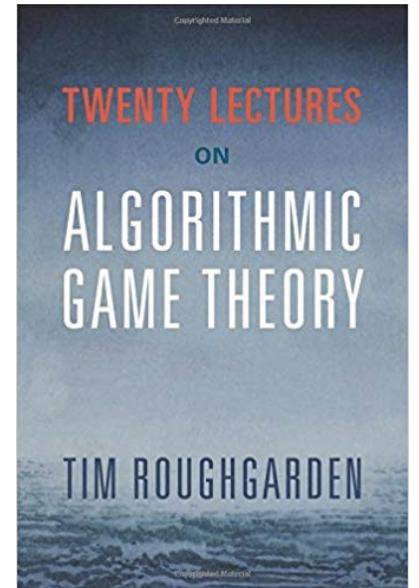


Ζητήματα Στρατηγικής στη Λήψη Αποφάσεων

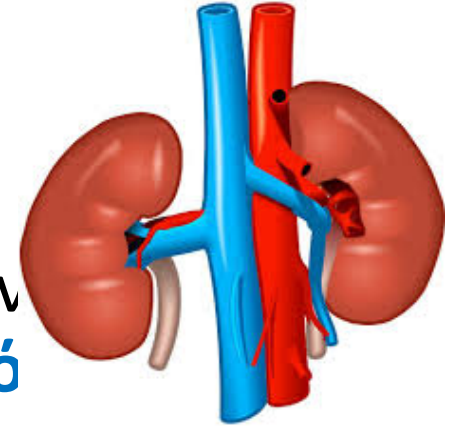
Γιάννης Καραγιάννης
caragian@ceid.upatras.gr

Σήμερα ...

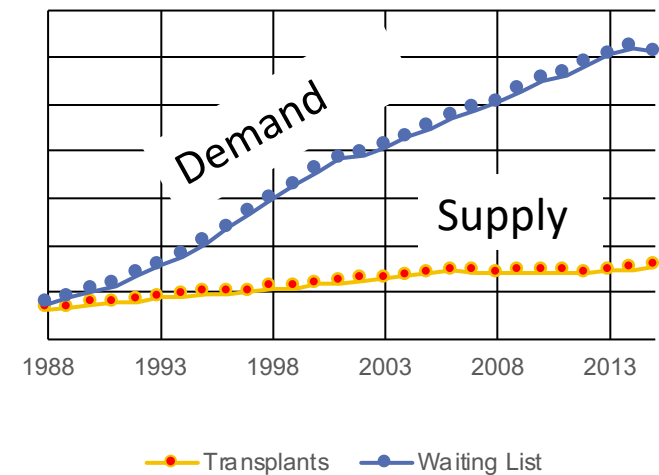
- Chapter 10: Kidney exchange and stable matching
- Σχεδιασμός μηχανισμών χωρίς χρήματα
- Αλγόριθμοι υπολογισμού ταιριασμάτων για μεταμοσχεύσεις νεφρών
- Το πρόβλημα του ευσταθούς ταιριάσματος



Μεταμοσχεύσεις νεφρών

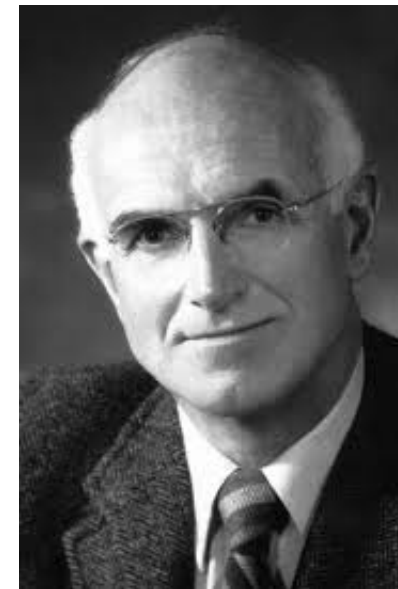


- Ασθενείς με **νεφρική ανεπάρκεια τελικού σταδίου** μπαίνουν σε **λίστα αναμονής** για εύρεση μοσχεύματος από **πτωματικό δότη**
- 98000 στις ΗΠΑ (3000 προστίθενται κάθε μήνα), 1200 στην Ελλάδα (30-50 δότες το χρόνο)

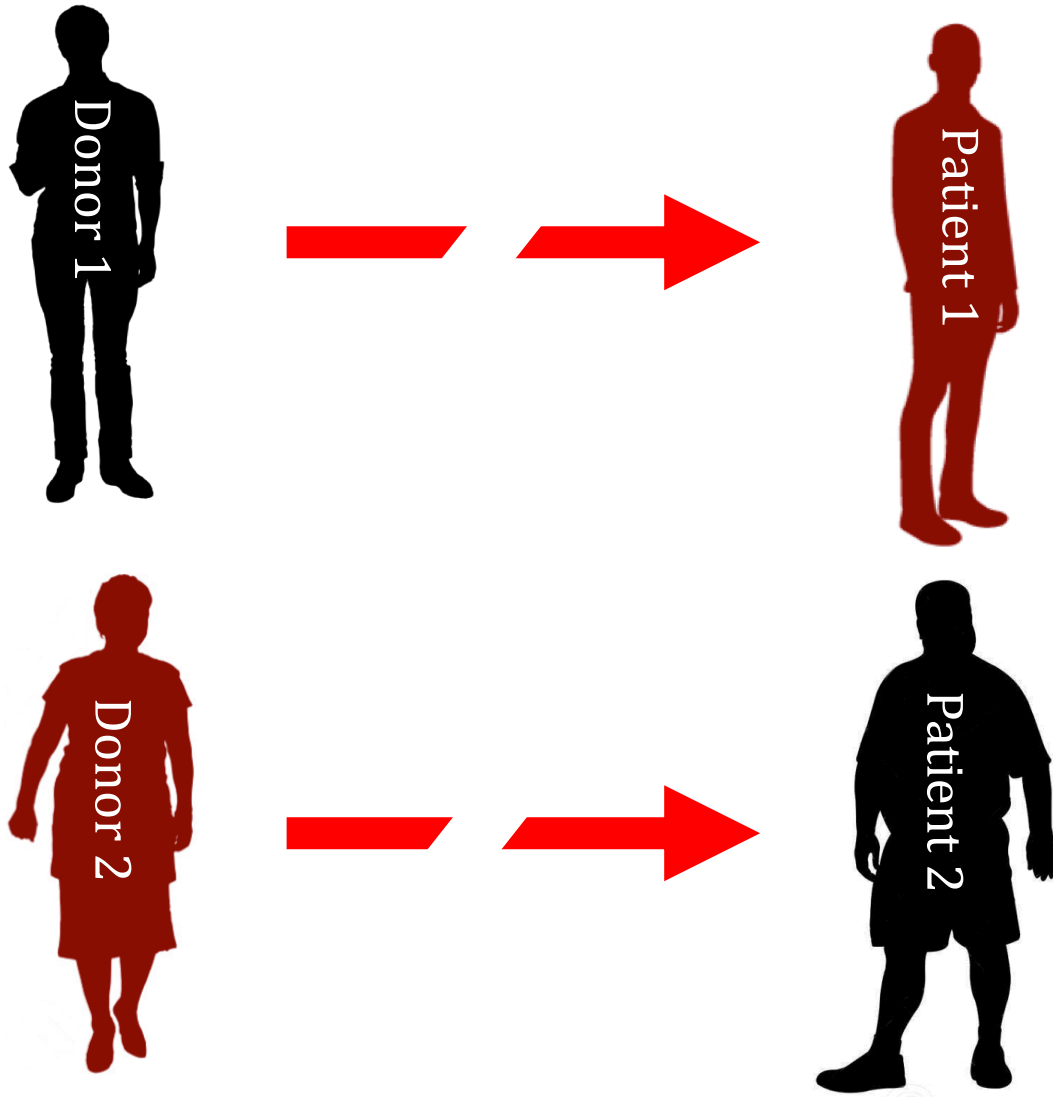


Μεταμοσχεύσεις από ζωντανό δότη

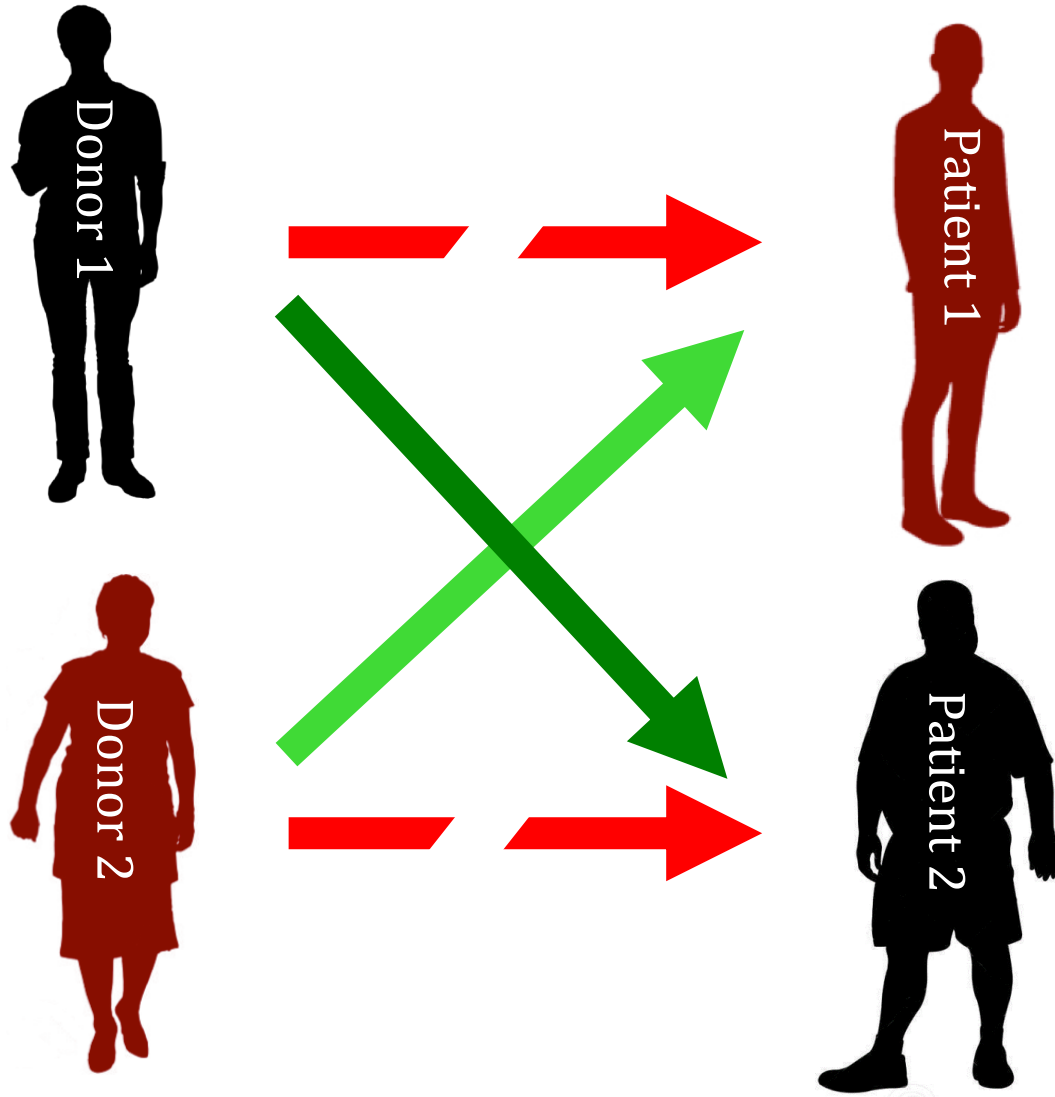
- Π.χ., μεταμόσχευση από μητέρα σε παιδί, μεταξύ συζύγων
- 1954: πρώτη επιτυχής μεταμόσχευση μεταξύ δίδυμων
- **Joseph Murray**, βραβείο Nobel Ιατρικής 1990
- Δυστυχώς, τέτοιες μεταμοσχεύσεις επιτρέπονται **μόνο μεταξύ συγγενών** (γιατί;) και **δεν είναι πάντα δυνατές**
- **Ασυμβατότητες** ομάδας αίματος
- Άλλες ασυμβατότητες



