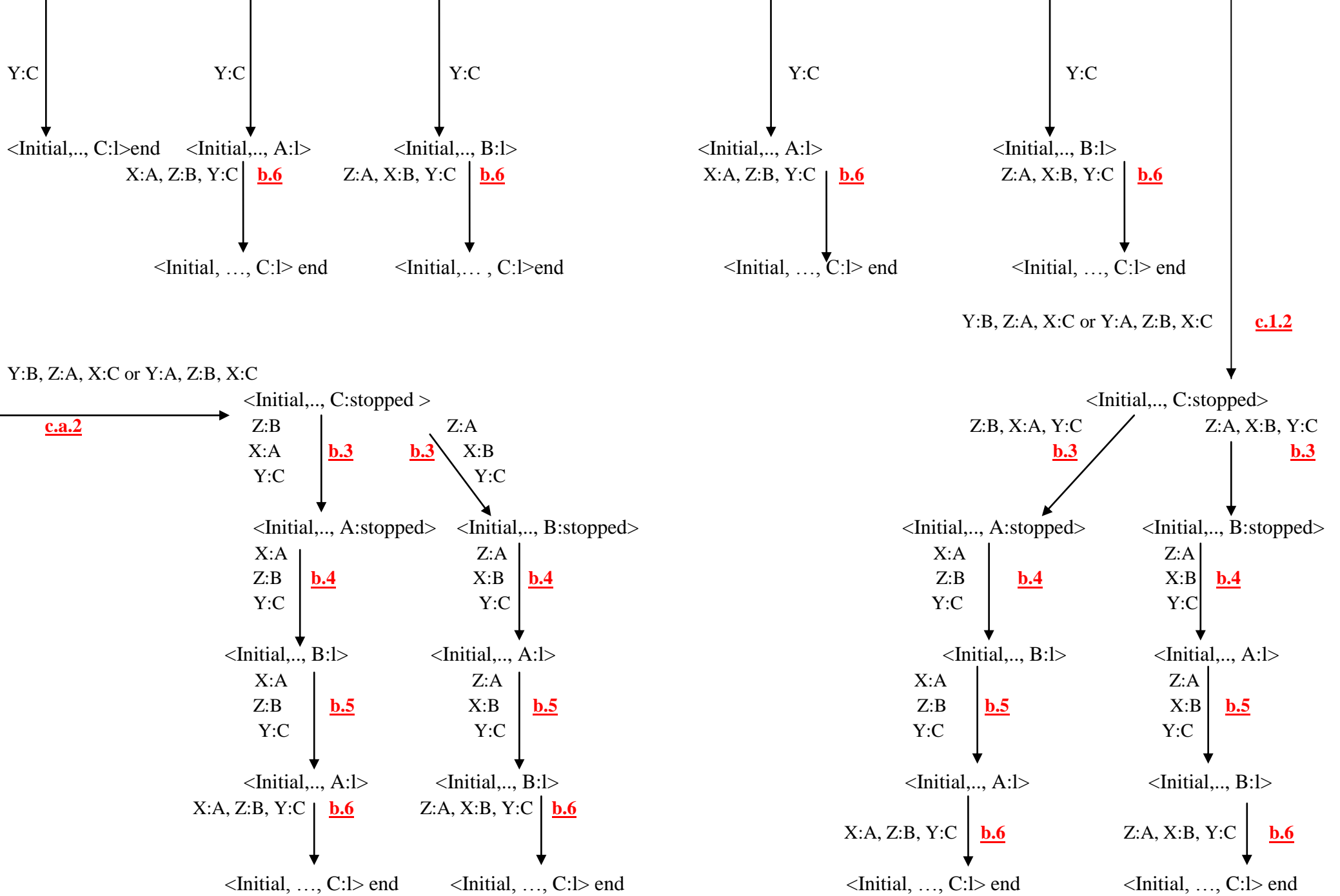


Z:A, X:B, Y:C $\underline{\text{b.3}}$

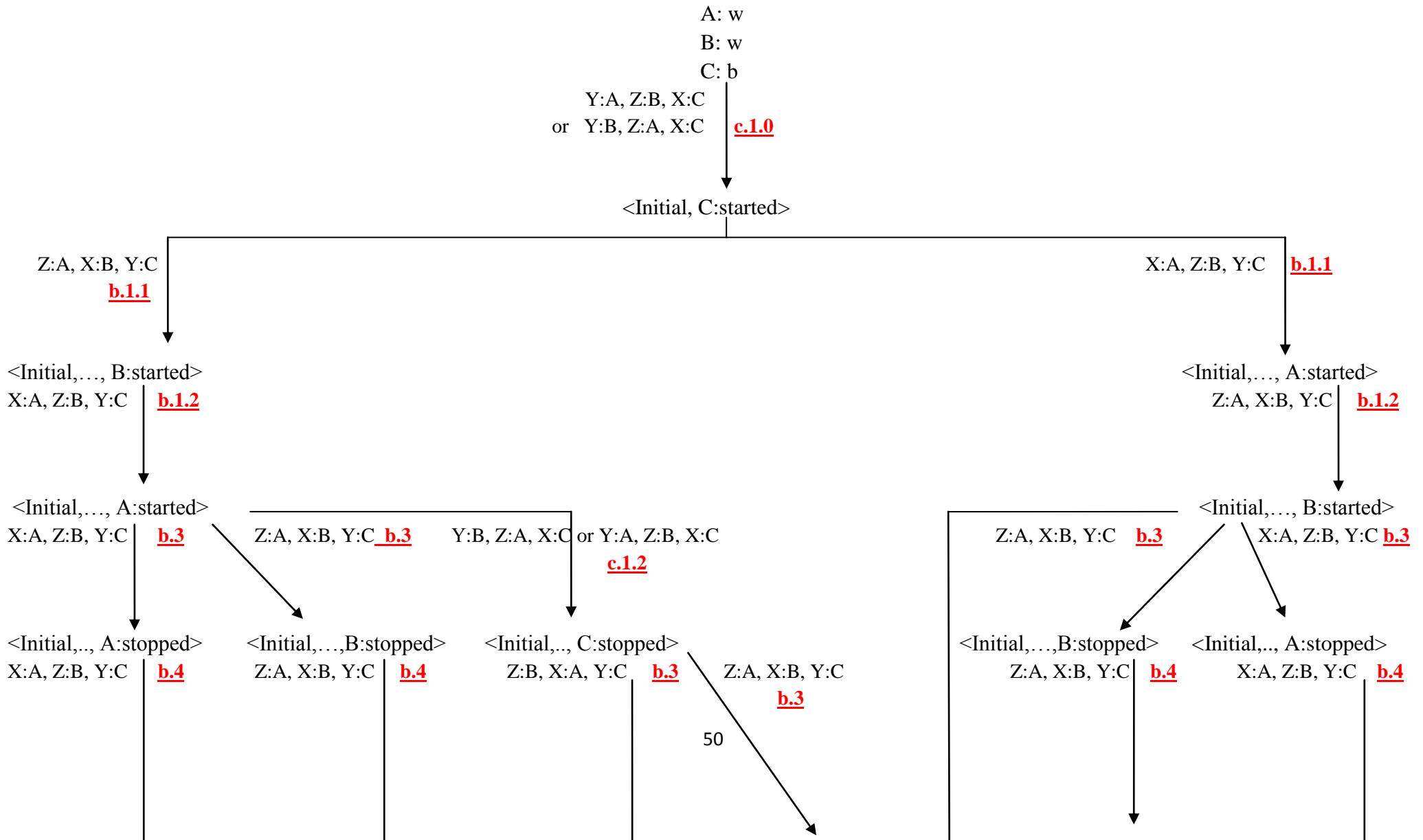
