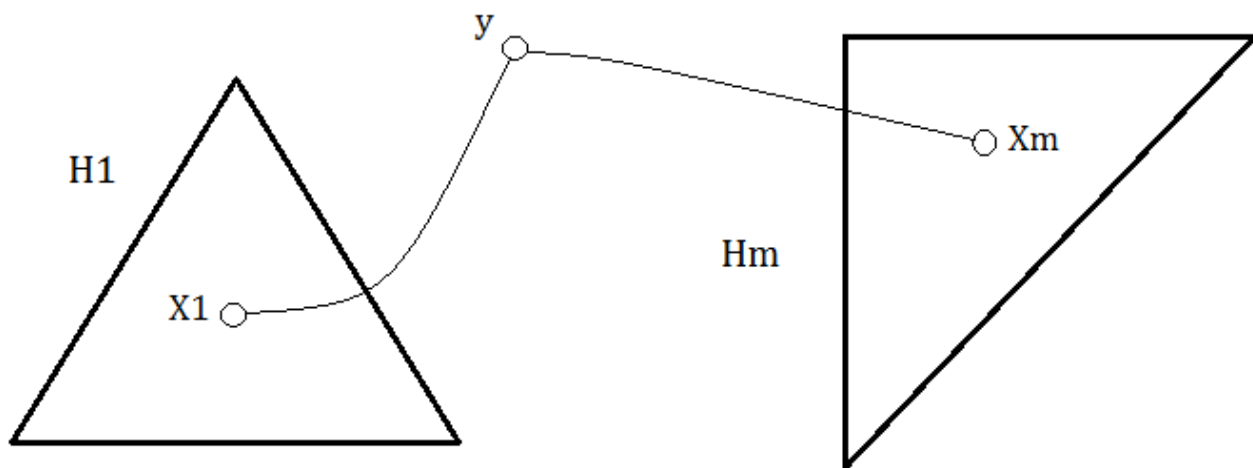


Γενική μορφή δέντρου $T = (V, E)$

Όταν $|V| = 1$: $u \circ$ το δέντρο δεν έχει ακμές

Όταν $|V| > 1$:



$H_1 \dots H_m$ ξένα μεταξύ τους δέντρα, $m \geq 1$

$\{y, x_k\}$ μοναδική ακμή που συνδέει τα y, H_k

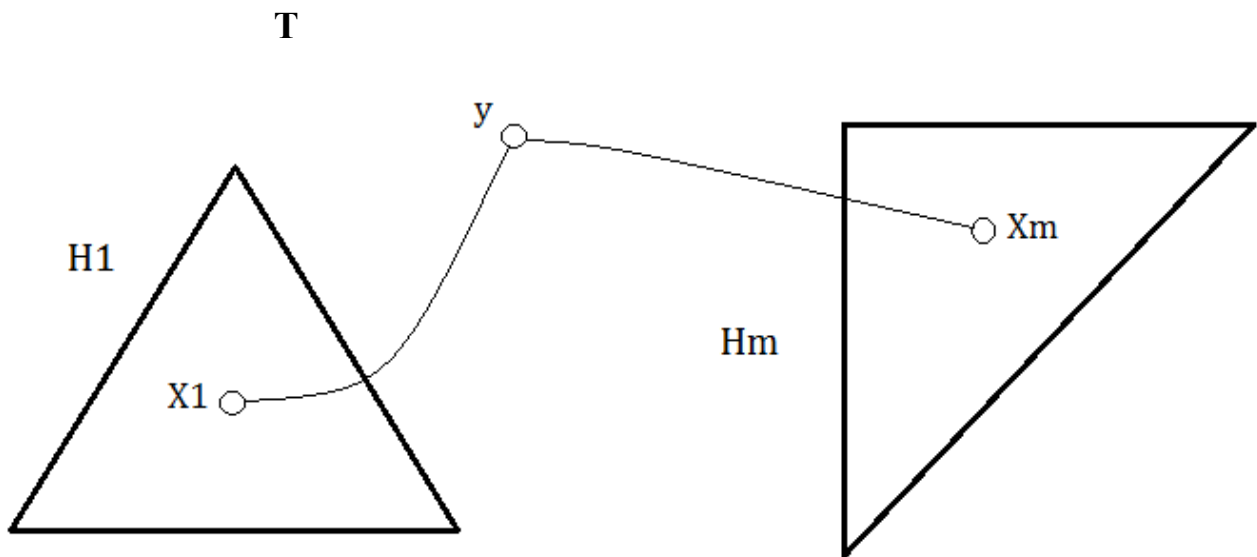
Αναδρομικός υπολογισμός συναρτήσεων με όρισμα δέντρο