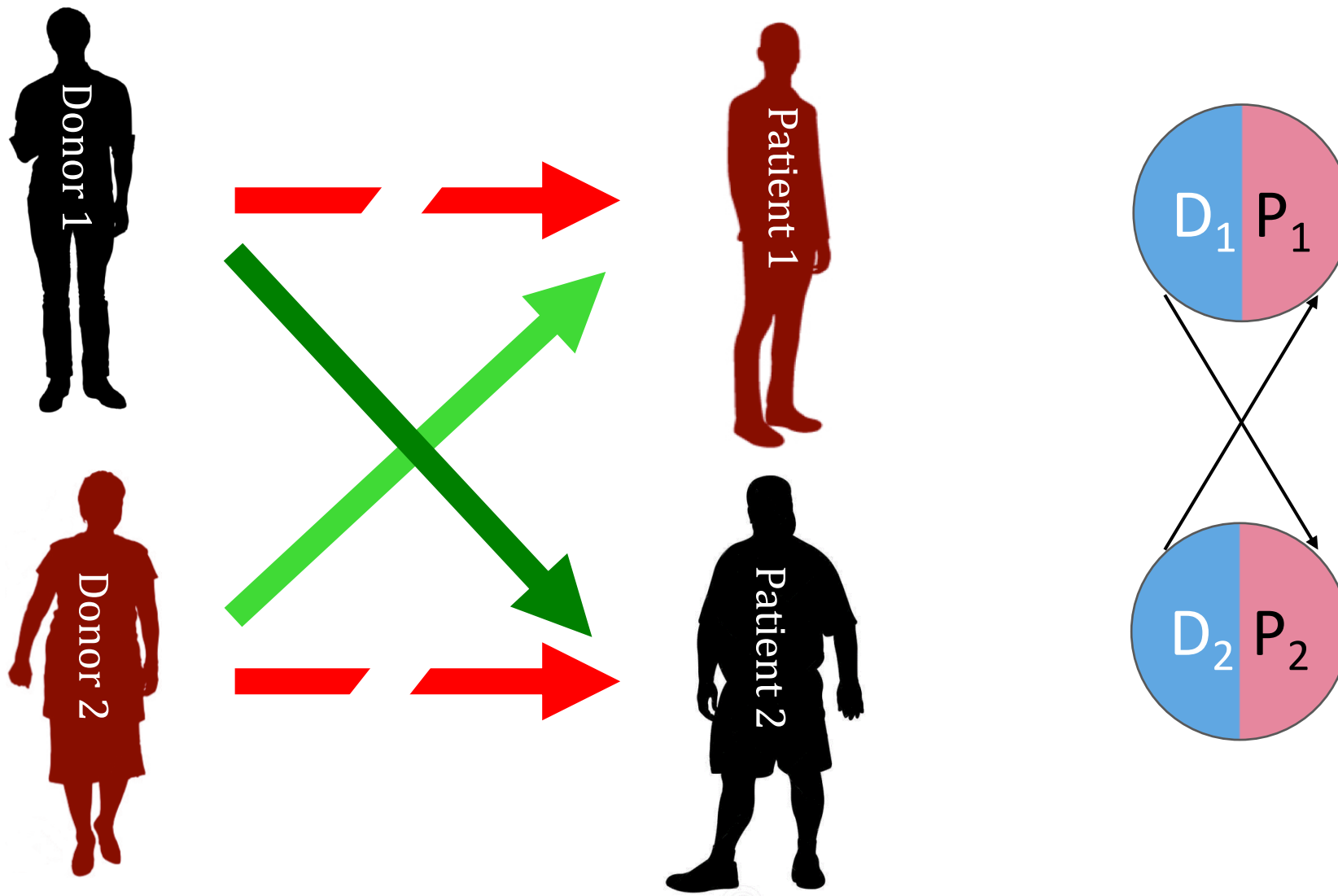
Μη συμβατά ζευγάρια δότη-ασθενή



Μη συμβατά ζευγάρια δότη-ασθενή



Μη συμβατά ζευγάρια δότη-ασθενή

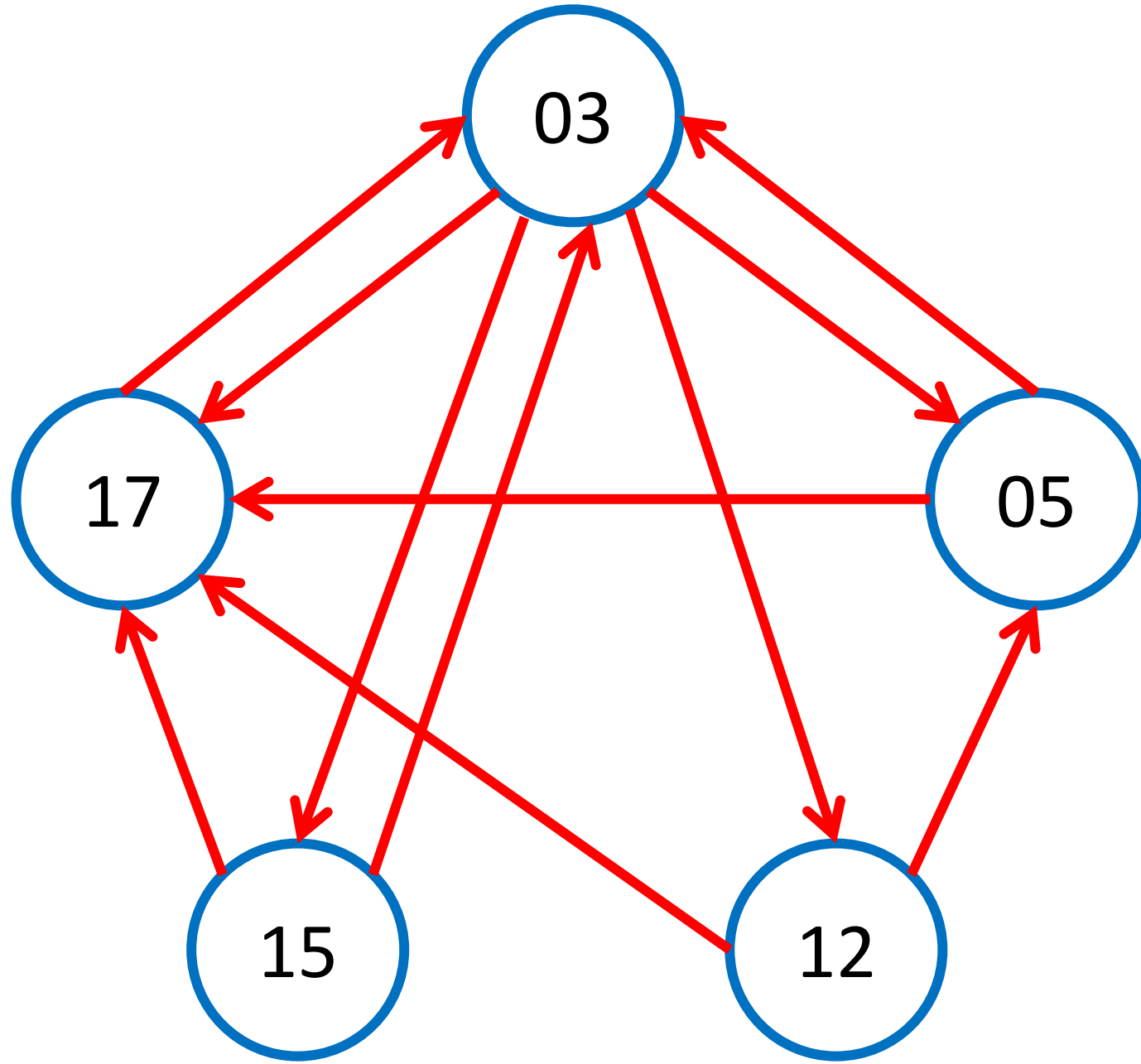


Ανταλλαγή νεφρών

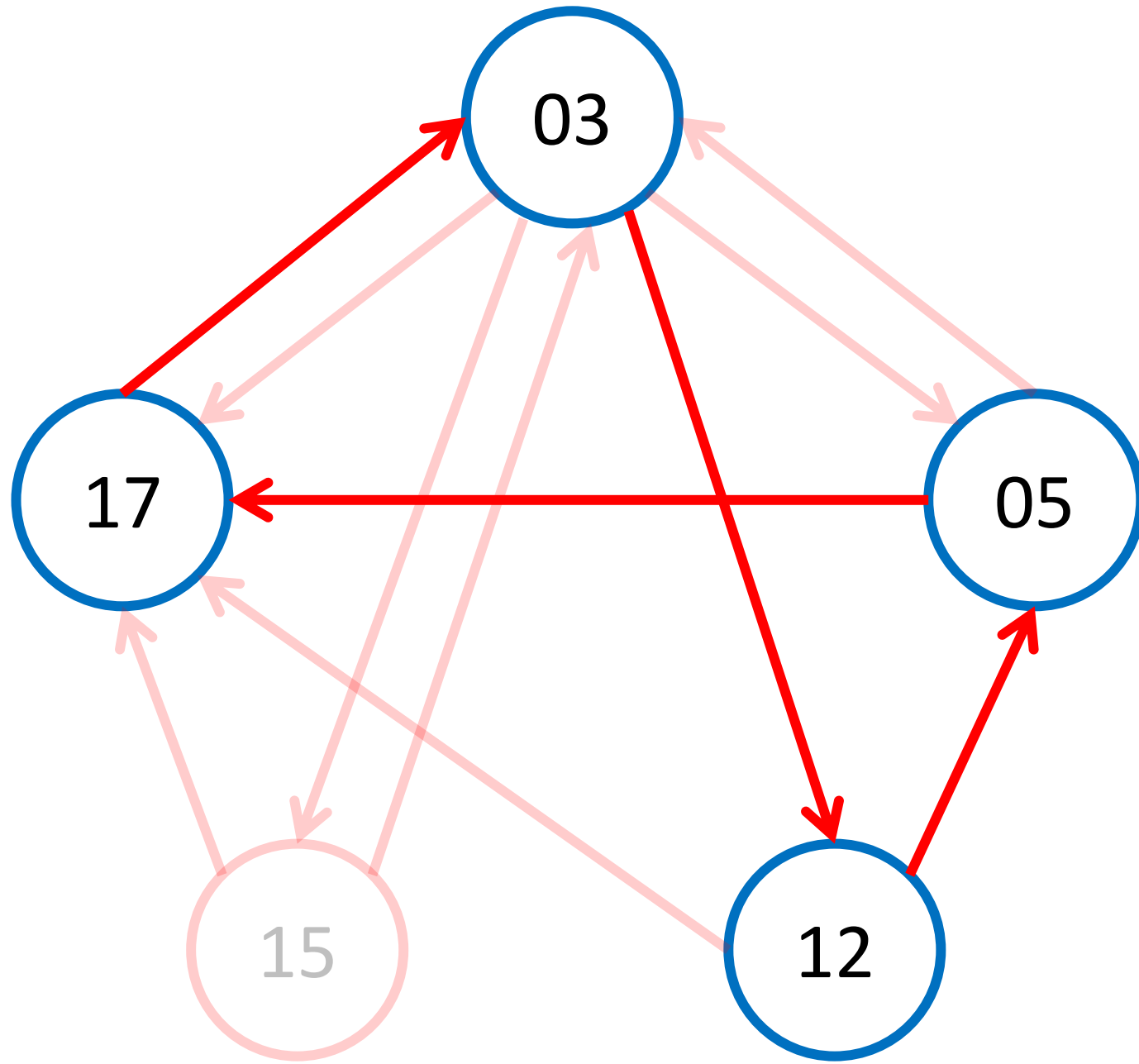


- **Alvin Roth**, βραβείο Nobel Οικονομικών, 2012
- Δίνεται γράφημα με **κόμβους** που αναπαριστούν **ζευγάρια δότη-ασθενή**
- Οι **ακμές** είναι κατευθυνόμενες και δηλώνουν τη **δυνατότητα μεταμόσχευσης** από το δότη του κόμβου αποστολέα προς τον ασθενή του κόμβου-προορισμού
- Στόχος: Βρες **βέλτιστες ανταλλαγές νεφρών**

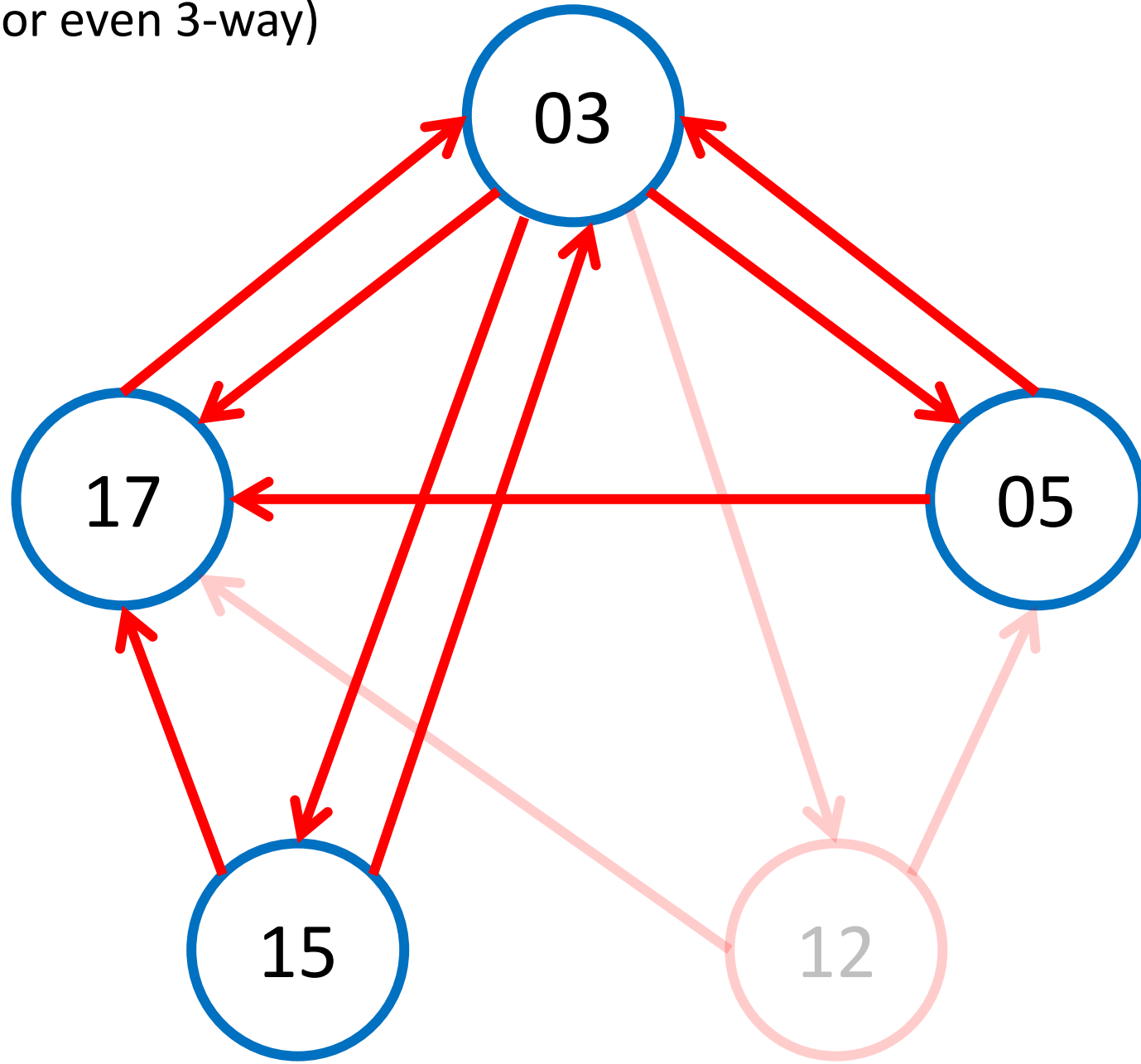
All compatibilities between 03, 05, 12, 15, 17



A cycle of length 4 – this is the unique such cycle



Proposal: decide which matching is best between 03, 05, 15, 17
(2-way or even 3-way)



Εφαρμογή του αλγορίθμου TTC

Αντιστοιχία kidney exchange με house allocation

- House allocation: αρχικά, κάθε συμμετέχων έχει το σπίτι του και το ζήτημα είναι να γίνουν **ανταλλαγές σπιτιών** ώστε όσοι εμπλέκονται σε ανταλλαγές να αυξάνουν το όφελός τους
- Kidney exchange: αρχικά, κάθε ζευγάρι δότη-ασθενή έχει το «προς μεταμόσχευση νεφρό» του και το ζήτημα είναι να γίνουν **ανταλλαγές νεφρών** ώστε όσοι (ασθενείς) εμπλέκονται σε ανταλλαγές να αυξάνουν το όφελός τους

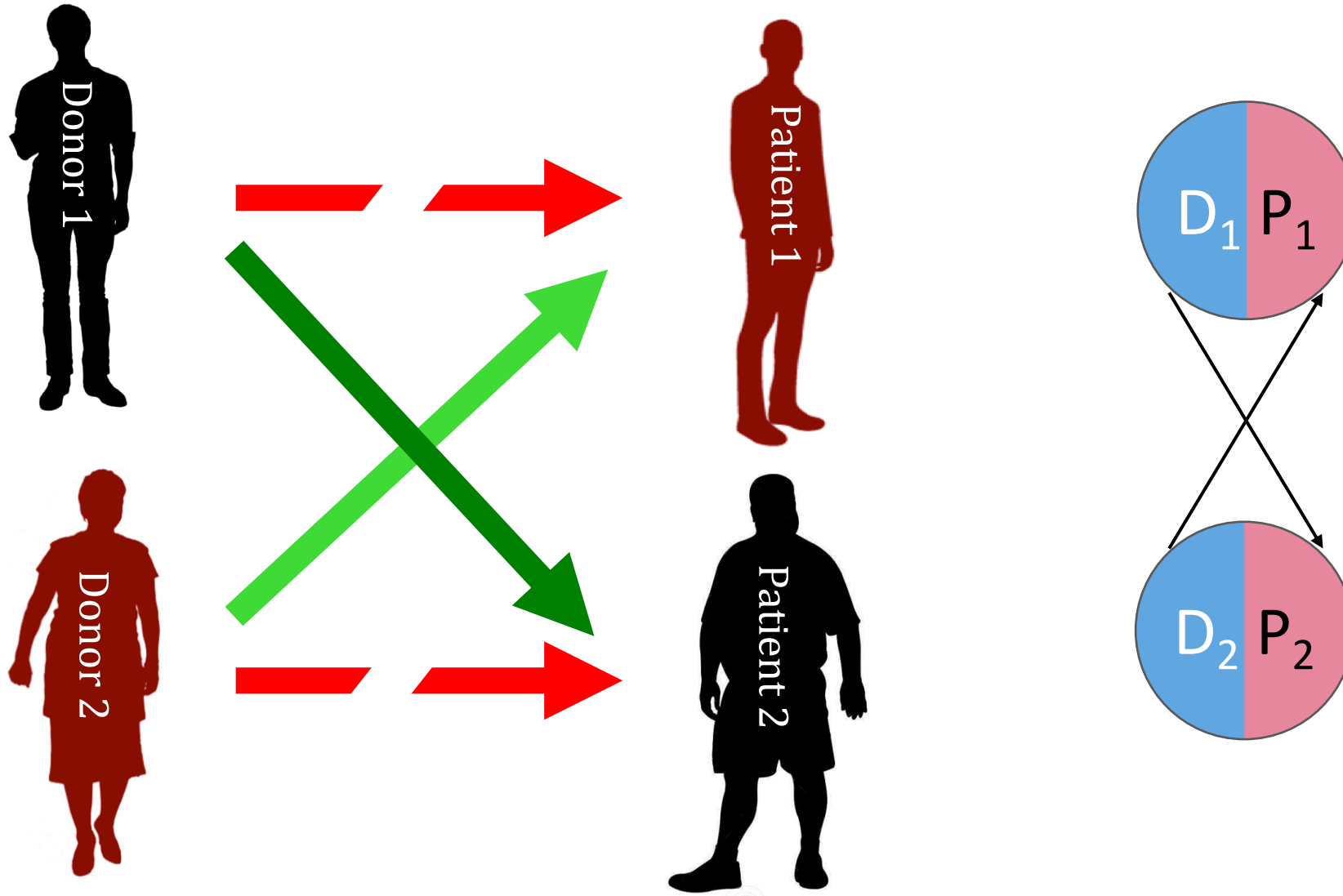
Μειονεκτήματα αλγορίθμου TTC

- **Μεγάλοι κύκλοι**
- Ένας κύκλος μήκους 5 απαιτεί 10 **ταυτόχρονα χειρουργεία** (λήψη μοσχεύματος από το δότη, μεταμόσχευση στο λήπτη)
- Αν κάποια από τις ανταλλαγές στον κύκλο δεν μπορεί να προχωρήσει, δεν μπορεί να γίνει **καμιά** ανταλλαγή