Y:B, Z:A, X:C or Y:A, Z:B, X:C

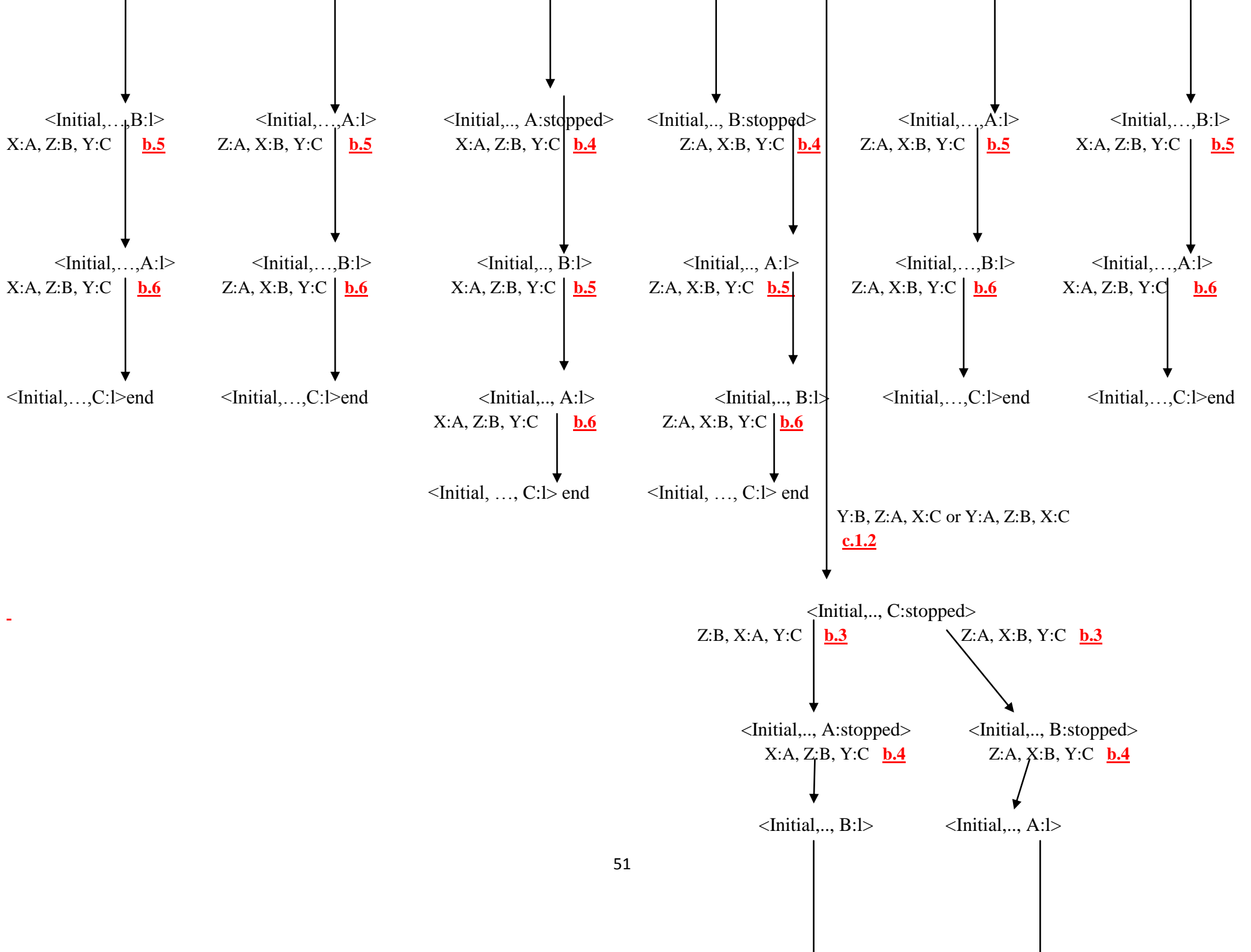
Y:B, Z:A, X:C or Y:A, Z:B, X:C

