

Γενικοί ορισμοί

Έστω θ μία φόρμουλα.

1) P_X : οι παράλληλες καταστάσεις κατά τον παίκτη X , για τα δεδομένα.

P_X είναι ένα μοντέλο Kripke, με όλες τις καταστάσεις που ο X δεν διακρίνει από την πραγματική.

Ο παίκτης X **γνωρίζει** ότι αληθεύει θ , όταν $P_X \models \theta$,

Ο παίκτης X **δεν γνωρίζει** ότι αληθεύει θ , όταν $P_X \not\models \theta$,

2) $P_X(Y)$: οι παράλληλες καταστάσεις κατά τον παίκτη X ,

για την άποψη του Y για τα δεδομένα.

$P_X(Y)$ είναι ένα μοντέλο Kripke, με όλες τις καταστάσεις που ο X δεν διακρίνει από τις καταστάσεις του P_Y .

Ο παίκτης X **γνωρίζει** ότι ο Y γνωρίζει / δεν γνωρίζει ότι αληθεύει θ , όταν

$P_X(Y) \models (K_Y \theta)$ / $P_X(Y) \models \neg (K_Y \theta)$,

Ο παίκτης X **δεν γνωρίζει** ότι ο Y γνωρίζει / δεν γνωρίζει ότι αληθεύει θ , όταν

$P_X(Y) \not\models (K_Y \theta)$ / $P_X(Y) \not\models \neg (K_Y \theta)$,

Παρατήρηση 1 $M \models \phi$ άν και μόνο άν $M \models (K_X \phi)$.

$M \models \phi$ άν και μόνο άν $M \models (K_X \phi)$.

Ερώτημα 1 Αποδείξτε ότι: $P_X \not\models \theta$ άν και μόνο άν $P_X \models \neg (K_X \theta)$.

Είναι σωστό ότι, για κάθε μοντέλο Kripke M , $M \not\models \theta$ άν και μόνο άν $M \models \neg (K_X \theta)$;

Ερώτημα 2 Έστω ότι ο παίκτης X γνωρίζει, ότι ο παίκτης Y γνωρίζει ότι αληθεύει θ .

Είναι σωστό ότι $P_Y \models \theta$;

Έστω ότι ο παίκτης X γνωρίζει, ότι ο παίκτης Y δεν γνωρίζει ότι αληθεύει θ .

Είναι σωστό ότι $P_Y \not\models \theta$;

Ερώτημα 3 Έστω ότι ο παίκτης Y γνωρίζει ότι αληθεύει θ .

Είναι σωστό ότι ο X θα γνωρίζει, ότι ο παίκτης Y γνωρίζει ότι αληθεύει θ ;

Είναι σωστό ότι ο Y θα γνωρίζει, ότι ο Y γνωρίζει ότι αληθεύει θ ;

Η γνώση των παικτών όταν A, B, C white: παράλληλες καταστάσεις

P_A : Παράλληλες καταστάσεις κατά τον A, για τα δεδομένα

s1 A:w - B:w - C:w

s2 A:b - B:w - C:w

$P_A \models \text{AisWh}$

$P_A \not\models \neg\text{AisWh}$

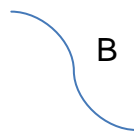
$P_A \models$ ' υπάρχουν δύο λευκοί '

Ο παίκτης A δεν γνωρίζει το χρώμα του.

Ο A γνωρίζει ότι 'υπάρχουν δύο λευκοί '

$P_A(B)$: Παράλληλες καταστάσεις κατά τον A, για την άποψη του B για τα δεδομένα

s1 A:w - B:w - C:w



s3 A:w - B:b - C:w

$P_{A=WHITE}(B)$

s2 A:b - B:w - C:w



s5 A:b - B:b - C:w

$P_{A=BLACK}(B)$

$P_A(B) \models \neg(K_B \text{ BisWh})$

$P_A(B) \models \neg(K_B \neg\text{BisWh})$

Ο παίκτης A γνωρίζει ότι ο B δεν γνωρίζει το χρώμα του

$P_{A=WHITE}(B) \models$ ' υπάρχουν δύο λευκοί '