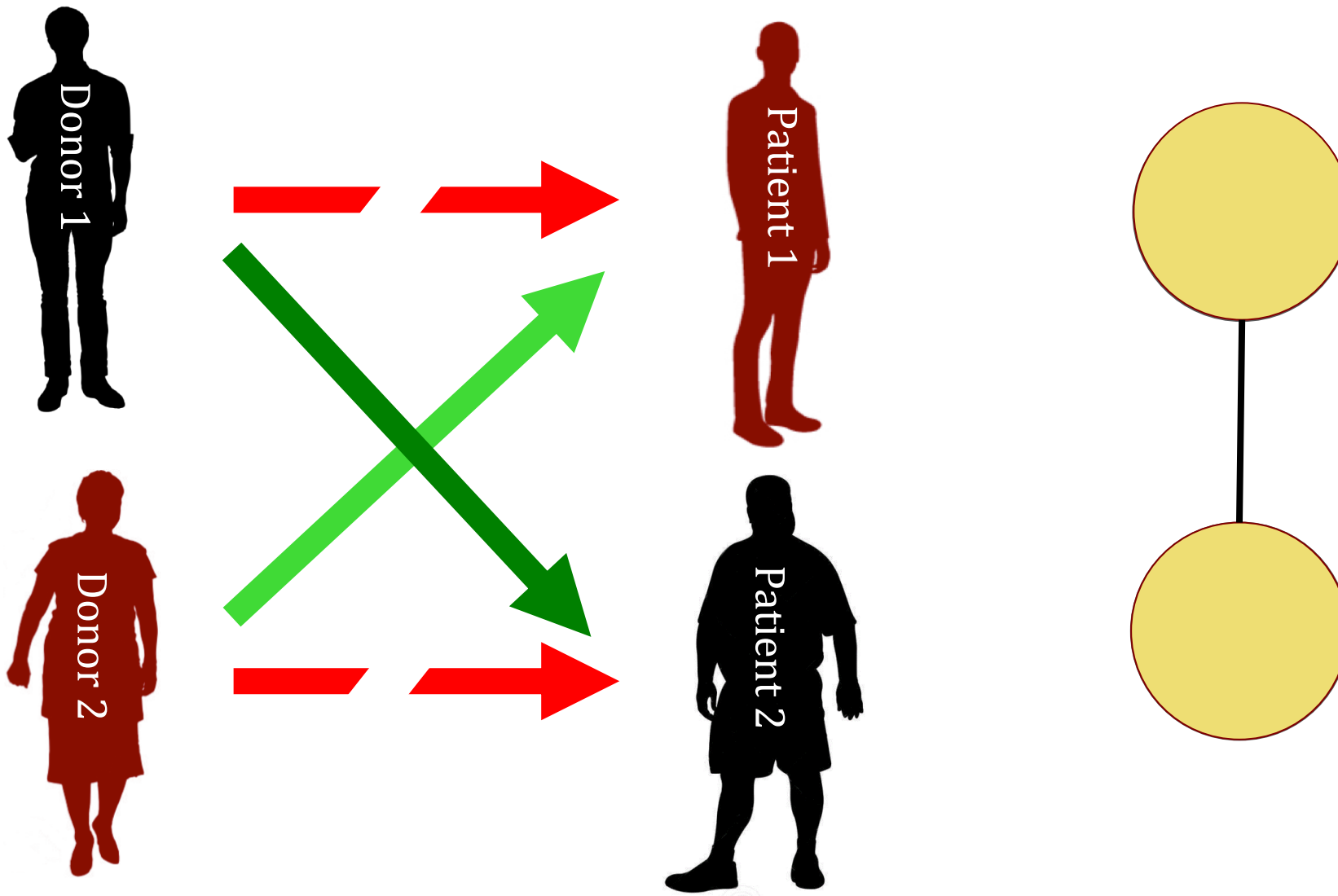
Ανταλλαγές νεφρών στην πράξη

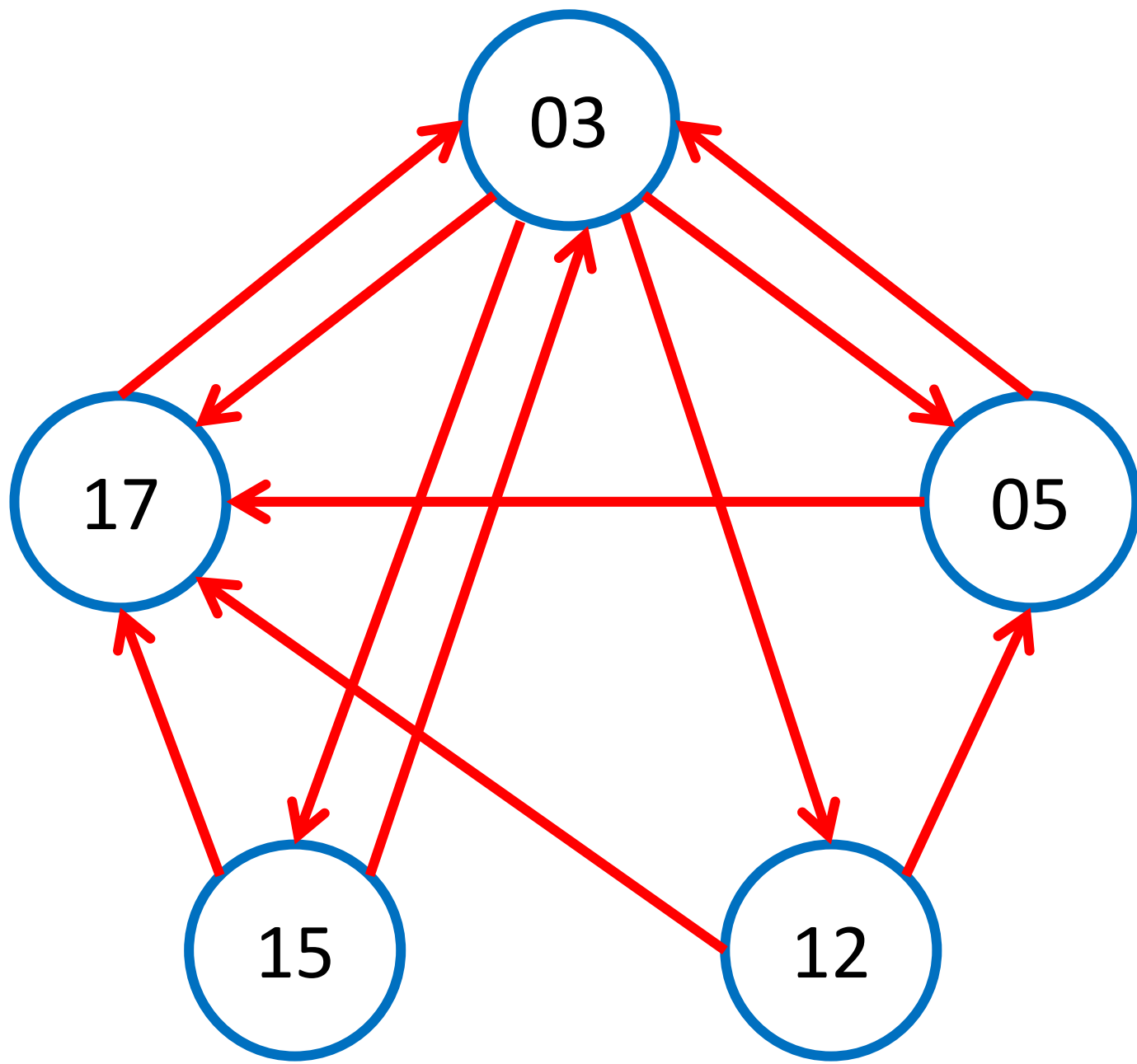
- **Υπολογισμός ταιριάσματος**
- Είσοδος: **μη κατευθυνόμενο γράφημα**
- Αντί για διάταξη όλων των διαθέσιμων δοτών, κάθε **ακμή** δηλώνει **αμοιβαία συμβατότητα** μεταξύ ζευγαριών δότη-ασθενή
- **Ταίριασμα**: σύνολο ακμών που δεν μοιράζονται κόμβους
- Στόχος: βρες **ταίριασμα μέγιστου μεγέθους** στο γράφημα

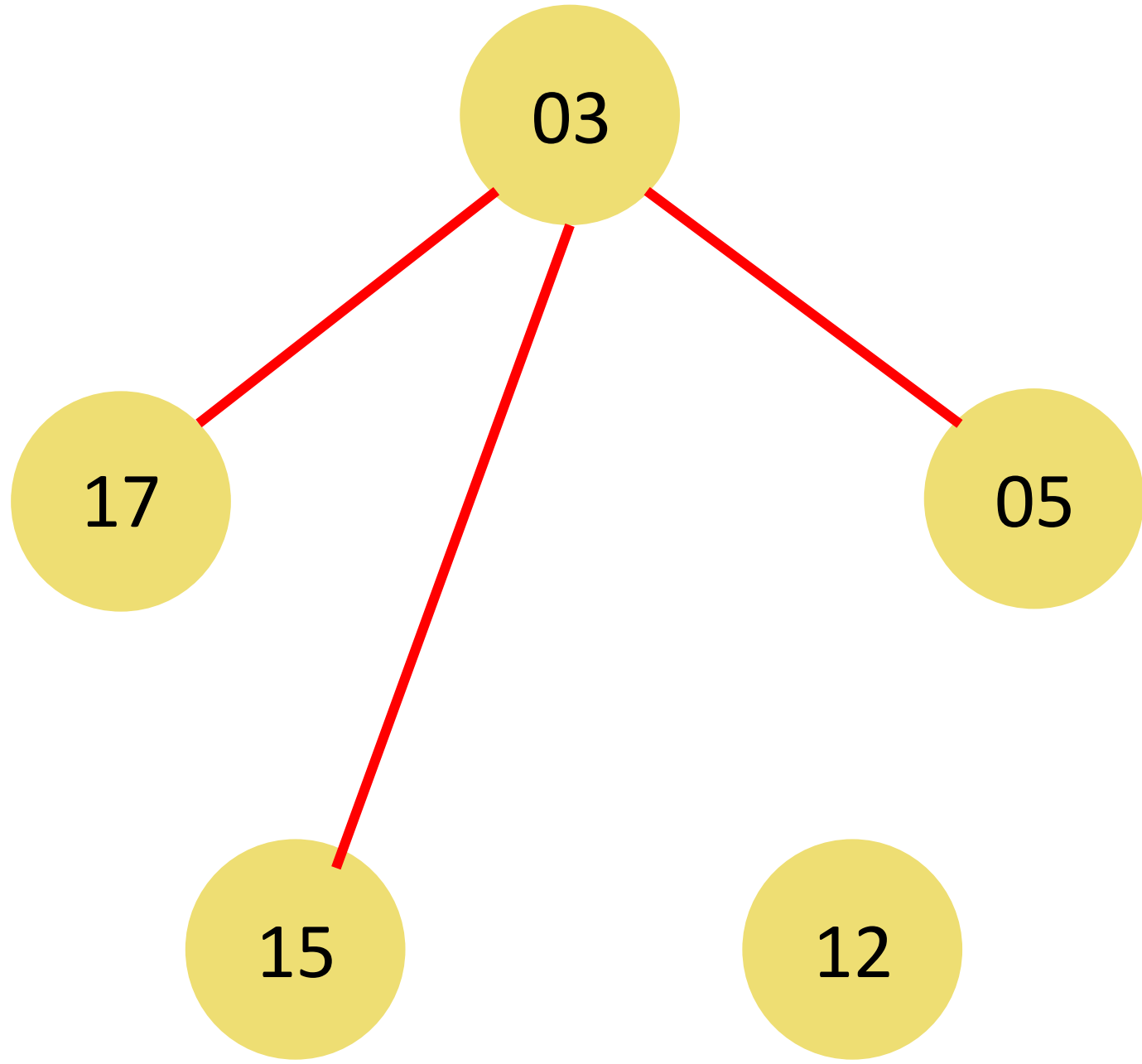
Ανταλλαγές νεφρών στην πράξη



Ανταλλαγές νεφρών στην πράξη







Ανταλλαγές νεφρών

- Κάθε κόμβος (ασθενής) έχει ένα σύνολο E_i από γειτονικούς κόμβους (συμβατούς δότες)
- Ο ασθενής μπορεί **να αρνηθεί** κάποιους από τους πιθανούς δότες
- Μοντελοποιούμε τις προτιμήσεις του με ένα υποσύνολο $F_i \subseteq E_i$
- **Δυαδικές προτιμήσεις**: οποιαδήποτε μεταμόσχευση είναι προτιμότερη από μη μεταμόσχευση

Ένας μηχανισμός τύπου direct revelation

- **Οι ασθενείς δηλώνουν** τους επιθυμητούς δότες F_i
- Κατασκευάζουμε το **γράφημα** που περιέχει τα ζευγάρια δότη-ασθενή ως κόμβους και τις ακμές που αντιστοιχούν σε αμοιβαίες ανταλλαγές νεφρών που είναι επιθυμητές από τα δυο μέρη
- Υπολογίζουμε ένα **ταίριασμα μέγιστου μεγέθους** στο γράφημα
- Είναι ο παραπάνω μηχανισμός **DSIC**; Δηλαδή, έχει την ιδιότητα η δήλωση $F_i = E_i$ να είναι κυρίαρχη στρατηγική κάθε παίκτη;
- **Εξαρτάται** από τον τρόπο επίλυσης των ισοπαλιών. Πώς;

Μηχανισμός προτεραιότητας

Έστω M_0 το σύνολο όλων των ταιριασμάτων μέγιστου μεγέθους

Για $i = 1, 2, \dots, n$ κάνε:

- Έστω Z_i το σύνολο των ταιριασμάτων του M_{i-1} που περιλαμβάνουν τον κόμβο i
- Αν το Z_i είναι κενό τότε $M_i = M_{i-1}$
- Αλλιώς, $M_i = Z_i$

