ΔΠΜΣ ΥΔΑ – Ακαδημαϊκό έτος 2018–19

Ζητήματα Στρατηγικής στη Λήψη Αποφάσεων – DDCD104

Τελική εξέταση

Θέμα 1. Θεωρήστε ένα επικοινωνιακό κανάλι και n χρήστες, όπου ο χρήστης i έχει ιδιωτική αποτίμηση v_i για τη χρήση του καναλιού. Για το διαμοιρασμό του εύρους ζώνης, χρησιμοποιούμε ένα μηχανισμό τύπου direct revelation που υλοποιεί την αναλογική συνάρτηση αναθέσεων

$$x_i(\mathbf{b}) = \frac{b_i}{\sum_{j=1}^{n} b_j}$$

όταν οι χρήστες δηλώνουν αποτιμήσεις $\mathbf{b} = (b_1, b_2, ..., b_n)$.

α. Δείξτε ότι η αναλογική συνάρτηση αναθέσεων είναι μονότονη.

β. Χρησιμοποιώντας το Λήμμα του Myerson, υπολογίστε και περιγράψτε λεπτομερώς τη συνάρτηση πληρωμών για την υλοποίηση της αναλογικής συνάρτησης αναθέσεων ως DSIC.

Θέμα 2. Δείξτε ότι:

α. Η δημοπρασία δεύτερης τιμής (δηλαδή, χωρίς reserve price) είναι βέλτιστη για συμμετέχοντες με ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ με $0 \leq \beta/2 \leq \alpha < \beta$.

β. Τι συμβαίνει όταν $0 \leq \alpha < \beta/2$;

Θέμα 3.

α. Υπολογίστε τις εικονικές αποτιμήσεις για τις κατανομές με $F(v) = 1 - (v+1)^{-\alpha}$ για $\alpha > 0$.

β. Για ποιες τιμές της παραμέτρου α είναι ομαλή (regular) η κατανομή και για ποιες δεν είναι;

Θέμα 4. Φανταστείτε ότι έχετε στην κατοχή σας ένα έργο τέχνης, το οποίο σκοπεύετε να πουλήσετε ως εξής. Πρώτα, θα προσπαθήσετε να το πουλήσετε σε μια δημοπρασία με n υποψήφιους αγοραστές, όπου ο υποψήφιος αγοραστής i έχει τυχαία αποτίμηση με κατανομή πιθανότητας F_i. Αν το αντικείμενο δεν πουληθεί στη δημοπρασία, τότε θα σας το αγοράσει ο γνωστός συλλέκτης κύριος X στην τιμή Q.

α. Σχεδιάστε τη δημοπρασία με τέτοιο τρόπο ώστε να μεγιστοποιήσετε τα συνολικά (αναμενόμενα) έσοδά σας.

β. Αποδείξτε τυπικά ότι η δημοπρασία που προτείνετε είναι βέλτιστη.

Θέμα 5. Θεωρήστε τον παρακάτω αλγόριθμο που αποφασίζει ένα ταίριασμα που αντιστοιχεί σε μεταμοσχεύσεις νεφρών που μπορούν να πραγματοποιηθούν. Η είσοδος του αλγορίθμου αποτελείται από ένα γράφημα G, όπου ο κάθε κόμβος αντιστοιχεί σε ένα ζεύγος δότη-ασθενή (π.χ., συγγενικών προσώπων αλλά μη συμβατών μεταξύ τους) και κάθε ακμή (i, j) υποδηλώνει ότι ο δότης του ζευγαριού i είναι συμβατός με τον ασθενή του ζευγαριού j και ο δότης του ζευγαριού j είναι συμβατός με τον ασθενή του ζευγαριού i (και, επομένως, οι αντίστοιχες μεταμοσχεύσεις μπορούν να πραγματοποιηθούν). Επιπλέον, υπάρχουν k νοσοκομεία και κάθε κόμβος ανήκει (δηλαδή, το αντίστοιχο ζευγάρι δότη-ασθενή έχει εγγραφεί) σε ένα νοσοκομείο. Ο αλγόριθμος υπολογίζει ένα ταίριασμα που καταρχάς περιέχει μέγιστο αριθμό ακμών μεταξύ κόμβων του ίδιου νοσοκομείου και δευτερευόντως έχει όσο το δυνατόν περισσότερες ακμές.

α. Δείξτε ότι ο αλγόριθμος αυτός είναι DSIC.

β. Δείξτε ότι το μέγεθος του ταιριάσματος που υπολογίζει ο αλγόριθμος είναι τουλάχιστον το 50% του βέλτιστου.

Προθεσμία παράδοσης. Τρίτη 18 Ιούνη, 2019, 11.00πμ. Οι απαντήσεις σας θα πρέπει να περιέχονται σε <u>ένα μόνο</u> αρχείο pdf και παραδίδονται <u>αποκλειστικά ηλεκτρονικά</u> (με email στη διεύθυνση caragian@ceid.upatras.gr).