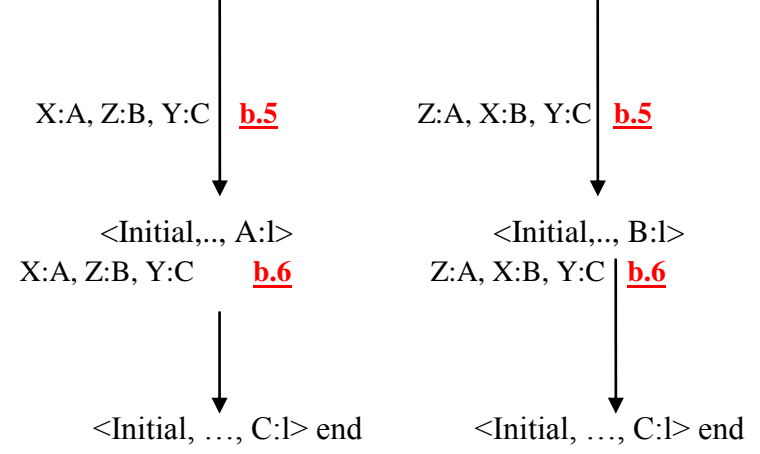




Συνέχεια της περίπτωσης 2 όπου ξεκινά πρώτος ο black.