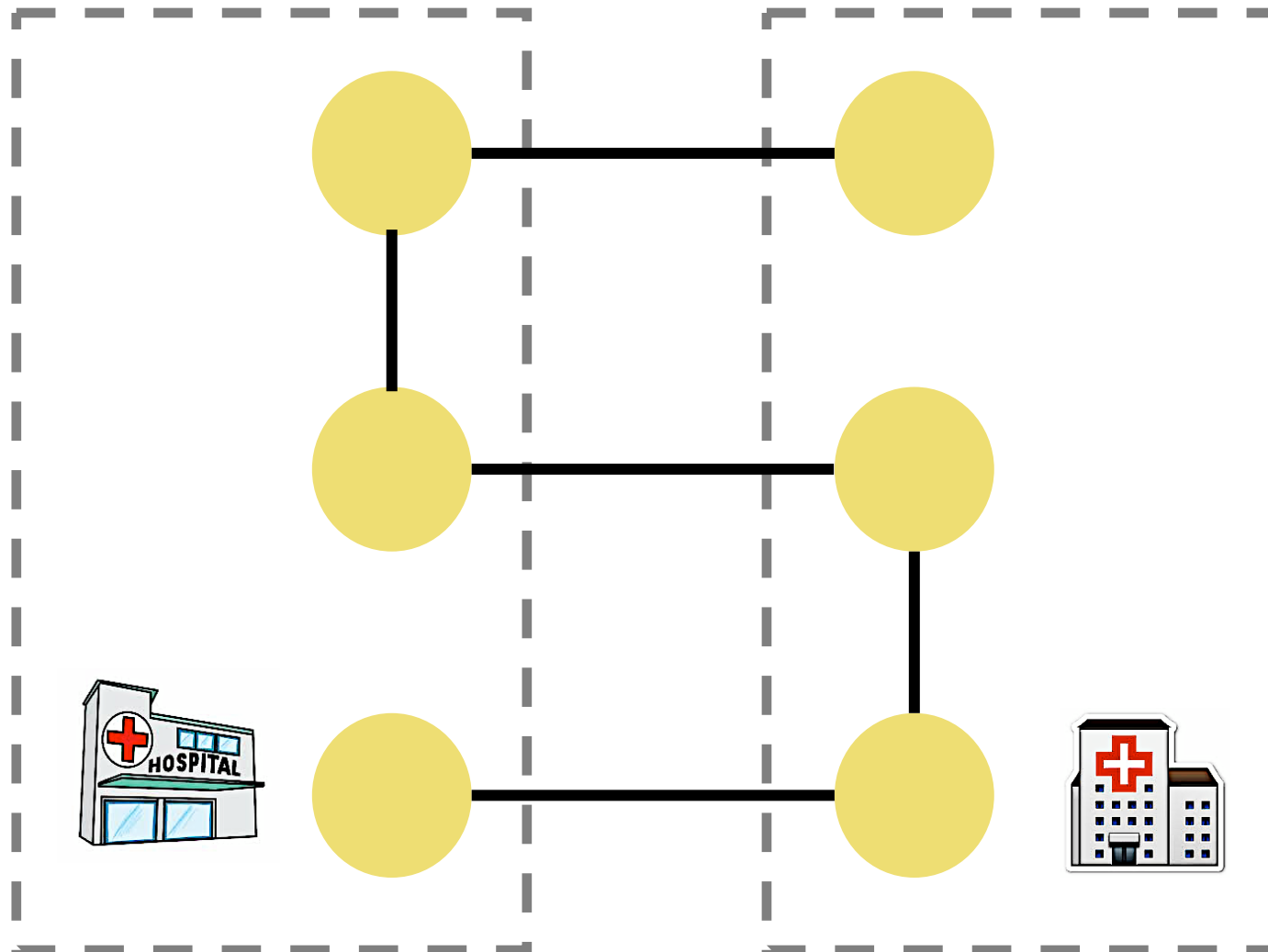
Επίστρεψε ένα αυθαίρετο ταιριασμα του συνόλου M_n

Θεώρημα: Ο μηχανισμός προτεραιότητας είναι **DSIC**

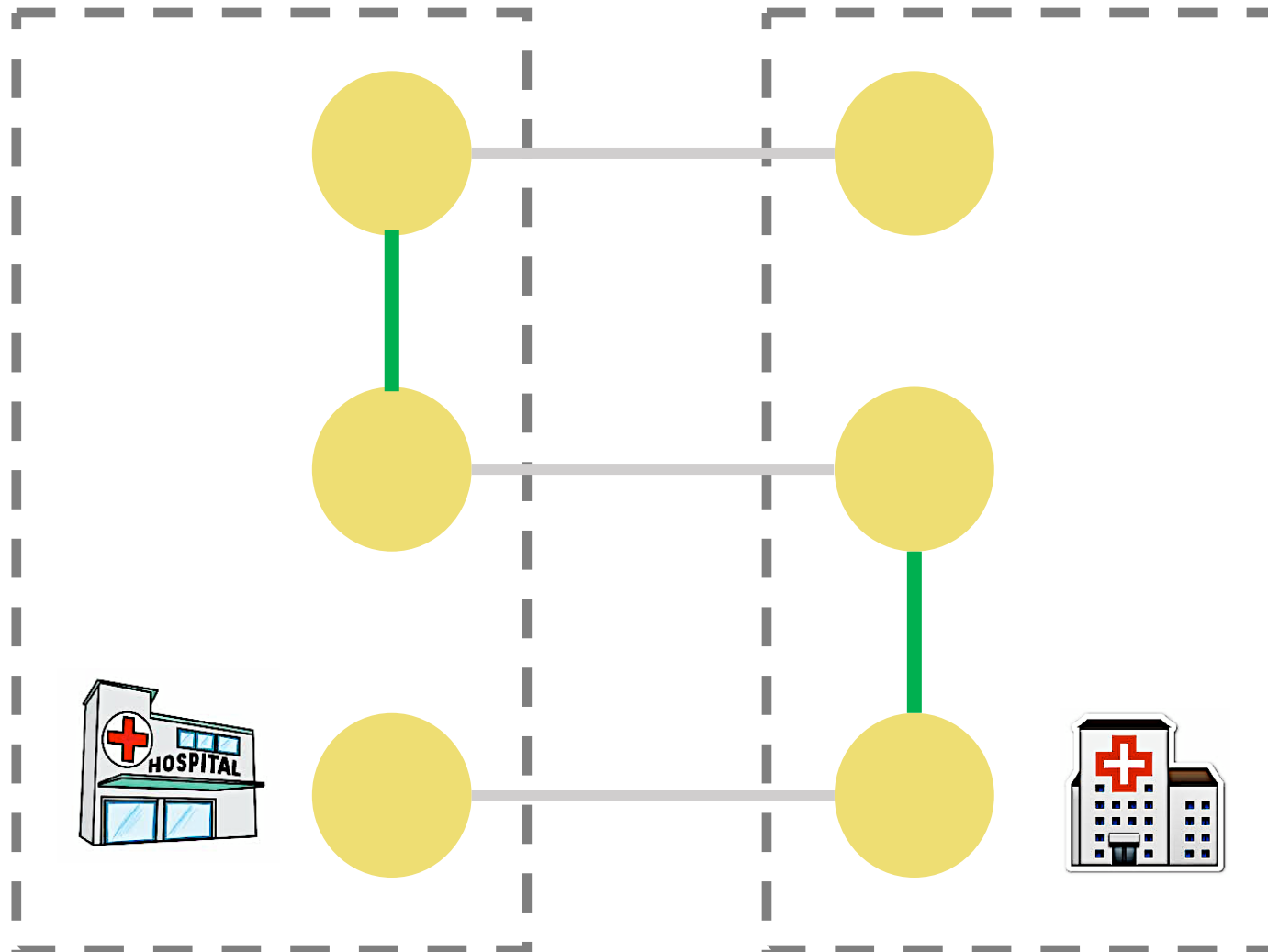
Ζητήματα υλοποίησης της ανταλλαγής νεφρών

- Ένα ζευγάρι δότη-ασθενή συνήθως **δηλώνεται σε συγκεκριμένο νοσοκομείο**
- Οπότε, το νοσοκομείο ενδιαφέρεται να εξυπηρετήσει το συγκεκριμένο ζευγάρι για να έχει καλή **φήμη**
- **Προγράμματα ανταλλαγής νεφρών**: ζευγάρια δότη-ασθενή εγγράφονται σε ένα νοσοκομείο, **το νοσοκομείο στέλνει** τα δεδομένα για κάθε ζευγάρι σε μια κεντρική αρχή, η οποία καλείται να υπολογίσει τις **μεταμοσχεύσεις** που θα πραγματοποιηθούν