- 1) Για κάθε δέντρο $T = (V, E)$ και κάθε κορυφή y του T ,
η συνάρτηση $\mu(T, y)$ υπολογίζει το μέγιστο μήκος
των μονοπατιών του T που έχουν άκρο την y .

$\mu(T, y)$

Όταν $V = \{y\}$: $\mu(T, y) = 0$ % το δέντρο T δεν έχει ακμές

Όταν $|V| > 1$:



Υπολογίζονται τα υπογραφήματα $H_1 \dots H_m$ και οι κορυφές $X_1 \dots X_m$.

$H_1 \dots H_m$ ξένα μεταξύ τους δέντρα,

$\{y, X_k\}$ η μοναδική ακμή του T που συνδέει τα y, H_k

Για $j = 1, \dots, m$, όπου $H_j = (V_j, E_j)$:

Υπολογίζεται, με την αναδρομική κλήση $\mu(H_j, X_j)$,

το μέγιστο μήκος των μονοπατιών του H_j που έχουν άκρο την X_j .

$\mu(T, y) \leftarrow \text{maximum} \{ 1 + \mu(H_j, X_j) \}$

Επιβεβαίωση ορθότητας της αναδρομής (1) :

Δήλωση ορθότητας της αναδρομής (1) , για τον ακέραιο $n \geq 1$:

$D(n) = \{$ για κάθε δέντρο $T = (V, E)$ με $|V| \leq n$ κορυφές
και κάθε κορυφή y του T :
 $\mu(T, y)$ είναι το μέγιστο μήκος
των μονοπατιών του T που έχουν άκρο την y }

Αποδεικνύουμε με μαθηματική επαγωγή ότι:

Για κάθε $n \geq 1$, $D(n)$.

Αρχική περίπτωση:

Ελέγχουμε ότι αληθεύει ότι $D(1)$

Επαγωγικό βήμα:

Υποθέτουμε ότι για κάποιο τυχαίο $K \geq 1$: αληθεύει ότι $D(K)$

Ελέγχουμε ότι για το παραπάνω K : αληθεύει ότι $D(K+1)$

$D(K+1) = \{$ για κάθε δέντρο $T = (V, E)$ με $|V| \leq K+1$ κορυφές
και κάθε κορυφή y του T :
 $\mu(T, y)$ είναι το μέγιστο μήκος
των μονοπατιών του T που έχουν άκρο την y }

Έστω: $T = (V, E)$ τυχαίο δέντρο με $|V| = K+1$ κορυφές,
 y τυχαία κορυφή του T .

Για $j = 1, \dots, m$:

$\mu(H_j, X_j)$ είναι το μέγιστο μήκος
των μονοπατιών του H_j που έχουν άκρο την X_j
% από υπόθεση για K

$\mu(T, y) = \text{maximum } \{ 1 + \mu(H_j, X_j) \}$ % από ορισμό της μ
= το μέγιστο μήκος
των μονοπατιών του T που έχουν άκρο την y

