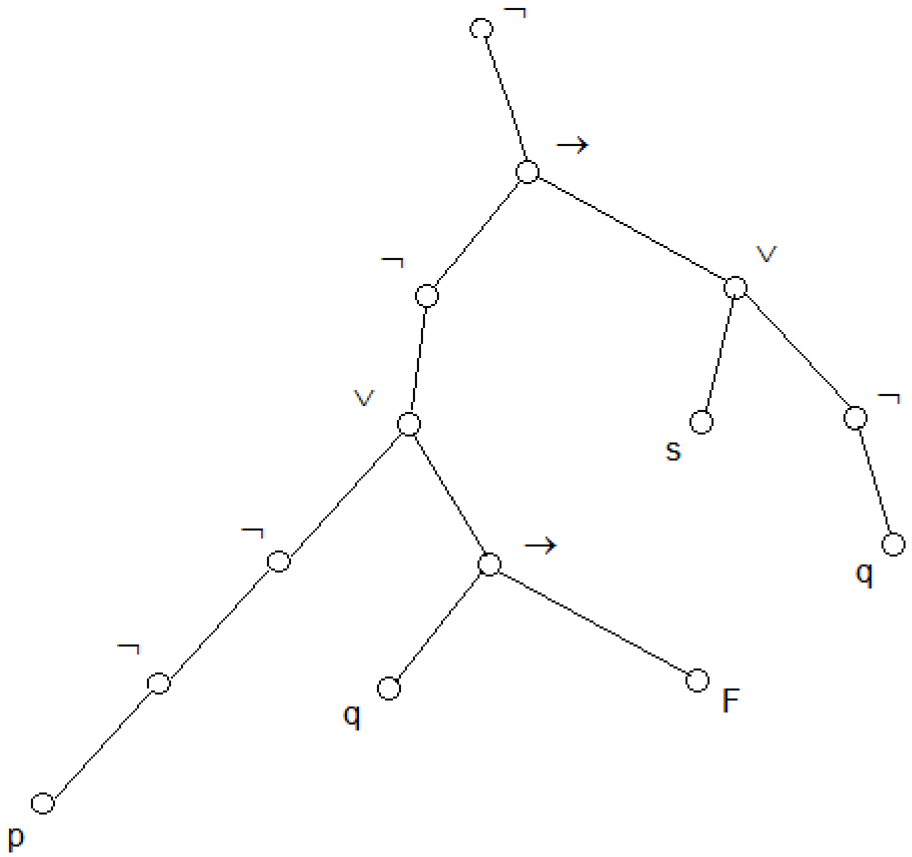

Εναλλακτικός επαγωγικός ορισμός των προτασιακών τύπων

(0) Every propositional atom $p, q, r, \ldots$
is a well-formed formula.
The characters T, F are well-formed formulas.

Every literal $\neg p, \neg q, \neg r, \ldots$
is a well-formed formula.
The literals $\neg$T, $\neg$F are well-formed formulas.

(1) $\neg\neg$ If φ is a well-formed formula, then so is $(\neg\neg\varphi)$.

(2) α If φ and ψ are well-formed formulas,
then so are $(\varphi \wedge \psi)$, $\neg(\varphi \vee \psi)$.

(3) β If φ and ψ are well-formed formulas,
then so are $(\varphi \vee \psi)$, $\neg(\varphi \wedge \psi)$.

If φ and ψ are well-formed formulas,
then so are $(\varphi \to \psi)$, $\neg(\varphi \to \psi)$.

Alternative recursive computation of a function on well-formed formulas

Έστω U κάποιο πεδίο τιμών (αριθμοί, σύνολα, τύποι ...)

Δίνεται *ο **ορισμός*** μίας συνάρτησης **H** με ορίσματα προτασιακούς τύπους (από το σύνολο WFF) , και τιμές στο σύνολο U .

Για να γράψουμε μία *<u>αναδρομική διαδικασία</u>* που να υπολογίζει, για οποιονδήποτε προτασιακό τύπο φ , την τιμή **H**(φ) της συνάρτησης, εργαζόμαστε ως εξής:

α) Ορίζουμε συναρτήσεις ***g0** , **g1** , **g2** και **g¬2** , **g3** και **g¬3*** ,
με ορίσματα προτασιακούς τύπους από το σύνολο WFF και τιμές στο σύνολο U ,
ώστε να ισχύουν τα παρακάτω:

P0 Άν ο τύπος φ είναι στην ***περίπτωση (0)*** : $H(\phi) = \boldsymbol{g0}(\phi)$

P1 Για κάθε τύπο φ : $H(\neg\neg\phi) = \boldsymbol{g1}(H(\phi))$

P2 Για οποιουσδήποτε τύπους φ1 , φ2 :

$$H(\phi 1 \wedge \phi 2) = \boldsymbol{g2} (H(\phi 1) , H(\phi 2) , H(\neg\phi 1) , H(\neg\phi 2))$$

$$H(\neg(\phi 1 \vee \phi 2)) = \boldsymbol{g\neg 2} (H(\phi 1) , H(\phi 2) , H(\neg\phi 1) , H(\neg\phi 2))$$

P3 Για οποιουσδήποτε τύπους φ1 , φ2 :

$$H(\phi 1 \vee \phi 2) = \boldsymbol{g3} (H(\phi 1) , H(\phi 2) , H(\neg\phi 1) , H(\neg\phi 2))$$

$$H(\neg(\phi 1 \wedge \phi 2)) = \boldsymbol{g\neg 3} (H(\phi 1) , H(\phi 2) , H(\neg\phi 1) , H(\neg\phi 2))$$

β) Υπολογίζουμε μια συνάρτηση ***G***(φ) *με **εναλλακτική** αναδρομή*
στην δομή του τύπου φ .

γ) Με ***εναλλακτική*** *επαγωγή στην δομή* του τύπου φ προκύπτει:

Θεώρημα Άν ισχύουν οι ιδιότητες (P0) – (P3) : ο εναλλακτικός αναδρομικός υπολογισμός (β) *τερματίζει με το σωστό αποτέλεσμα*: για κάθε τύπο φ του συνόλου WFF , ***G***(φ) = **H**(φ) .

Παραδείγματα

Σε καθεμία περίπτωση, να ορίσετε τις συναρτήσεις $g0 - g4$ και να ελέγξετε ότι ισχύουν οι ιδιότητες (P0) – (P4) .

i) H(φ) = ο αριθμος εμφανισεων του προτασιακού γράμματος p στον τυπο φ

ii) H(φ) = ο αριθμος εμφανισεων του συνδετικού $\vee$ στον τυπο φ

iii) $H_{υ}$(φ) = η τιμή αλήθειας του τύπου φ στην (δεδομένη) τιμοδοσία υ :

Ερωτήματα

Σε καθεμία περίπτωση, να ορίσετε μια συνάρτηση *G*(φ) , με αναδρομή στην δομή του τύπου φ , ώστε *G*(φ) = H(φ) .

α) H(φ) = ο αριθμος εμφανισεων προτασιακών γραμμάτων εκτός του p στον τυπο φ

β) H(φ) = ο αριθμος εμφανισεων του συνδετικού $\neg$ στον τυπο φ

γ) H(φ) = μία *συζευκτική* μορφή του τύπου φ

δ) H(φ) = μία *διαζευκτική* μορφή του τύπου φ