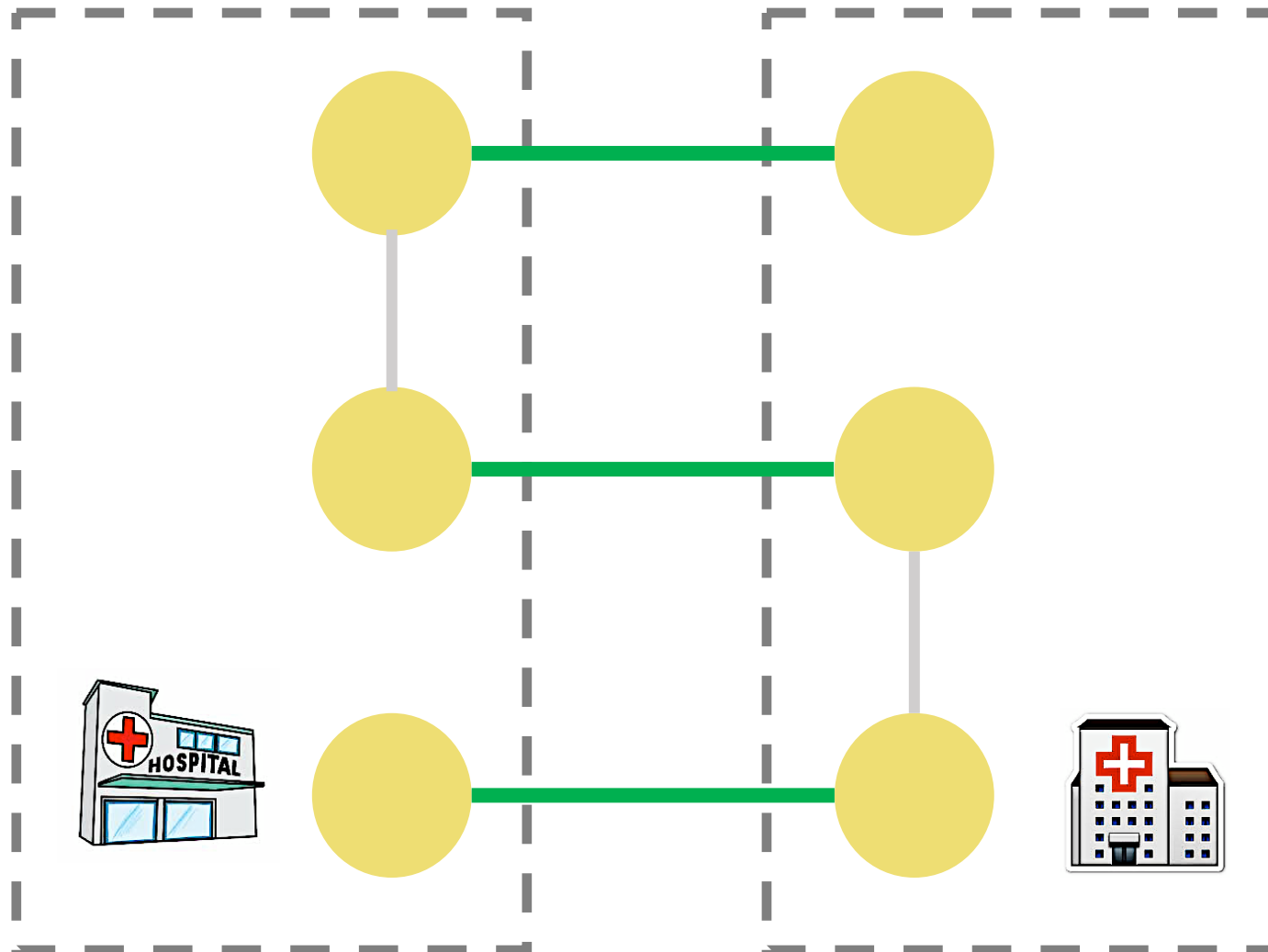
Προγράμματα ανταλλαγής νεφρών



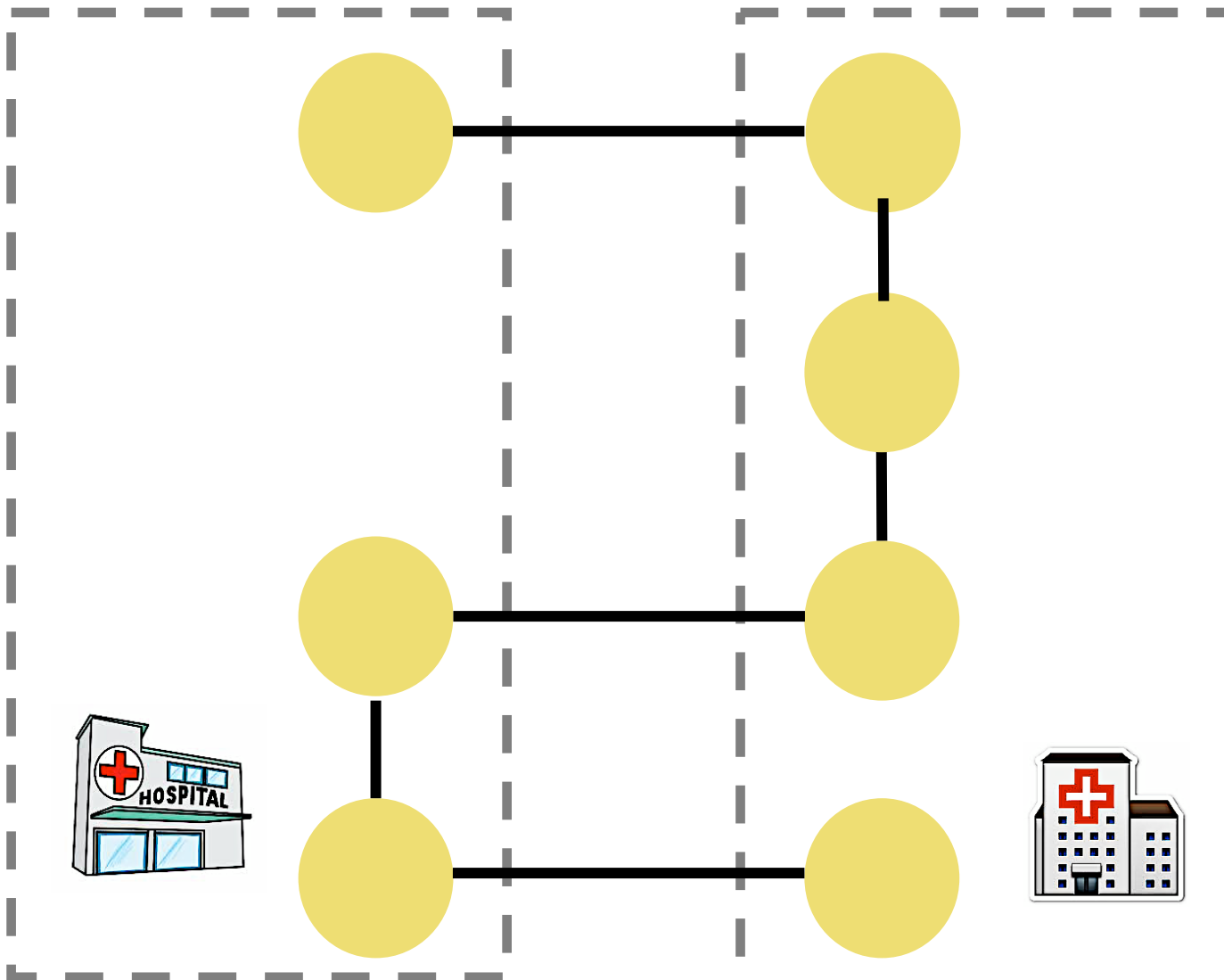
Προγράμματα ανταλλαγής νεφρών



Προγράμματα ανταλλαγής νεφρών

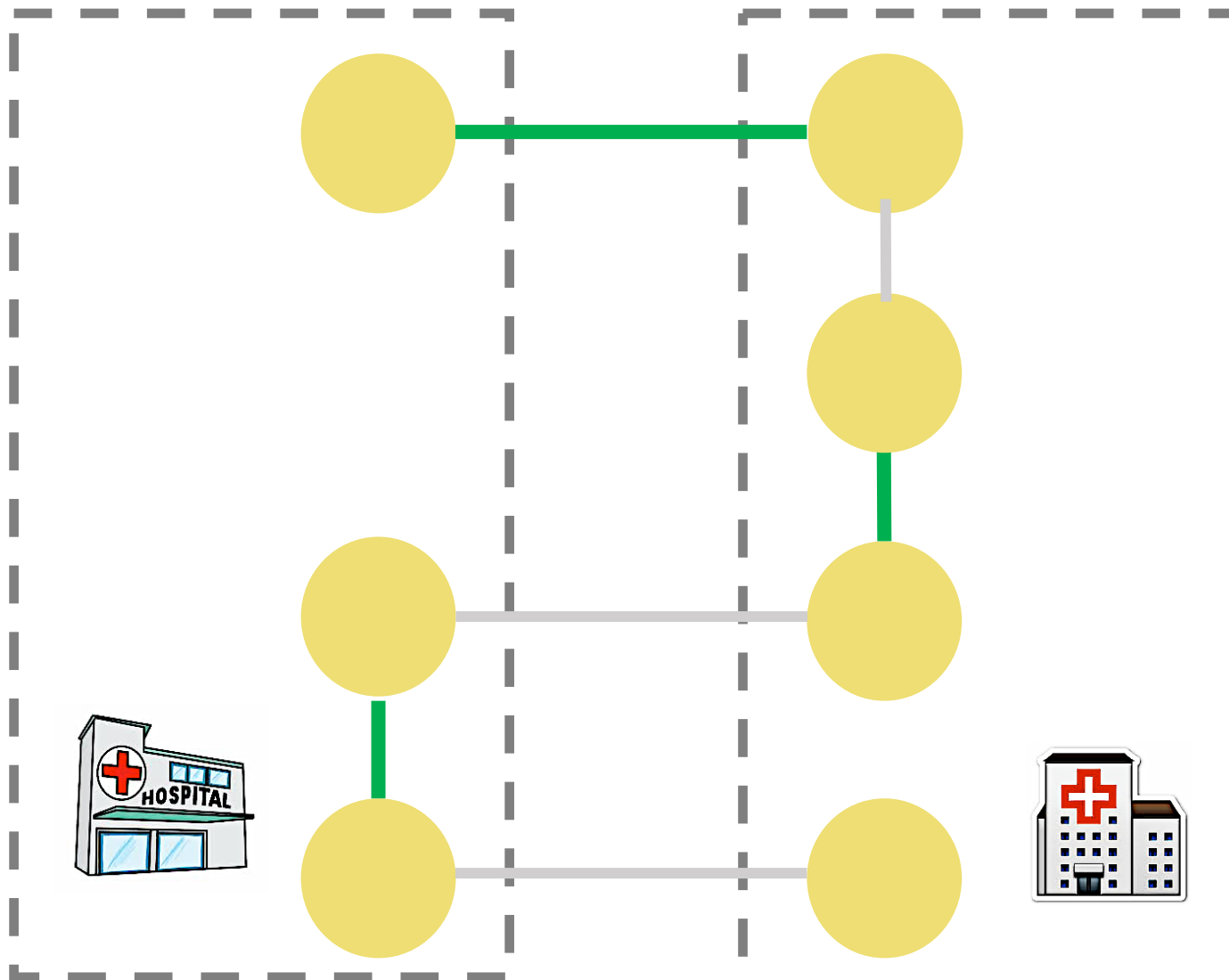


Κανένας μηχανισμός που υπολογίζει μέγιστα ταιριάσματα δεν είναι DSIC



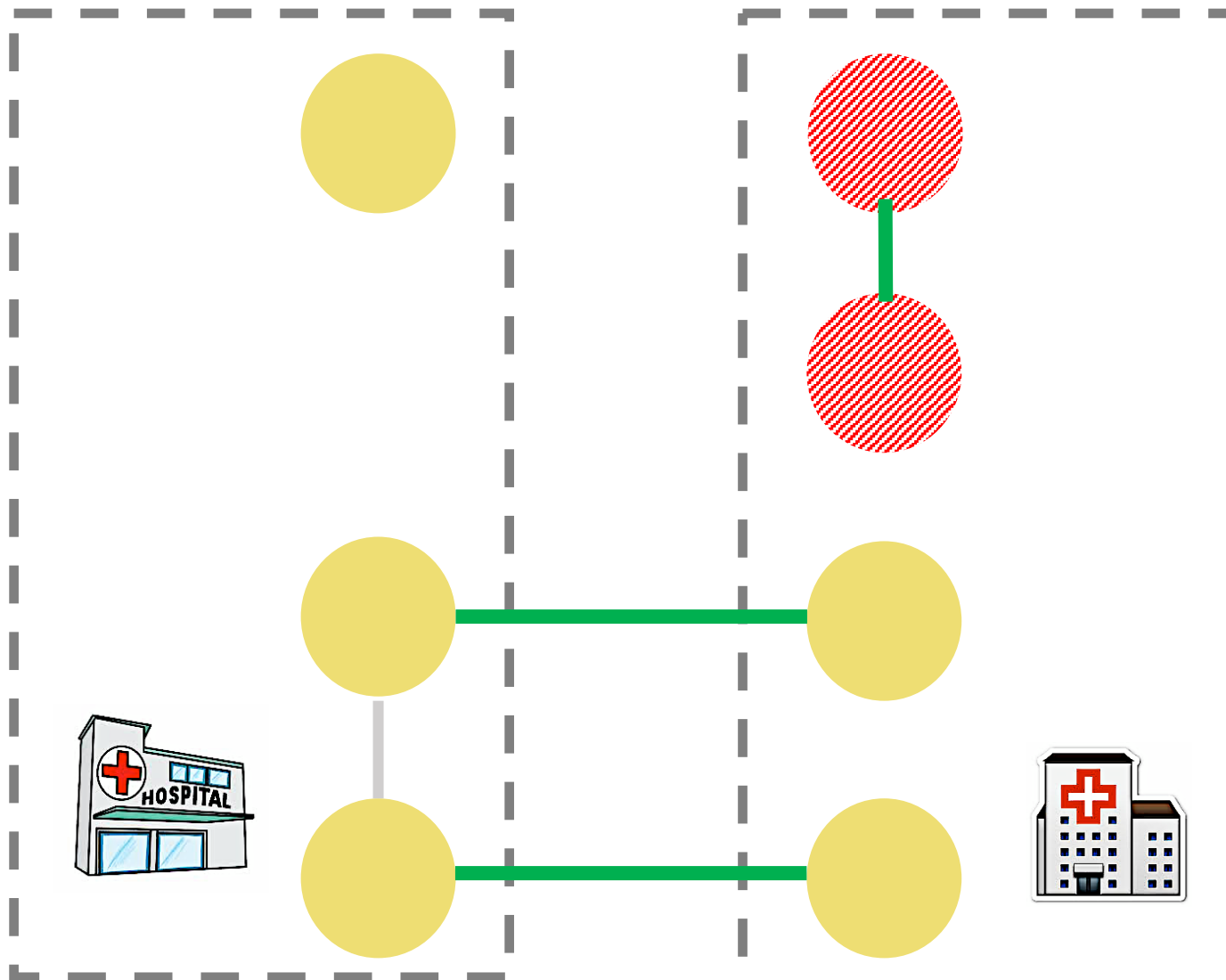
- Υπάρχουν 4 μέγιστα ταιριάσματα (με 3 ακμές)
- Κάποιος κόμβος μένει αταίριαστος
- Τότε, το νοσοκομείο που έχει τον κόμβο, έχει κίνητρο να μην δηλώσει όλα του τα ζευγάρια στο σύστημα

Κανένας μηχανισμός που υπολογίζει μέγιστα ταιριάσματα δεν είναι DSIC



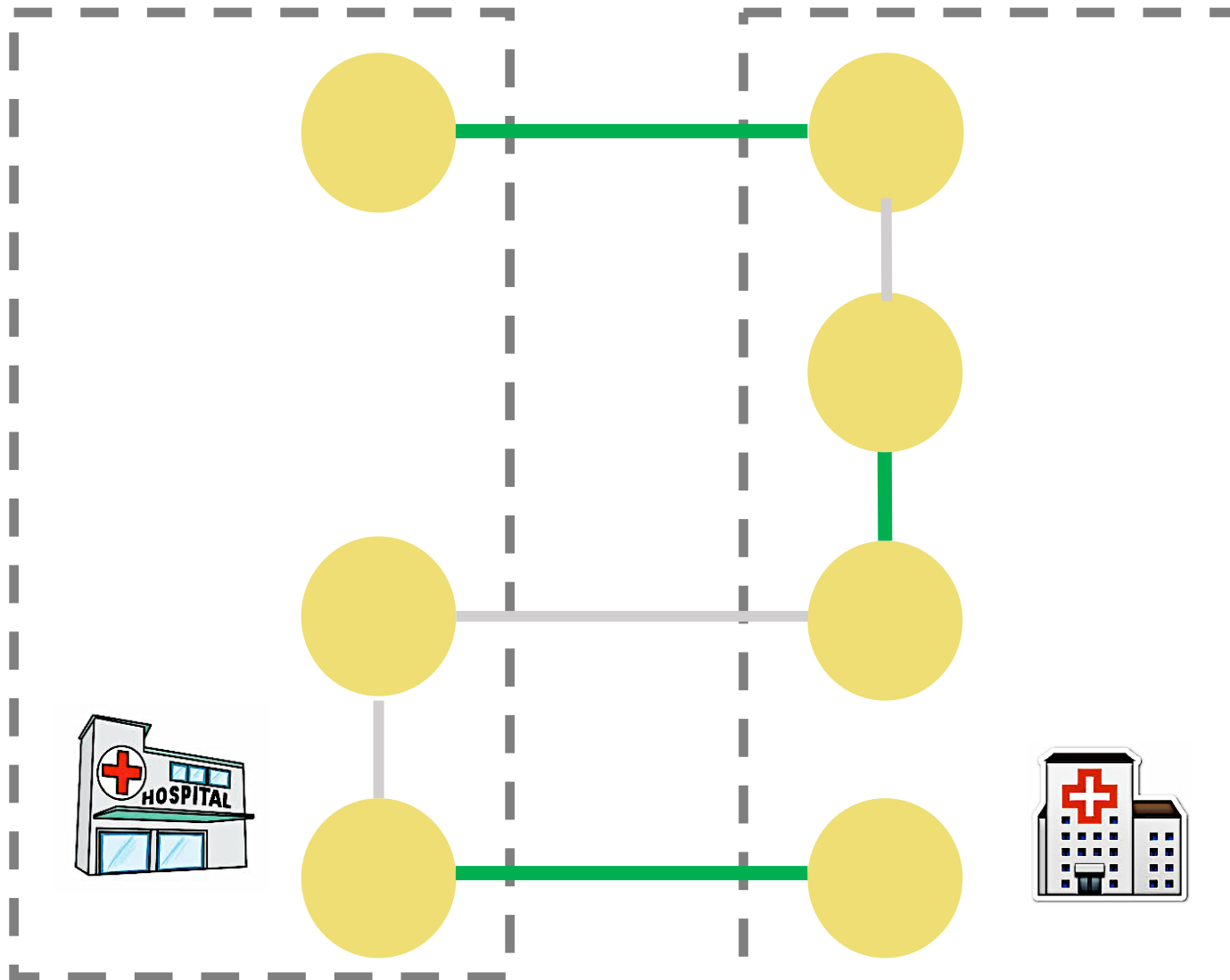
- Υπάρχουν 4 μέγιστα ταιριάσματα (με 3 ακμές)
- Κάποιος κόμβος μένει αταίριαστος
- Τότε, το νοσοκομείο που έχει τον κόμβο, έχει κίνητρο να μην δηλώσει όλα του τα ζευγάρια στο σύστημα

Κανένας μηχανισμός που υπολογίζει μέγιστα ταιριάσματα δεν είναι DSIC



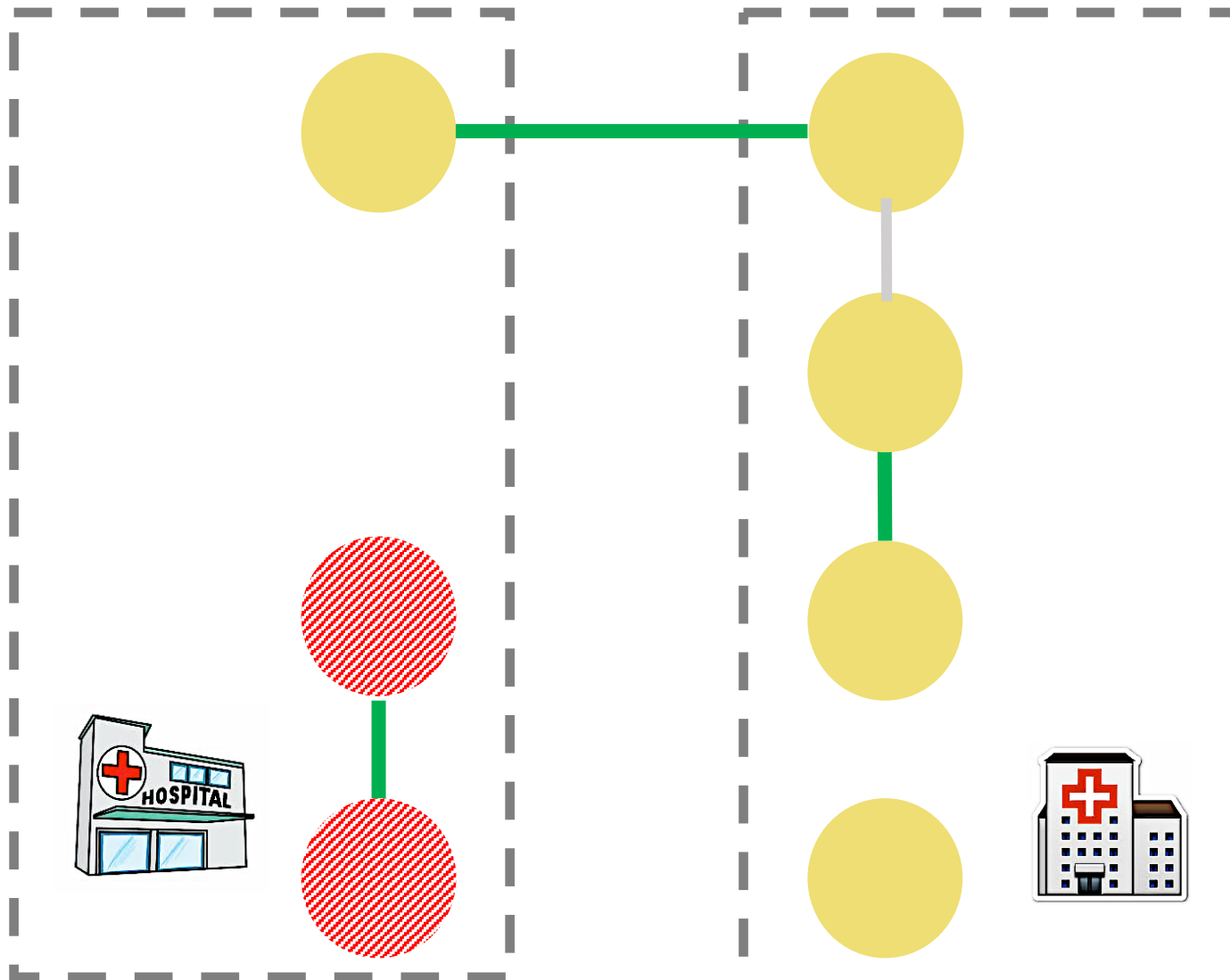
- Υπάρχουν 4 μέγιστα ταιριάσματα (με 3 ακμές)
- Κάποιος κόμβος μένει αταίριαστος
- Τότε, το νοσοκομείο που έχει τον κόμβο, έχει κίνητρο να μην δηλώσει όλα του τα ζευγάρια στο σύστημα

