

Μαθηματικά Ι - Εξέταση Σεπτέμβριος 2021 (CEID101)



Ασκήσεις

Προεπισκόπηση



Διαγώνισμα Μαθηματικά Ι - 16/IX/2021

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Ερώτηση: 1 Για κάθε φυσικό αριθμό k υπάρχει r_k στο διάστημα $(0, 1)$ ώστε

$$\ln(k+1) = \ln k + \frac{1}{k+r_k}.$$

Απάντηση**Σχόλιο**

Σωστό (Βαθμολογία: 2.00)



Λάθος (Βαθμολογία: -1.00)

Βαθμολογία ερώτησης: 2**Ερώτηση: 2** Έστω ότι η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα $[a, b]$. Αν $a \leq x_1 < x_2 \leq b$, τότε**Απάντηση****Σχόλιο**

<input checked="" type="checkbox"/>	υπάρχει x^* στο $[a, b]$ ώστε $f(x^*) = \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}.$ (Βαθμολογία: 3.00)	
<input type="checkbox"/>	υπάρχει x^* στο $[a, b]$ ώστε $f(x^*) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}.$ (Βαθμολογία: -1.00)	
<input checked="" type="checkbox"/>	αν η f είναι γνησίως φθίνουσα, τότε υπάρχει x^* μεταξύ x_1 και x_2 ώστε $f(x^*) = \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}.$ (Βαθμολογία: 3.00)	
<input type="checkbox"/>	υπάρχει x^* στο $[a, b]$ ώστε $f'(x^*) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}.$ (Βαθμολογία: -1.00)	
		Βαθμολογία ερώτησης: 6

Ερώτηση: 3 

Να βρεθούν οι τιμές των παραμέτρων a και b ώστε η ευθεία $y = ax - 2$ είναι εφαπτομένη της $f(x) = bx^3 - 1$ στο $x = 1$.

Απάντηση	Σχόλιο
<input type="checkbox"/> $a = 2$ και $b = 1$. (Βαθμολογία: -0.50)	
<input type="checkbox"/> $a = 1/2$ και $b = 3/2$. (Βαθμολογία: -0.50)	

<input checked="" type="checkbox"/>	$a = 3/2$ και $b = 1/2$. (Βαθμολογία: 3.00)	
<input type="checkbox"/>	$a = 3$ και $b = 2/3$. (Βαθμολογία: -0.50)	
		Βαθμολογία ερώτησης: 3

Ερώτηση: 4 

Για ποιες τιμές των παραμέτρων a και b το πολυώνυμο $p(x) = 1 + a(x - 1) + b(x - 1)^2$ είναι πολυώνυμο Taylor για την

$$f(x) = \sqrt[5]{x}$$

γύρω από το $x = 1$;

Απάντηση		Σχόλιο
<input type="checkbox"/>	$a = 1/5$ και $b = -4/25$. (Βαθμολογία: -0.50)	
<input type="checkbox"/>	$a = -1/5$ και $b = 4/25$. (Βαθμολογία: -0.50)	
<input type="checkbox"/>	$a = -1/5$ και $b = 2/25$ (Βαθμολογία: -0.50)	
<input checked="" type="checkbox"/>	$a = 1/5$ και $b = -2/25$ (Βαθμολογία: 3.00)	
		Βαθμολογία ερώτησης: 3

Ερώτηση: 5 

Δίνεται το ολοκλήρωμα

$$I = \int_a^b \tan x \, dx,$$

με $a < b$.

Απάντηση		Σχόλιο
<input type="checkbox"/>	Αν $a = -\pi/2$ και $b = \pi/2$, τότε $I = 0$ αφού η \tan είναι περιττή συνάρτηση σ' αυτό το διάστημα. (Βαθμολογία: -1.00)	
<input checked="" type="checkbox"/>	Αν το ολοκλήρωμα υπάρχει, τότε αναγκαστικά $b - a < \pi$. (Βαθμολογία: 2.00)	
<input type="checkbox"/>	Αν $a = \pi/2 - \pi/3$ και $b = \pi/2 + \pi/3$, τότε το ολοκλήρωμα υπάρχει. (Βαθμολογία: -1.00)	
<input checked="" type="checkbox"/>	Αν το ολοκλήρωμα υπάρχει, τότε $I = (b - a) \tan \xi$ για κάποιο $\xi \in (a, b)$. (Βαθμολογία: 2.00)	
Βαθμολογία ερώτησης: 4		