Όταν ο A είναι λευκός, ο παίκτης B γνωρίζει ότι ' υπάρχουν δύο λευκοί '

$P_{A=BLACK}(B) \not\models$ ' υπάρχουν δύο λευκοί '

Όταν ο A είναι μαύρος, ο παίκτης B δεν γνωρίζει ότι ' υπάρχουν δύο λευκοί '

$P_A(B) \not\models (K_B \text{ ' υπάρχουν δύο λευκοί '})$

Ο παίκτης A δεν γνωρίζει ότι ο B γνωρίζει ότι ' υπάρχουν δύο λευκοί '

Μετά την πρώτη δημόσια ανακοίνωση ότι ο C δεν γνωρίζει το χρώμα του:

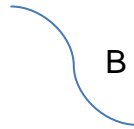
s5 **να διαγραφεί από το** $P_A(B)$

Ο A αντιλαμβάνεται ότι στην περίπτωση που είναι μαύρος:

ο B *τώρα* ξέρει ότι ο C δεν βλέπει δύο μαύρους (οι A, B δεν είναι και οι δύο μαύροι).

νέο $P_A(B)$:

s1 A:w - B:w - C:w



$P_{A=WHITE}(B)$

s3 A:w - B:b - C:w

$P_{A=BLACK}(B)$

s2 A:b - B:w - C:w

νέο $P_A(B) \models (\neg A_{isWh}) \rightarrow (K_B B_{isWh})$

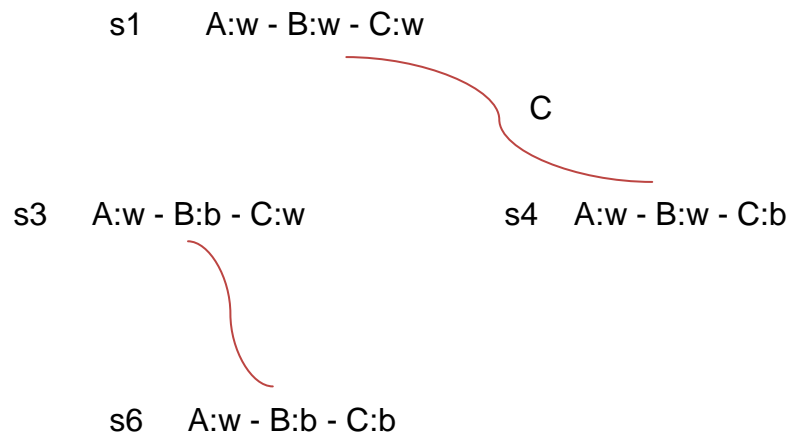
Ο παίκτης A *τώρα* γνωρίζει ότι:

άν ο A είναι μαύρος, ο B *τώρα* γνωρίζει ότι είναι λευκός.

Ερώτημα 4 Εξετάστε αν αληθεύει, σύμφωνα με το μοντέλο νέο $P_A(B)$, ότι ο παίκτης A γνωρίζει ότι: ο B γνωρίζει ότι 'υπάρχουν δύο λευκοί'.

Ερώτημα 5 Πώς θα αλλάξει το μοντέλο $P_A(B)$ μετά την δεύτερη ανακοίνωση;