Κανένας μηχανισμός που υπολογίζει μέγιστα ταιριάσματα δεν είναι DSIC



- Υπάρχουν 4 μέγιστα ταιριάσματα (με 3 ακμές)
- Κάποιος κόμβος μένει αταίριαστος
- Τότε, το νοσοκομείο που έχει τον κόμβο, έχει κίνητρο να μην δηλώσει όλα του τα ζευγάρια στο σύστημα

Κανένας μηχανισμός που υπολογίζει μέγιστα ταιριάσματα δεν είναι DSIC



- Υπάρχουν 4 μέγιστα ταιριάσματα (με 3 ακμές)
- Κάποιος κόμβος μένει αταίριαστος
- Τότε, το νοσοκομείο που έχει τον κόμβο, έχει κίνητρο να μην δηλώσει όλα του τα ζευγάρια στο σύστημα

Ευσταθή ταιριάσματα

- **David Gale & Lloyd Shapley (1962)**
- Βραβείο Nobel Οικονομικών, 2012
- Πως να αναθέσουμε **φοιτητές σε πανεπιστημιακά τμήματα**, εκπαιδευόμενους γιατρούς σε νοσοκομεία, κλπ;
- Διμερές γράφημα με σύνολα κόμβων που αντιστοιχούν σε n άνδρες (U) και n γυναίκες (V)
- Κάθε άνδρας έχει μια **σειρά προτίμησης** για τις γυναίκες
- Κάθε γυναίκα έχει μια σειρά προτίμησης για τους άνδρες
- Στόχος: **να τους παντρέψουμε** όλους
- Με άλλα λόγια, να βρούμε ένα **πλήρες ταιρίασμα**




David Gale (1921-2008)
PROFESSOR, UC BERKELEY



Lloyd Shapley
PROFESSOR EMERITUS, UCLA

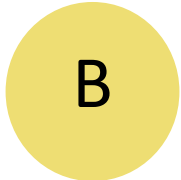
Παράδειγμα

Δ
Ε
Ζ



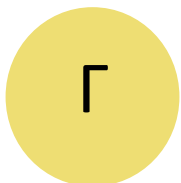
Α

Ζ
Ε
Δ




Β

Ζ
Ε
Δ




Γ




Δ

Α
Β
Γ



Ε

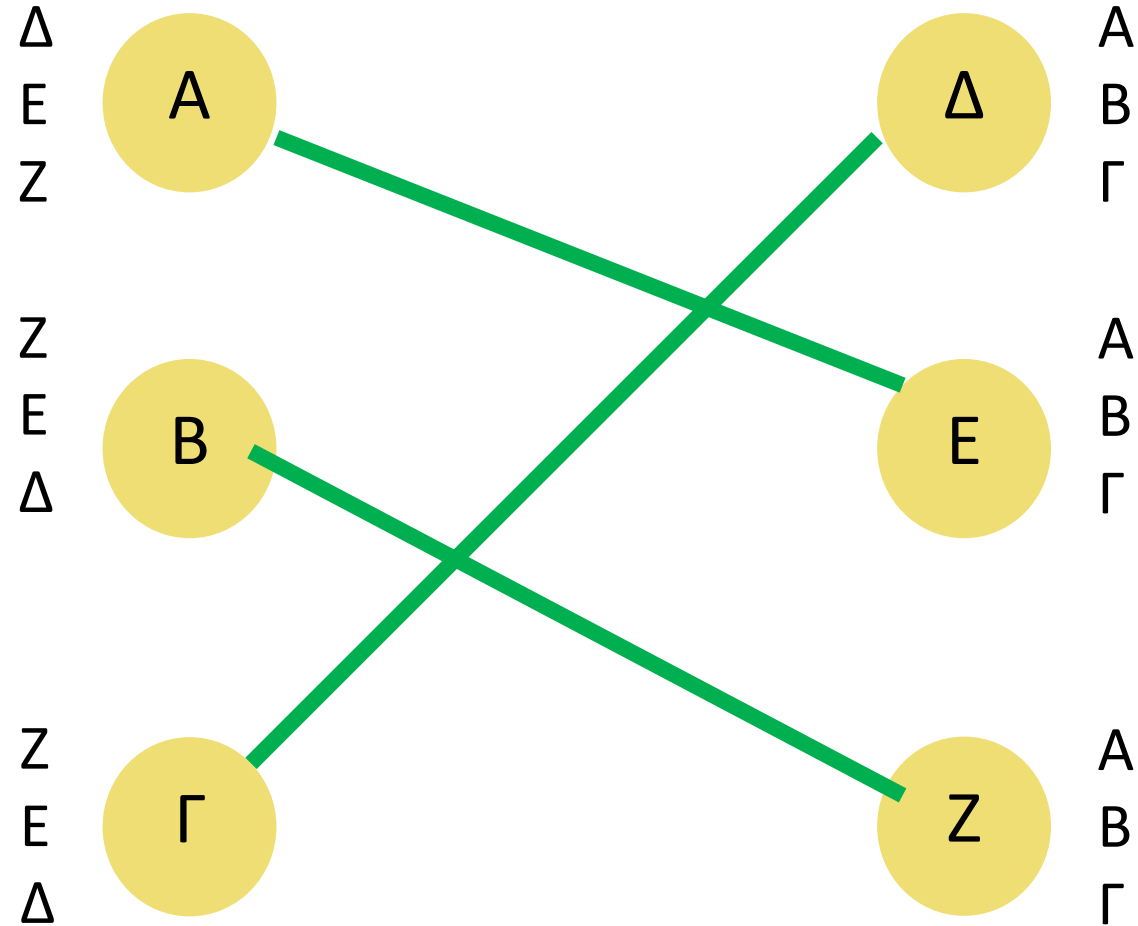
Α
Β
Γ



Ζ

Α
Β
Γ

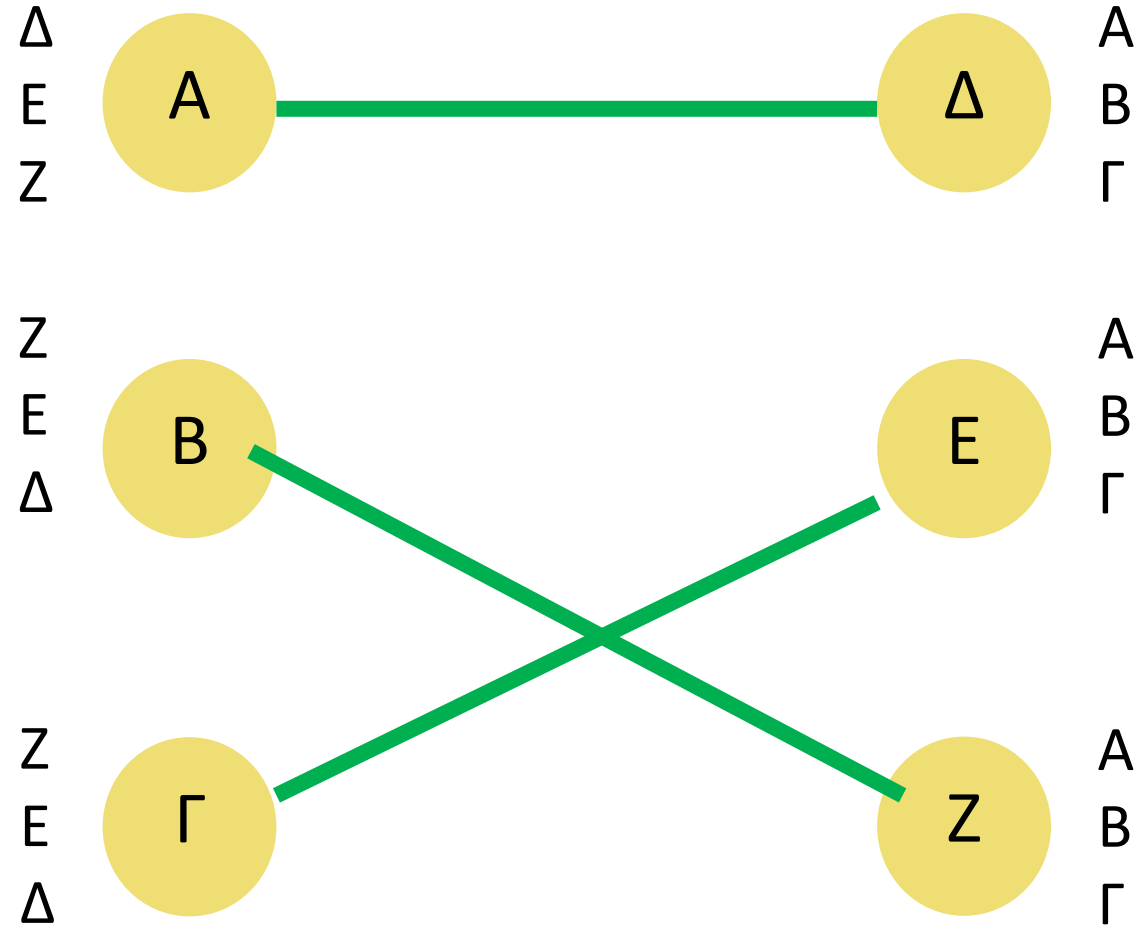
Παράδειγμα (πλήρες ταίριασμα)



Ευσταθή ταιριάσματα

- Έστω M ένα πλήρες ταίριασμα μεταξύ των κόμβων των συνόλων U και V
- Λέμε ότι δύο κόμβοι $u \in U$ και $v \in V$ αποτελούν ένα **blocking ζευγάρι** αν ο κόμβος u προτιμά τον v από το ταίρι του στο ταίριασμα M και ο κόμβος v προτιμά τον u από το ταίρι του στο M
- Ένα πλήρες ταίριασμα ονομάζεται **ευσταθές** όταν δεν υπάρχει ζευγάρι κόμβων που είναι blocking

Παράδειγμα (ευσταθές ταίριασμα)



Deferred Acceptance Algorithm

Ενόσω υπάρχει κάποιος άνδρας $u \in U$ χωρίς ταίρι, κάνε:

- Ο u επιχειρεί να ταιριάξει με τη γυναίκα $v \in V$ που θέλει περισσότερο και δεν τον έχει απορρίψει ακόμα
- Αν η v είναι αταίριαστη, τότε ταιριάζονται προσωρινά
- Αλλιώς, αν είναι ταίρι με τον u' , τότε επιλέγει να ταιριάξει προσωρινά με τον καλύτερο μεταξύ των u και u' και απορρίπτει τον άλλο

Όλα τα προσωρινά ταιριάσματα γίνονται μόνιμα

Παράδειγμα (εκτέλεση DAA)