Ερώτηση: 6 

Για $r \geq 1$ και $s \geq 1$ θεωρούμε τη συνάρτηση

$$f(x) = (x - 2)^r (4 - x)^s, \quad 2 \leq x \leq 4.$$

Τότε

Απάντηση		Σχόλιο
<input checked="" type="checkbox"/>	Η f έχει τοπικό μέγιστο στο $x = 3$ αν και μόνο αν $r = s$. (Βαθμολογία: 2.00)	

<input type="checkbox"/>	Η f έχει τοπικό ελάχιστο στο $x = 2$. (Βαθμολογία: -0.50)	
<input checked="" type="checkbox"/>	$\min f(x) = 0$ $\max f(x) = \frac{2^{r+s} r^r s^s}{(r+s)^{r+s}}$. (Βαθμολογία: 2.00)	
<input type="checkbox"/>	$\min f(x) = 0$ $\max f(x) = \frac{r^r s^s}{(r+s)^{r+s}}$. (Βαθμολογία: -0.50)	
Βαθμολογία ερώτησης: 4		

Ερώτηση: 7 

Δίνεται ο μιγαδικός αριθμός $z = (1 + \sqrt{3}i)^m$, όπου m είναι φυσικός αριθμός.

Απάντηση	Σχόλιο
<input checked="" type="checkbox"/> Ισχύει $\operatorname{Re} z \neq 0$ για κάθε φυσικό αριθμό m . (Βαθμολογία: 2.00)	
<input type="checkbox"/> Ισχύει $\operatorname{Im} z \neq 0$ για κάθε φυσικό αριθμό m . (Βαθμολογία: -0.50)	
<input checked="" type="checkbox"/> $ z = 2^m$. (Βαθμολογία: 2.00)	
<input type="checkbox"/> Για κάθε φυσικό αριθμό m ισχύει $z \neq \bar{z}$. (Βαθμολογία: -0.50)	
<input checked="" type="checkbox"/> Αν $m = 6k - 1$ για κάποιο φυσικό αριθμό k , τότε το πρωτεύον όρισμα του z είναι $\operatorname{Arg} z = \frac{5\pi}{3}$. (Βαθμολογία: 2.00)	
Βαθμολογία ερώτησης: 6	

Ερώτηση: 8 

Αν

$$I = \int_1^2 \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} dx,$$

Απάντηση		Σχόλιο
<input type="checkbox"/>	Το ολοκλήρωμα δεν ορίζεται γιατί στο $x = 1$ η υπό ολοκλήρωση συνάρτηση δεν ορίζεται. (Βαθμολογία: -1.00)	
<input checked="" type="checkbox"/>	$I = \sqrt{3}$. (Βαθμολογία: 2.00)	
<input type="checkbox"/>	$I = \frac{1}{\sqrt{3}}$. (Βαθμολογία: -1.00)	
<input checked="" type="checkbox"/>	Το ολοκλήρωμα προκύπτει ως όριο ολοκληρωμάτων Riemann. (Βαθμολογία: 2.00)	
Βαθμολογία ερώτησης: 4		

Ερώτηση: 9 Αν $k > 0$, τότε

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^{2-kn} =$$

Απάντηση		Σχόλιο
<input type="checkbox"/>	e^{2k} (Βαθμολογία: -0.50)	

<input type="checkbox"/>	$e^{3/k}$ (Βαθμολογία: -0.50)	
<input type="checkbox"/>	$e^{-k/2}$ (Βαθμολογία: -0.50)	
<input checked="" type="checkbox"/>	$e^{-k/3}$ (Βαθμολογία: 3.00)	
Βαθμολογία ερώτησης: 3		

Ερώτηση: 10 

Το όριο

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(n+2)}{\ln(n+1)^2}$$

Απάντηση		Σχόλιο
<input type="checkbox"/>	είναι ίσο με 0. (Βαθμολογία: -0.50)	
<input type="checkbox"/>	είναι ίσο με 1. (Βαθμολογία: -0.50)	
<input checked="" type="checkbox"/>	είναι ίσο με 1/2. (Βαθμολογία: 3.00)	
<input type="checkbox"/>	δεν υπάρχει. (Βαθμολογία: -0.50)	
Βαθμολογία ερώτησης: 3		

Συνολική βαθμολογία άσκησης: 38.00