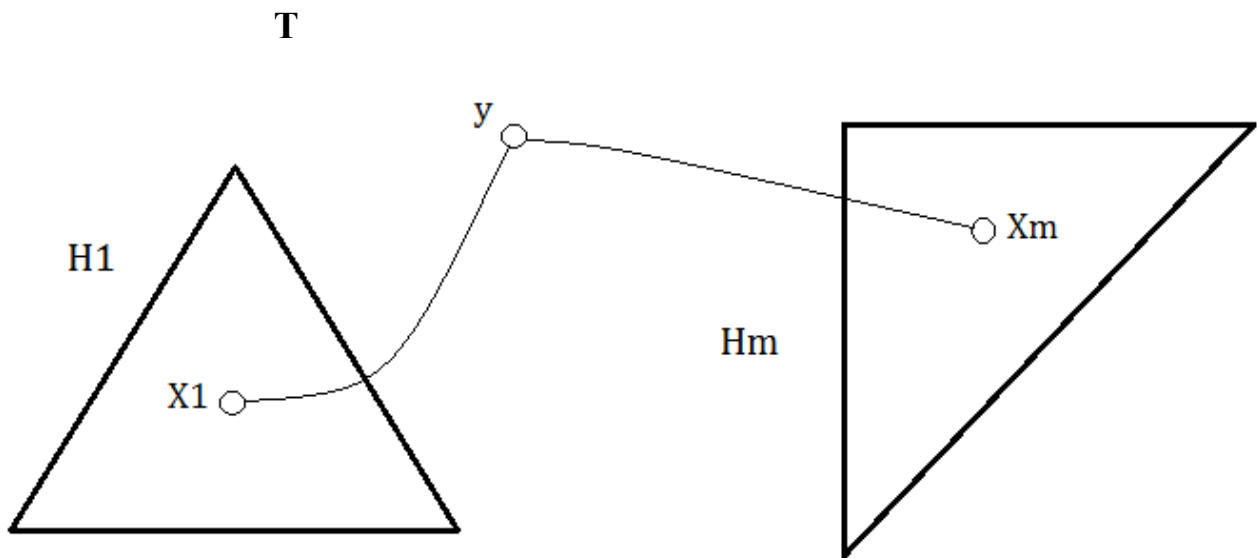
2) Για κάθε δέντρο $T = (V, E)$ και κάθε κορυφή y του T , η συνάρτηση $\mu(T, y)$ υπολογίζει το μέγιστο μήκος των μονοπατιών του T που έχουν άκρο την y .

$\mu(T, y)$

Όταν $V = \{y\}$: $\mu(T, y) = 0$

% το δέντρο T δεν έχει ακμές

Όταν $|V| > 1$:



Υπολογίζονται τα υπογραφήματα $H_1 \dots H_m$ και οι κορυφές $X_1 \dots X_m$.

$H_1 \dots H_m$ ξένα μεταξύ τους δέντρα,

$\{y, X_k\}$ η μοναδική ακμή του T που συνδέει τα y, H_k

Για $j = 1, \dots, m$, όπου $H_j = (V_j, E_j)$:

Υπολογίζεται, με την αναδρομική κλήση $\mu(H_j, X_j)$,

το μέγιστο μήκος των μονοπατιών του H_j που έχουν άκρο την X_j .

$\mu(T, y) \leftarrow \text{maximum} \{ 1 + \mu(H_j, X_j) \}$

Επιβεβαίωση ορθότητας της αναδρομής (2) .

Δήλωση ορθότητας της αναδρομής (2) ,

για το δέντρο T και την κορυφή y του T :

$D(T, y) = \{ \mu(T, y) \}$ είναι το μέγιστο μήκος
των μονοπατιών του T που έχουν άκρο την y }

Αποδεικνύουμε με συνοπτική μαθηματική επαγωγή ότι:

Για κάθε T, y , αληθεύει ότι $D(T, y)$.

Αρχική περίπτωση:

Ελέγχουμε ότι αληθεύει ότι $D(T, y)$ όταν το T έχει μόνο μία κορυφή.

Επαγωγικό βήμα:

Υποθέτουμε ότι για κάποια τυχαία μη-κατευθυνόμενα γραφήματα
 $H_j = (V_j, Z_j)$, $j = 1, \dots, m$, ξένα μεταξύ τους, όπου:
κάθε H_j είναι δέντρο με κορυφή X_j :
αληθεύει ότι $D(H_j, X_j)$.

Ελέγχουμε ότι για το μη-κατευθυνόμενο γράφημα
 $T = H_1 \cup \dots \cup H_m \cup \{ (y, X_j) \mid j = 1, \dots, m \}$:
αληθεύει ότι $D(T, y)$.

ΕΡΩΤΗΜΑ 5 Γράψτε μία συνάρτηση $m(T)$ που να υπολογίζει με αναδρομή,
για κάθε δεδομένο δέντρο T , το μέγιστο μήκος των μονοπατιών του T .