Δ
Ε
Ζ

A

Δ

Β
Α
Γ

Δ
Ζ
Ε

Β

Ε

Γ
Β
Α

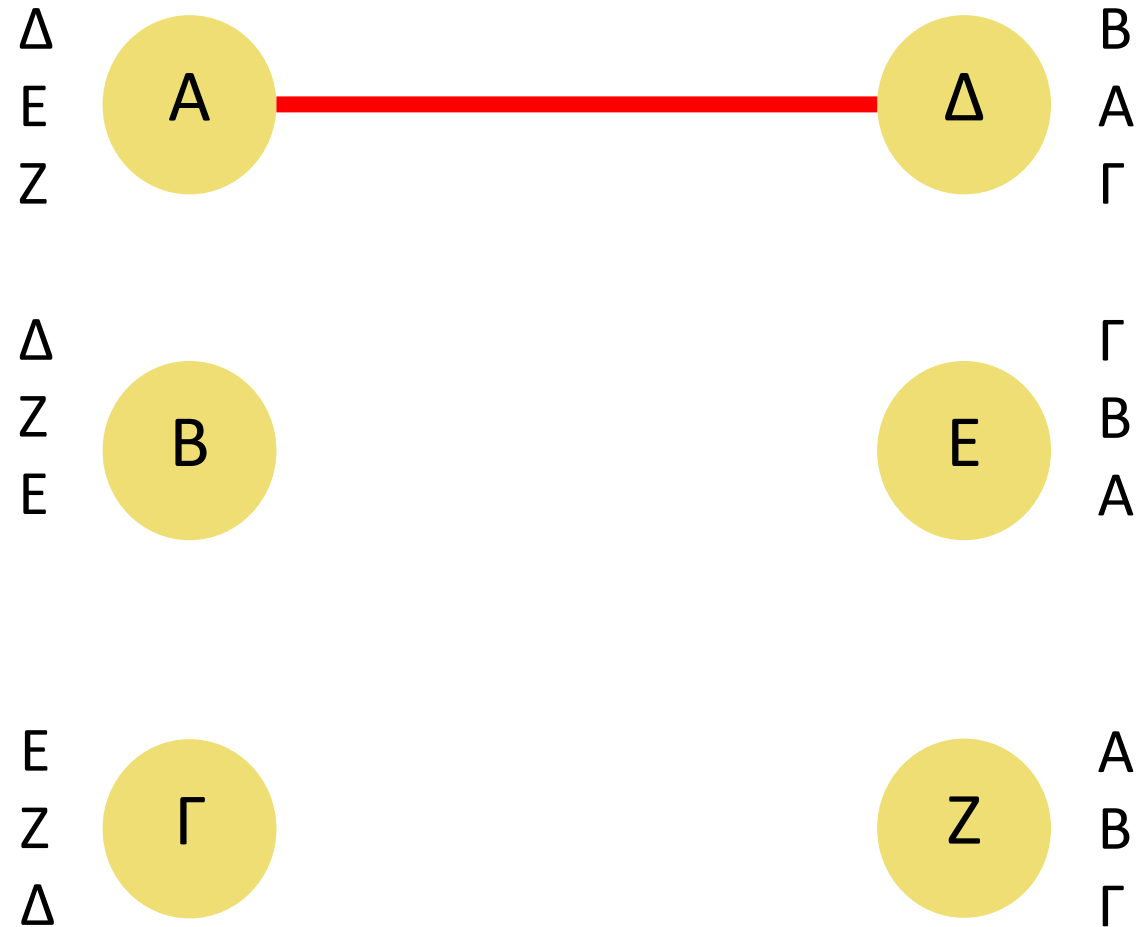
Ε
Ζ
Δ

Γ

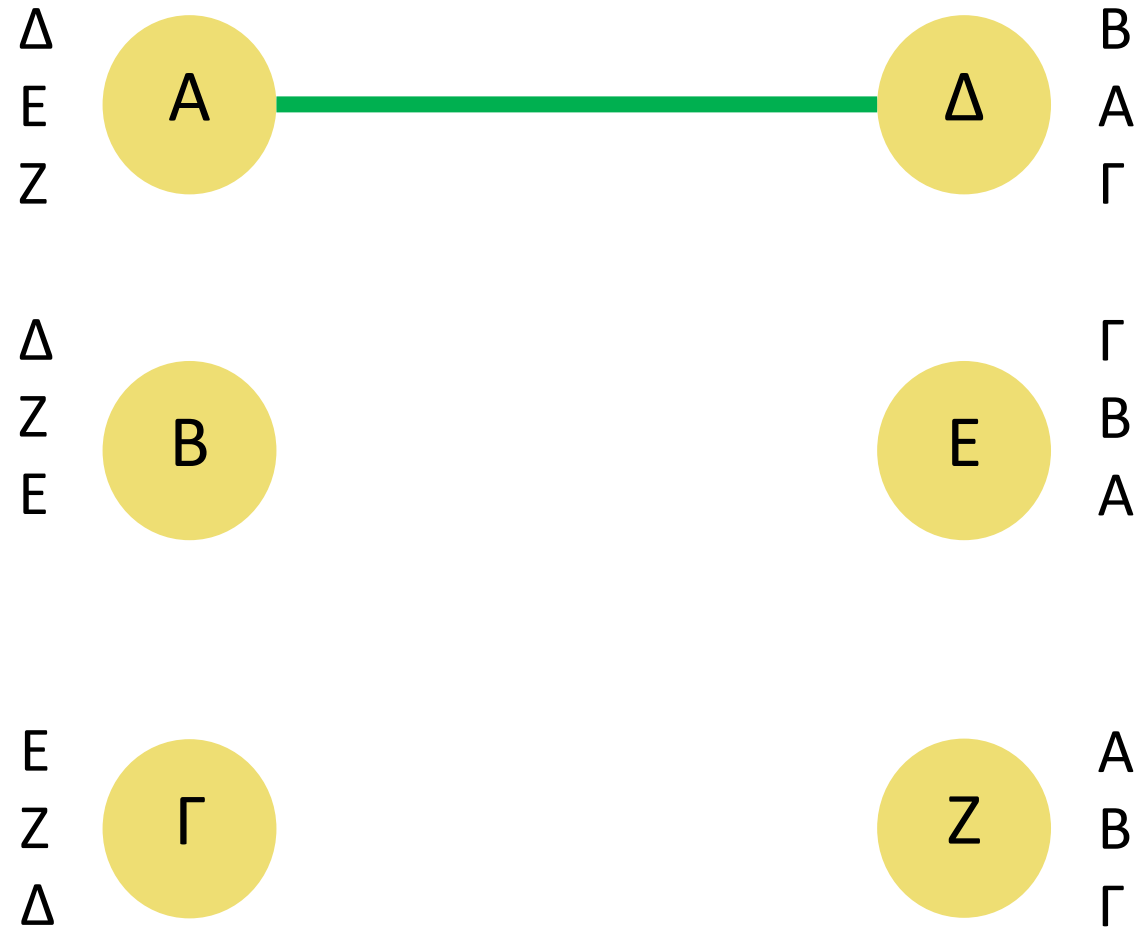
Ζ

Α
Β
Γ

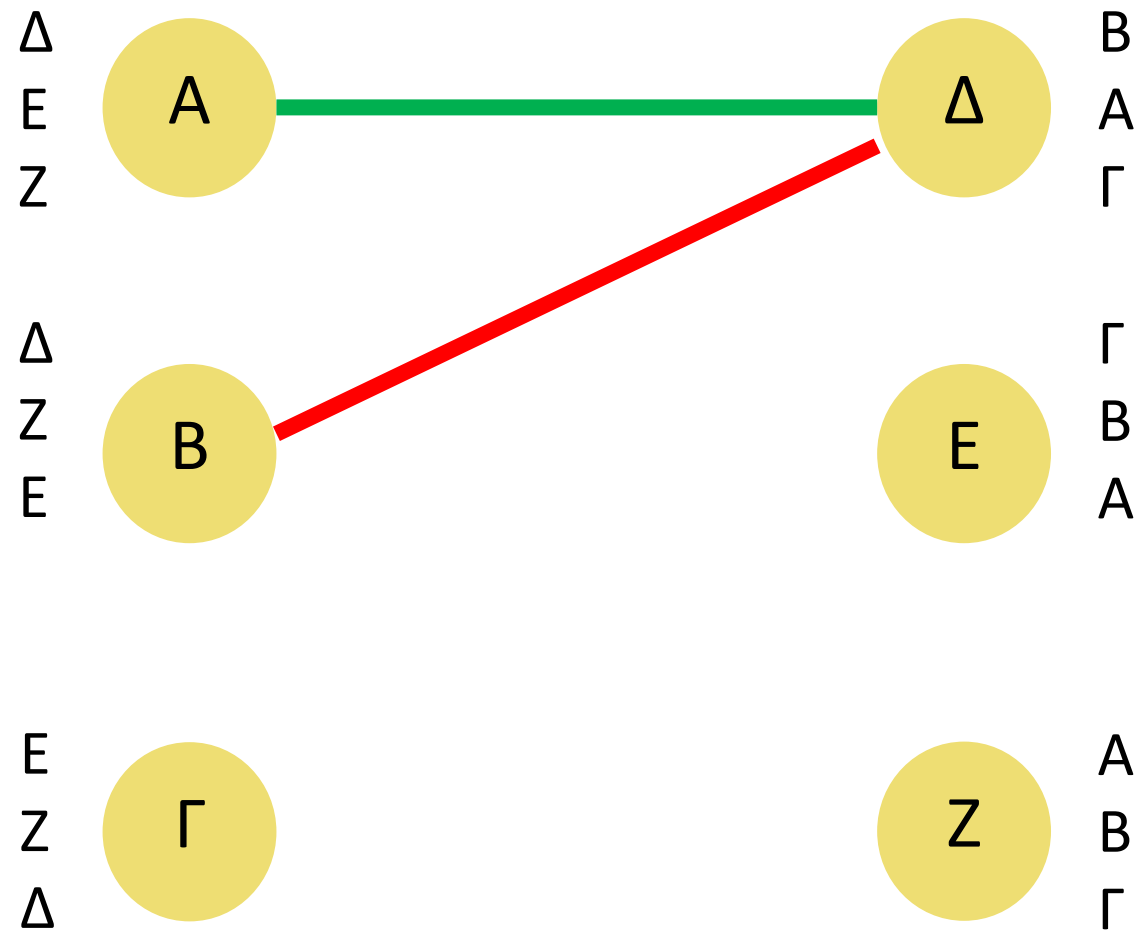
Παράδειγμα (εκτέλεση DAA)



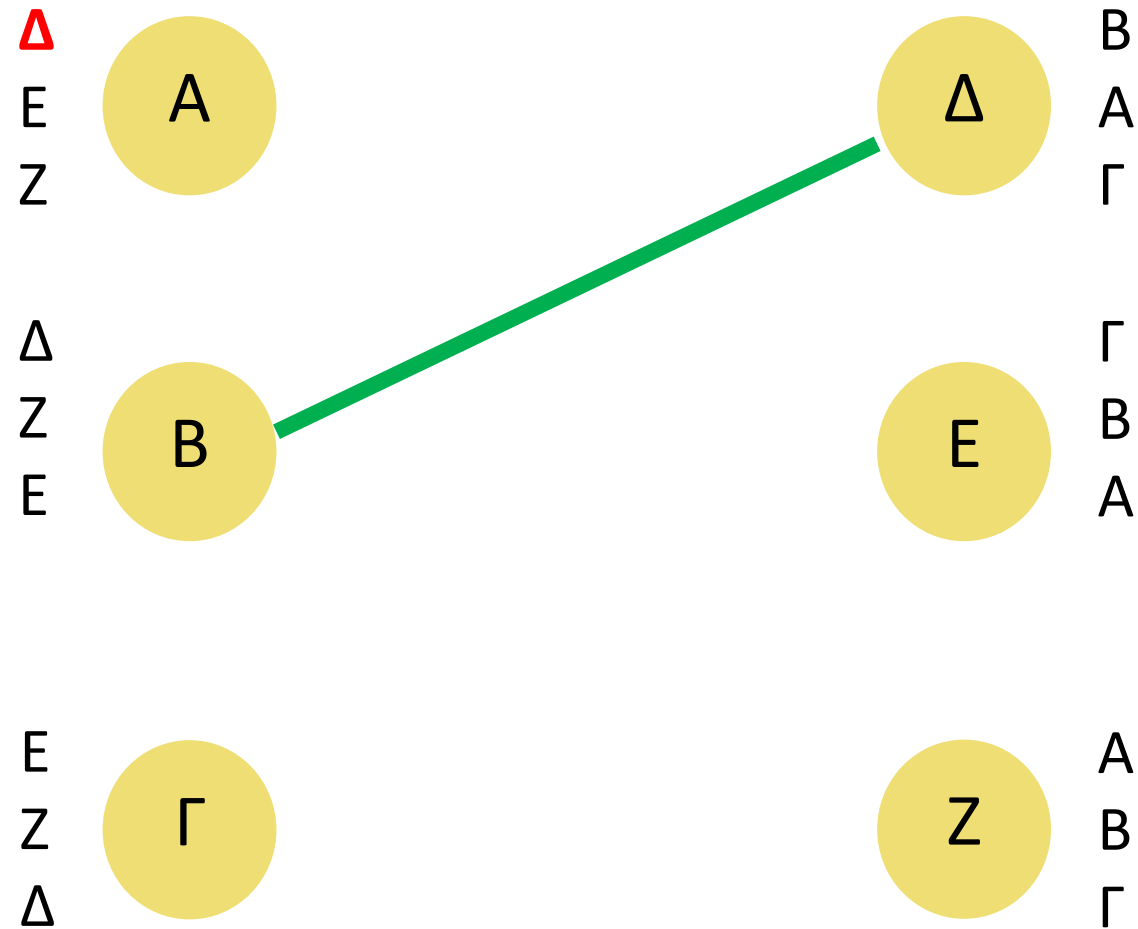
Παράδειγμα (εκτέλεση DAA)



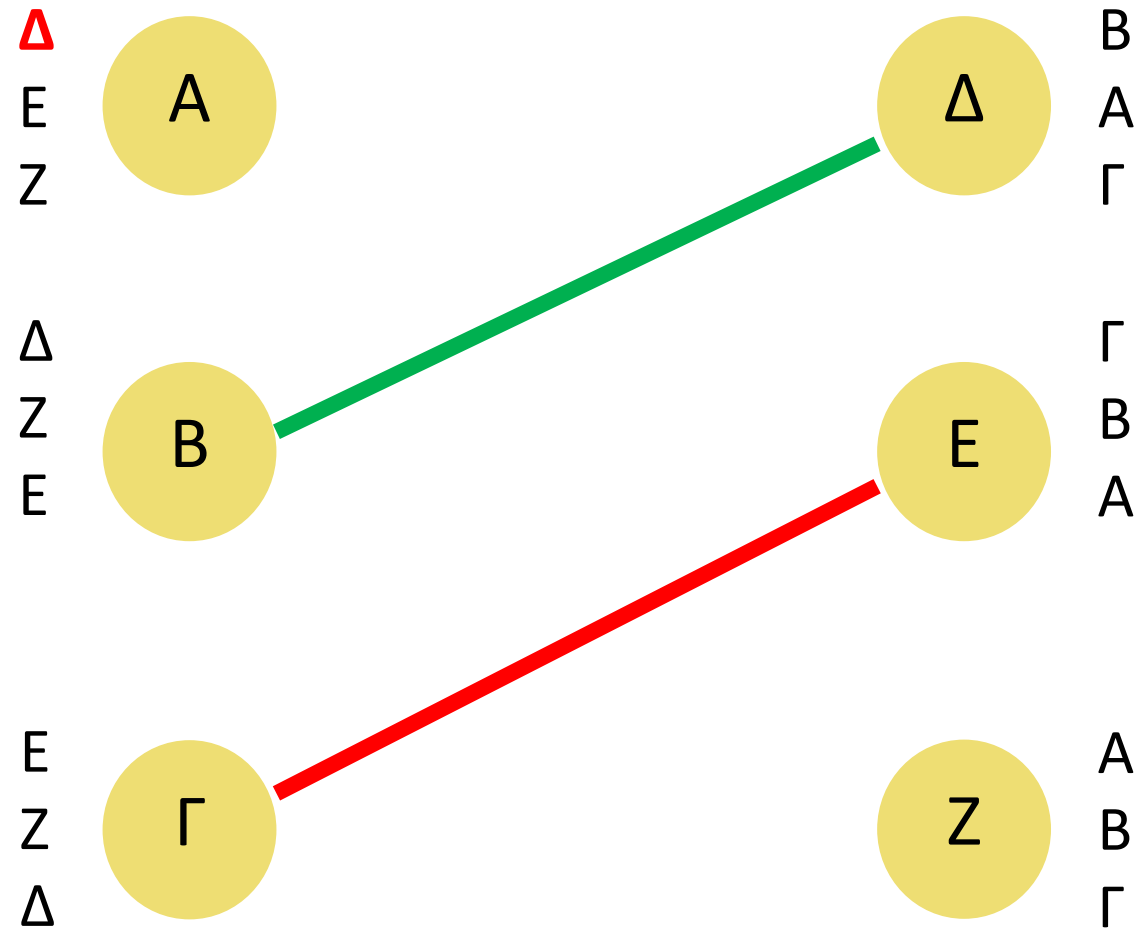
Παράδειγμα (εκτέλεση DAA)



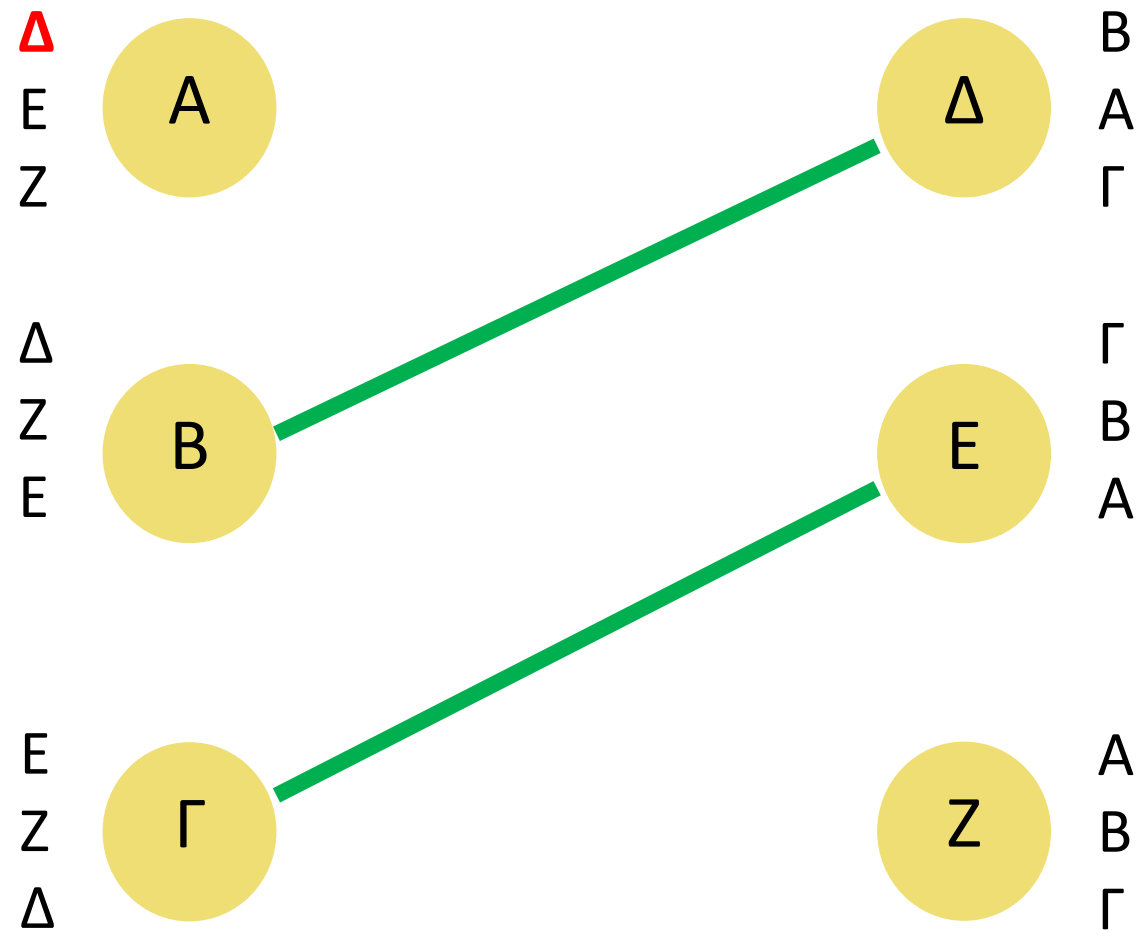
Παράδειγμα (εκτέλεση DAA)



