

# ΔΠΜΣ ΥΔΑ – Ακαδημαϊκό έτος 2018–19

## Ζητήματα Στρατηγικής στη Λήψη Αποφάσεων – DDCD104

### 3ο set ασκήσεων

1. Δείξτε ότι ο κανόνας ανάθεσης δεύτερης τιμής με bidder-specific reserve price (σελίδες 78-79 του βιβλίου) είναι μονότονος.
2. Δείξτε ότι ο μηχανισμός VCG έχει την ιδιότητα της εθελοντικής συμμετοχής (individual rationality). Συγκεκριμένα, δείξτε ότι η πληρωμή  $p_i(\mathbf{b})$  που χρεώνεται στο συμμετέχοντα  $i$  είναι το πολύ  $b_i(\omega^*)$ , όπου  $\omega^*$  είναι το αποτέλεσμα του μηχανισμού.
3. Δώστε παράδειγμα όπου σε μια δημοπρασία ενός αντικειμένου που είναι βέλτιστη ως προς τα έσοδα μπορεί να κερδίζει το αντικείμενο ο υποψήφιος αγοραστής που δεν έχει τη μεγαλύτερη τιμή. **Υπόδειξη:** Θεωρήστε δύο υποψήφιους αγοραστές που επιλέγουν τις αποτιμήσεις τους τυχαία και ανεξάρτητα από διαφορετικές κατανομές  $F_1$  και  $F_2$ .
4. Θεωρήστε τον παρακάτω τρόπο πώλησης ενός αντικειμένου σε δύο υποψήφιους αγοραστές με τυχαίες και ανεξάρτητες αποτιμήσεις στο διάστημα  $[0, 1]$ . Πρώτα ο πωλητής προσεγγίζει τον πρώτο υποψήφιο αγοραστή και του προτείνει να αγοράσει το προϊόν στην τιμή  $p_1$ . Αν ο πρώτος αγοραστής δεχθεί, τότε παίρνει το προϊόν. Αλλιώς, ο πωλητής προσεγγίζει τον δεύτερο υποψήφιο αγοραστή και του προτείνει να αγοράσει το προϊόν στην τιμή  $p_1$ . Αν ο δεύτερος αγοραστής δεχθεί, τότε παίρνει το προϊόν. Υπολογίστε τις πρατεινόμενες τιμές  $p_1$  και  $p_2$  ώστε τα αναμενόμενα έσοδα να μεγιστοποιούνται.
5. Σχεδιάστε βέλτιστη ως προς τα έσοδα δημοπρασία με δύο αντικείμενα  $A$  και  $B$  και τρεις υποψήφιους αγοραστές με τις παρακάτω αποτιμήσεις:
  - Ο υποψήφιος αγοραστής 1 επιλέγει αποτίμηση ομοιόμορφα τυχαία από το διάστημα  $[0, 1]$  για το αντικείμενο  $A$  και έχει αποτίμηση 0 για το αντικείμενο  $B$  και για το ζευγάρι αντικειμένων  $\{A, B\}$ .
  - Ο υποψήφιος αγοραστής 2 επιλέγει αποτίμηση ομοιόμορφα τυχαία από το διάστημα  $[0, 1]$  για το αντικείμενο  $B$  και έχει αποτίμηση 0 για το αντικείμενο  $A$  και για το ζευγάρι αντικειμένων  $\{A, B\}$ .
  - Ο υποψήφιος αγοραστής 3 επιλέγει αποτίμηση ομοιόμορφα τυχαία από το διάστημα  $[0, 2]$  για το ζευγάρι αντικειμένων  $\{A, B\}$  και έχει αποτίμηση 0 για κάθε ένα από τα αντικείμενα μεμονωμένα.

**6.** Δείξτε ότι τα αναμενόμενα έσοδα μιας δημοπρασίας ενός αντικειμένου δεύτερης τιμής (χωρίς reserve price) με  $n$  υποψήφιους αγοραστές που έχουν την ίδια ομαλή κατανομή αποτιμήσεων  $F$  είναι τουλάχιστον  $1 - 1/n$  επί τα βέλτιστα αναμενόμενα έσοδα. **Υπόδειξη:** Χρησιμοποιήστε το Θεώρημα των Bulow & Klemperer αφού δείξετε προηγουμένως ότι τα βέλτιστα αναμενόμενα έσοδα με  $n - 1$  υποψήφιους αγοραστές είναι τουλάχιστον  $1 - 1/n$  φορές επί τα βέλτιστα αναμενόμενα έσοδα με  $n$  υποψήφιους αγοραστές.

**Διευκρινίσεις.** Απαντήστε στις μονές ή στις ζυγές ασκήσεις ανάλογα με το τελευταίο ψηφίο (μονό ή ζυγό) του ΑΜ σας.

**Προθεσμία παράδοσης.** Τρίτη 14 Μάη, 2019, 5.14μμ.