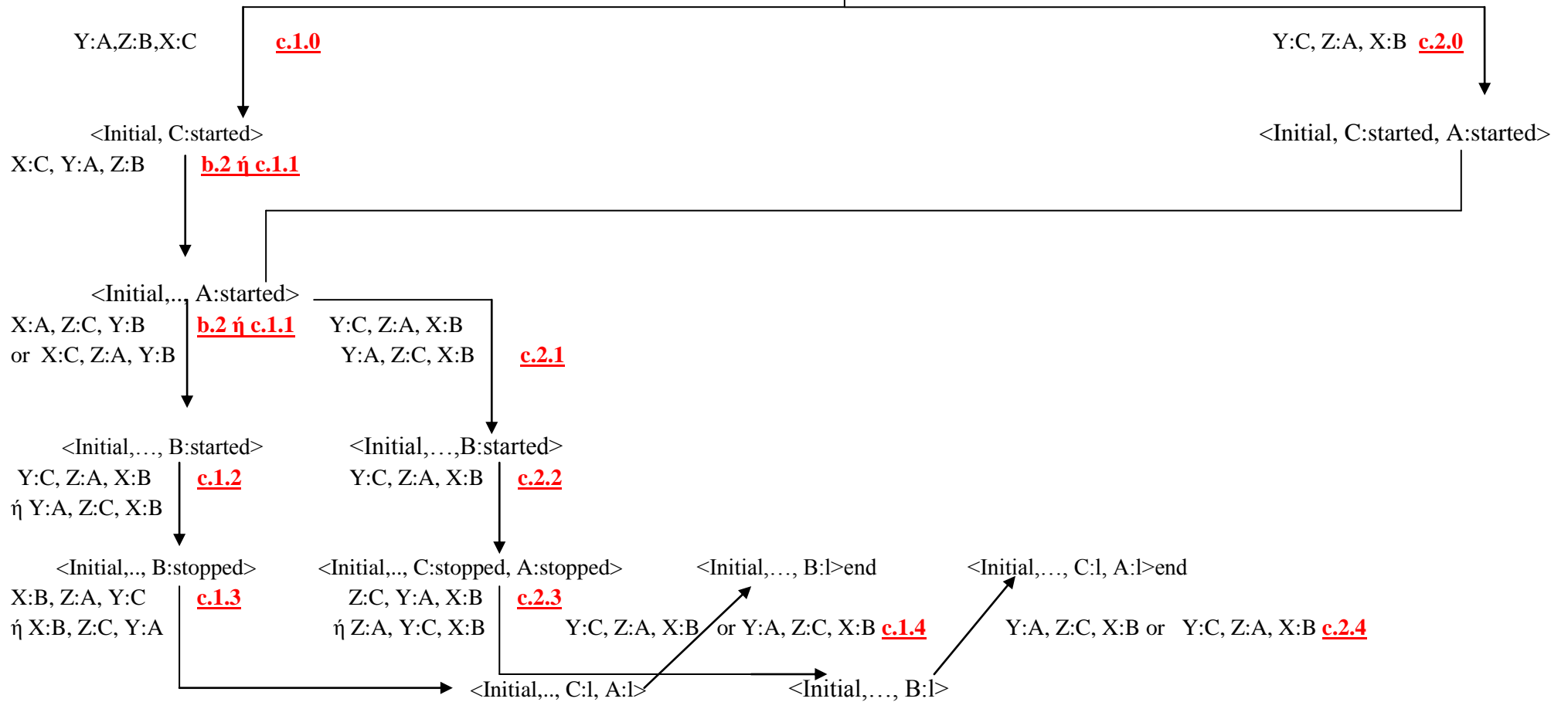






Για την περίπτωση 3

A: w
B: w
C: w



Η περίπτωση 2 αποτελείται από περισσότερες καταστάσεις και κανόνες. Έχοντας δύο λευκούς και έναν μαύρο, ξεκινάμε με τον κανόνα b.a.1, όπου κάθε μεταβλητή αντιπροσωπεύει και έναν φυλακισμένο-παίκτη με σκοπό να φτάσει το πεπερασμένο αυτόματο στο τέλος. Η κατάσταση που προστίθεται αφορά τη στιγμή που σταματά ο κάθε παίκτης, δηλαδή με τη χρήση του κανόνα b.3, σταματά κάποιος παίκτης.

Παρακάτω, βλέπουμε τη συνέχεια της περίπτωσης 2, με τον μαύρο να ξεκινά πρώτο, αλλά βλέποντας τις κινήσεις των άλλων δύο, να σταματά και να φεύγει τελευταίος.

