Αλγόριθμος Proof-Search∀∃ ($\phi_1 , \phi_2 \dots , \phi_n \mid\!- \ \psi$)

ψ είναι $\forall u \ \psi_1$:

Proof-Search($\phi_1 , \phi_2 \dots , \phi_n \mid\!- \ \psi_1[\, u0 \,/\, u \,]$ **)** u0 **νέα μεταβλητή**

If έδωσε 'ERROR'

then return 'ERROR'

else εφάρμοσε forall u - introduction

ϕ_k είναι $\exists u \ \phi$:

Proof-Search($\phi_1 ,\dots \phi_{k-1} , \phi[\, u0 \,/\, u \,] ,\dots \phi_n \mid\!- \ \psi$ **)** u0 **νέα μεταβλητή**

If έδωσε 'ERROR'

then return 'ERROR'

else εφάρμοσε thereis u - elimination

ϕ_k είναι $\forall u \ \phi$: Εφάρμοσε ***επαναληπτικά*** τον κανόνα forall u – elimination , για *κατάλληλα επιλεγμένες παραστάσεις*

L: Proof-Search($\phi_1 ,\dots \forall u \ \phi , \phi[\, t \,/\, u \,] ,\dots \phi_n \mid\!- \ \psi$ **)** για *κατάλληλα επιλεγμένη* t

If έδωσε 'ERROR'

then goto L

else εφάρμοσε forall u - elimination

ψ είναι $\exists u \ \psi_1$:

Proof-Search($\phi_1 , \phi_2 \dots , \phi_n , \forall u \ (\neg\psi_1) \ \mid\!- \ \perp$ **)**

If έδωσε 'ERROR'

then return 'ERROR'

else κατασκεύασε απόδειξη του $\phi_1 , \phi_2 \dots , \phi_n , \neg(\exists u \ \psi_1) \mid\!- \ \perp$
εφάρμοσε proof - by - contradiction

Ερώτημα 1 Να αποδειχτεί τυπικά ότι: $\neg(\exists u\ \psi) \vdash \forall u\ (\neg\psi)$

$\neg(\forall u\ \psi) \vdash \exists u\ (\neg\psi)$

$\vdash (\forall u\ \psi) \vee \exists u\ (\neg\psi)$

Ερώτημα 2 Να αποδειχτεί τυπικά ότι: $\exists u\ \psi \vdash \neg\forall u\ (\neg\psi)$

$\forall u\ \psi \vdash \neg\exists u\ (\neg\psi)$

<u>Ορθότητα των φυσικών αποδείξεων (natural deductions)</u>

Άν υπάρχει μία τυπική απόδειξη του $\phi_1 , \phi_2 \dots , \phi_n \vdash \psi$:

Θα αληθεύει η συνεπαγωγή $\phi_1 , \phi_2 \dots , \phi_n \models \psi$.

<u>Πληρότητα των φυσικών αποδείξεων (natural deductions)</u>

Άν αληθεύει η συνεπαγωγή $\phi_1 , \phi_2 \dots , \phi_n \models \psi$:

Θα υπάρχει μία τυπική απόδειξη του $\phi_1 , \phi_2 \dots , \phi_n \vdash \psi$.

Πληρότητα του αλγορίθμου **Proof-Search∀∃**

Άν αληθεύει η συνεπαγωγή $\phi_1 , \phi_2 \dots , \phi_n \models \psi$:

Θα βρεθεί μία τυπική απόδειξη του $\phi_1 , \phi_2 \dots , \phi_n \vdash \psi$.