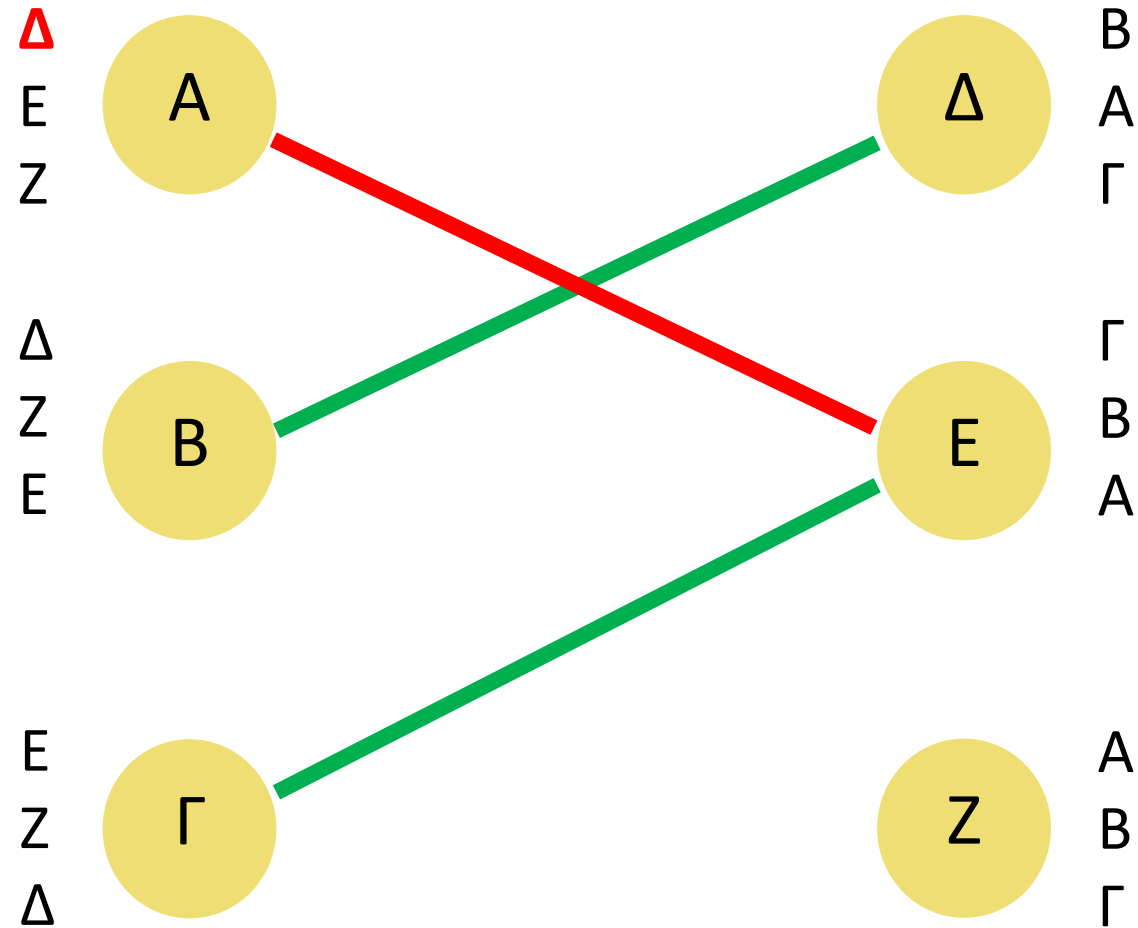
Παράδειγμα (εκτέλεση DAA)



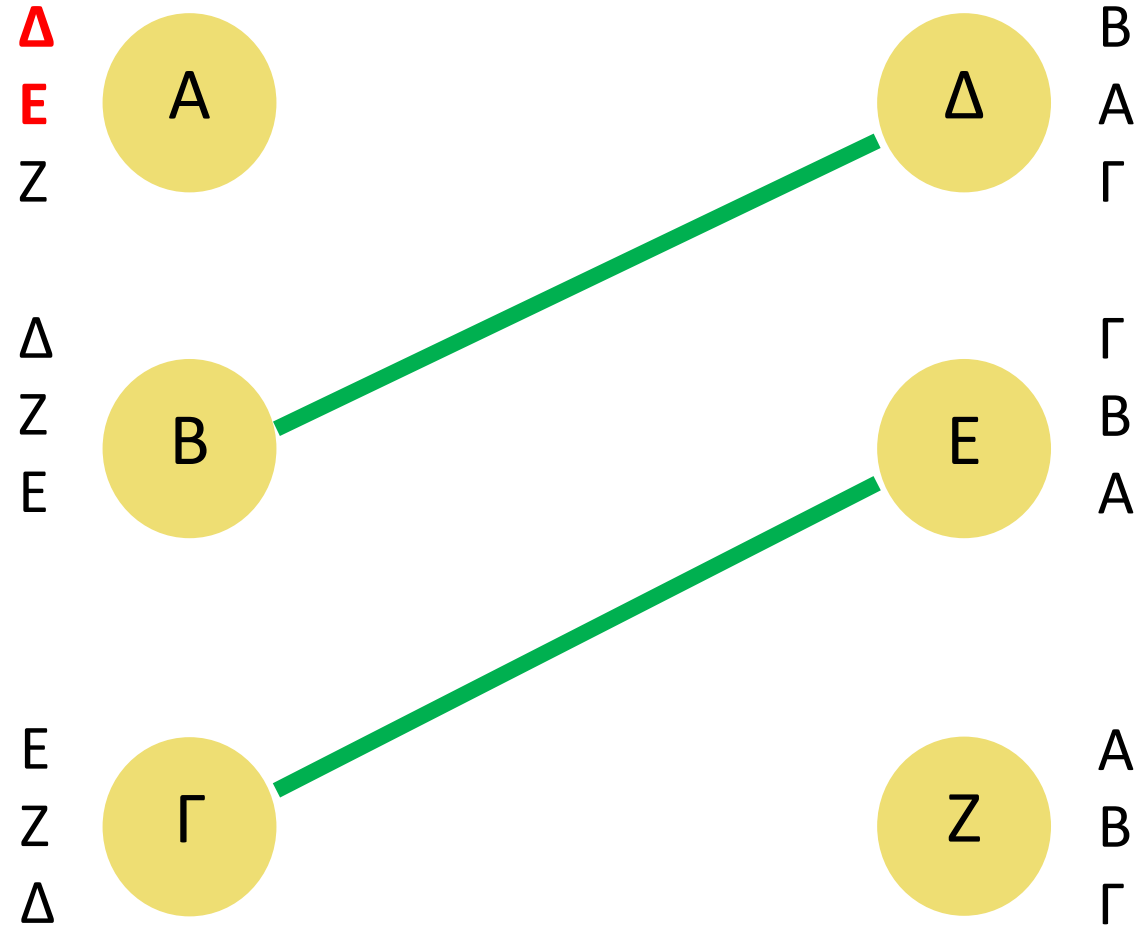
Παράδειγμα (εκτέλεση DAA)



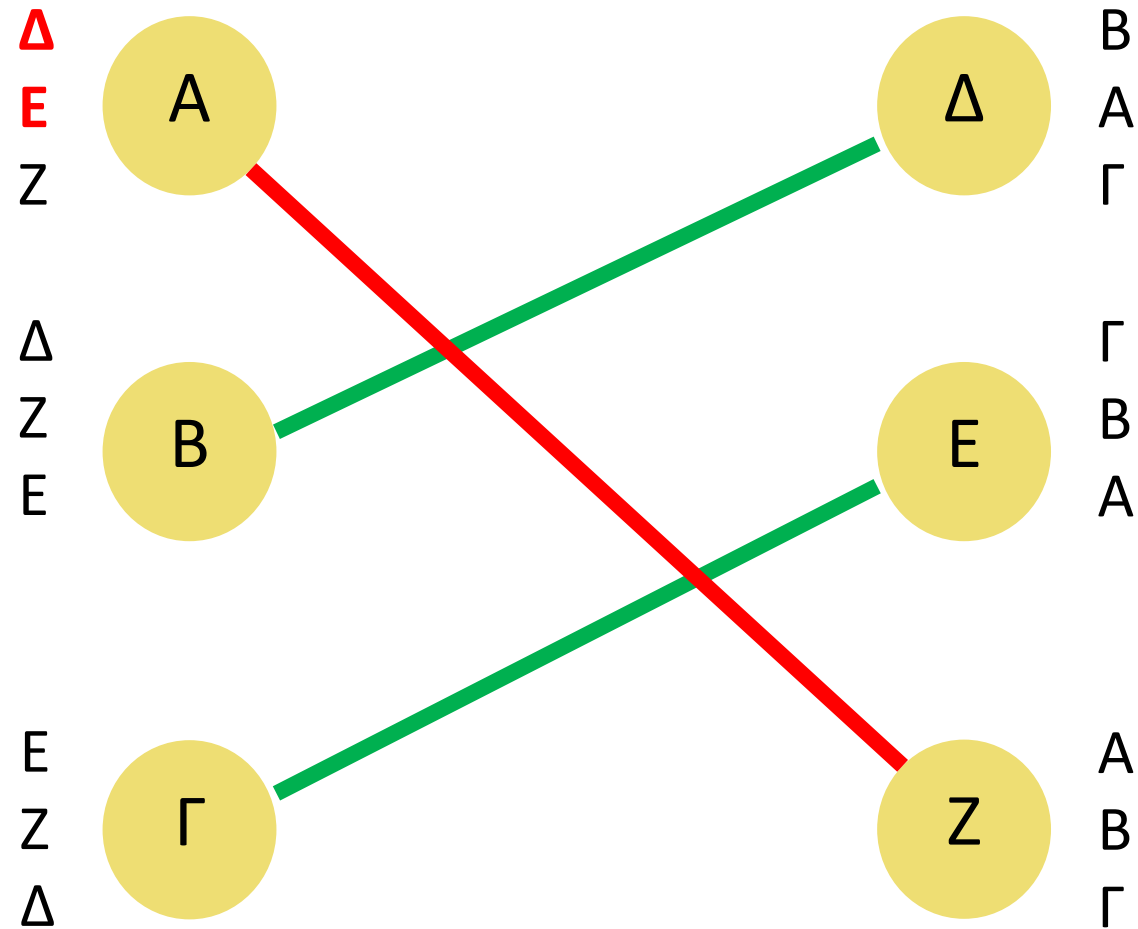
Παράδειγμα (εκτέλεση DAA)



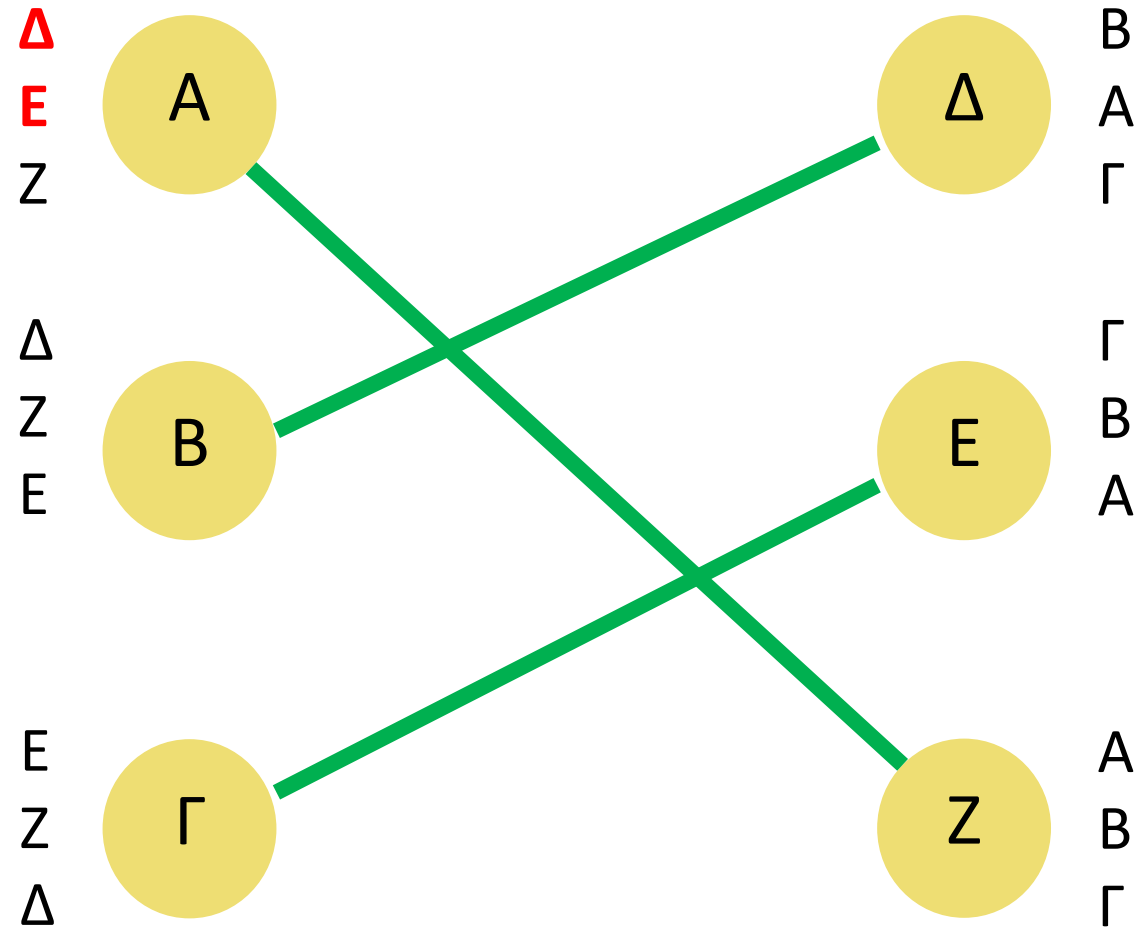
Παράδειγμα (εκτέλεση DAA)



Παράδειγμα (εκτέλεση DAA)



Παράδειγμα (εκτέλεση DAA)



Ιδιότητες

- Θεώρημα: Ο αλγόριθμος DAA υπολογίζει ένα ευσταθές ταίριασμα μετά από το πολύ n^2 επαναλήψεις
- Συμπέρασμα: **Υπάρχει πάντα** ευσταθές ταίριασμα
- Για κάθε άνδρα $u \in U$, έστω $h(u) \in V$ η προτιμότερή του γυναίκα από αυτές με τις οποίες ταιριάζεται σε **οποιοδήποτε** ευσταθές ταίριασμα
- Θεώρημα: Το ευσταθές ταίριασμα που υπολογίζεται από τον αλγόριθμο DAA ταιριάζει κάθε άνδρα $u \in U$ με τη γυναίκα $h(u)$ (**βέλτιστο** για τους άνδρες)
- Θεώρημα: ο αλγόριθμος DAA είναι **DSIC για τους άνδρες** αλλά **όχι και για τις γυναίκες**

Σύνοψη

- Σχεδιασμός μηχανισμών χωρίς χρήματα
- Αλγόριθμοι υπολογισμού ταιριασμάτων για μεταμοσχεύσεις νεφρών
- Αλγόριθμοι εύρεσης ευσταθούς ταιριάσματος