Στο πρώτο βήμα της περίπτωσης 3 μπορεί να ξεκινούν και 2 ταυτόχρονα. Η περίπτωση 3 είναι συμμετρική διότι είναι και οι 3 white. Δηλαδή, οτιδήποτε ισχύει για τον C-εφόσον αυτός κάνει “Started”-, θα μπορούσε να συμβεί και με τους υπόλοιπους. Σε σημείο όπου από “A:started” οδηγούμαστε σε “B:started”, από διαφορετική σχέση, το αποτέλεσμα συμπίπτει και τα βήματα μπορούν να είναι τα ίδια όπως φαίνονται στο σχήμα. Όπως επίσης και η σχέση “<Initial, C:started, A:started>” ακολουθεί τα ίδια βήματα με την “<Initial,...,A:started>.

Η περίπτωση 3 ξεκινά με τους τρεις λευκούς, όπου με τη χρήση του κανόνα c.1.0 και έστω ότι Y:A, Z:B, X:C, ξεκινά ο C εφόσον ήταν όλοι σε αρχική κατάσταση. Εάν κάνουμε χρήση του κανόνα c.2.0, θα ξεκινήσουν οι A,C ταυτόχρονα. Με τον ίδιο τρόπο, συνεχίζουμε έως ότου δημιουργηθεί το κατάλληλο πεπερασμένο αυτόματο, το οποίο θα φτάσει σε τελικό στάδιο, με την αποχώρηση όλων των παικτών.

4.3 Σχολιασμός

Σε αυτό το σημείο αξίζει να επισημάνουμε τις περιπτώσεις της λογικής ανάλυσης που κάθε παίκτης χρησιμοποιεί τη γνώση, ότι οι άλλοι έχουν τους ίδιους κανόνες. Μία από αυτές τις περιπτώσεις είναι η c.1.0, όπου κάποιος παίκτης παίρνει την πρωτοβουλία να ξεκινήσει εφόσον οι άλλοι δύο μένουν ακίνητοι. Επίσης, η c.1.2 αποτελεί μια τέτοιου είδους περίπτωση, καθώς ο παίκτης που είχε ξεκινήσει πρώτος σταμάτησε διότι είδε τους άλλους δύο να ξεκινούν. Στη συνέχεια, βλέπουμε ότι και στην c.1.4, ο παίκτης θεωρεί ότι οι άλλοι 2 κινούνται με βάση τον ίδιο κανόνα. Με την ίδια λογική, έχουμε και τις περιπτώσεις c.2.1, c.2.3, c.1.4 b και c.2.3 b. Επιπρόσθετα, εκτός από περιπτώσεις της κατηγορίας c έχουμε και της κατηγορίας b. Στον κανόνα b.1, ένας από τους παίκτες και σίγουρα κάποιος από τους λευκούς χρησιμοποιεί τη γνώση ότι έχει τον ίδιο κανόνα με τον άλλο λευκό και κινείται σύμφωνα με αυτό. Ο κανόνας b.2 ανήκει επίσης σε αυτή την περίπτωση της λογικής ανάλυσης που έχει σημασία να επισημάνουμε, καθώς ο λευκός που ξεκίνησε δεύτερος φεύγει, εφόσον είδε τον άλλο λευκό να σταματά. Τέλος, και ο κανόνας b.4 ανήκει στην κατηγορία που ο λευκός παίκτης γνωρίζει ότι έχει τον ίδιο κανόνα με τον άλλο λευκό.

5. Βιβλιογραφία

[1]. Fagin R., Halpern J.Y., Moses Y., Vardi M.Y. - Reasoning About Knowledge-MIT (1995)

[2]. Logical Time & the Assertion of Anticipated Certainty, Lacan J., & Fink H., & Grigg R. (Collaborators). (2006). Écrits (First complete edition in English)

[3]. Derek Hook Towards a Lacanian group psychology: the prisoner's dilemma and the trans-subjective

Ανάκτηση από:

http://eprints.lse.ac.uk/60337/1/Hook_Towards-a-Lacanian-group-psychology_2013.pdf

[4] The Latency Period As Logical Time, Julie Ahmad

Ανάκτηση από:

<https://www.cairn.info/revue-recherches-en-psychanalyse-2012-1-page-44.htm>

[5] T-PCCE: Twitter Personality based Communicative Communities Extraction System for Big Data Eleanna Kafeza , Andreas Kanavos, Christos Makris, Georgios Pispirigos, and Pantelis Vikatos

[6] The Psychology Of Fake News, Gordon Pennycook, David G. Rand

Ανάκτηση από:

<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364661321000516>