$P_B(C)$: Παράλληλες καταστάσεις κατά τον B, για την άποψη του C για τα δεδομένα

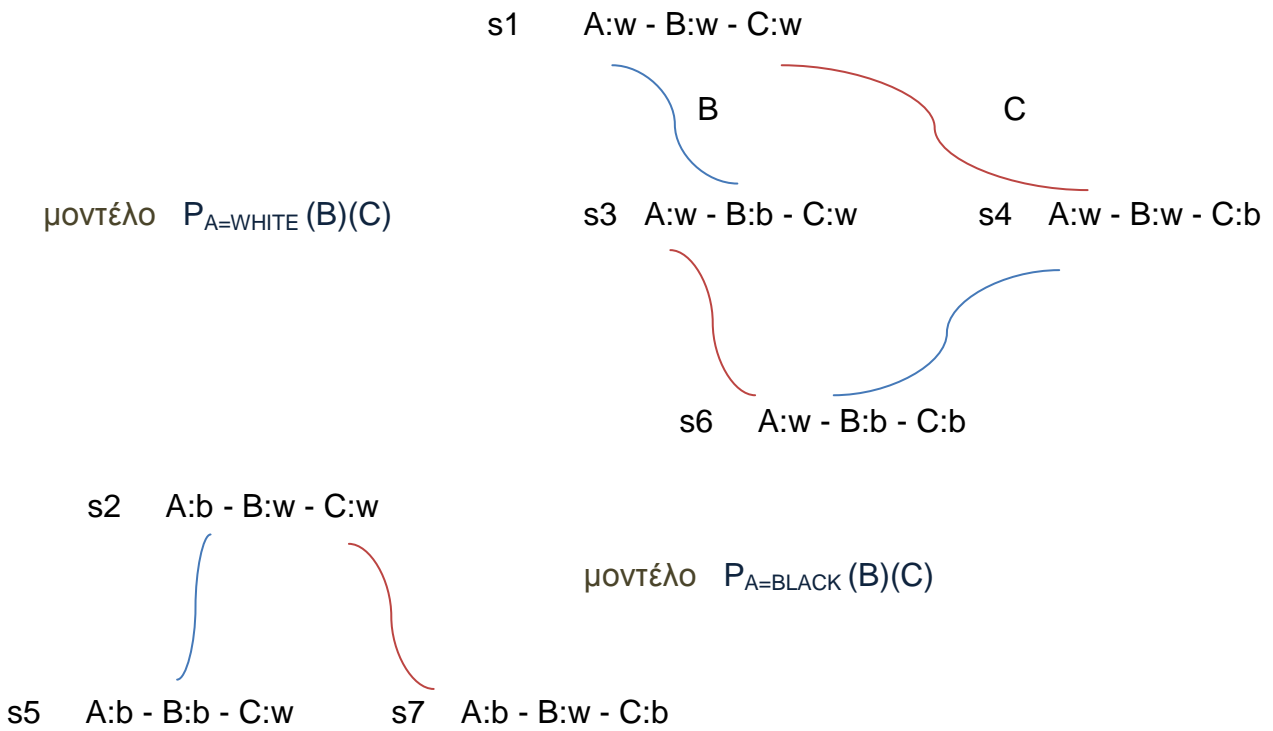


$P_B(C) \models \neg (K_C \text{ CisWh})$

$P_B(C) \models \neg (K_C \neg \text{CisWh})$

Ο παίκτης B γνωρίζει ότι ο C δεν γνωρίζει το χρώμα του

$P_A(B)(C)$: Παράλληλες καταστάσεις κατά τον A,
για την γνώση του B για την άποψη του C για τα δεδομένα



$$P_{A=WHITE}(B)(C) \models \neg (K_C \text{ CisWh}) \wedge \neg (K_C \neg \text{CisWh})$$

Ο παίκτης B γνωρίζει ότι ο C δεν γνωρίζει το χρώμα του

$$P_{A=BLACK}(B)(C), s5 \not\models \neg K_C \text{ CisWh}$$

Ο παίκτης B δεν γνωρίζει ότι ο C δεν γνωρίζει το χρώμα του

Ο παίκτης A δεν γνωρίζει ότι ο B γνωρίζει ότι ο C δεν γνωρίζει το χρώμα του

Παρατήρηση 2 $P_A(C)(B) = P_A(B)(C)$

Μετά την πρώτη δημόσια ανακοίνωση ότι ο C δεν γνωρίζει το χρώμα του:

s5 **να διαγραφεί από το** $P_{A=BLACK}(B)(C)$

Ο A αντιλαμβάνεται ότι στην περίπτωση που είναι μαύρος:

ο B **τώρα** ξέρει ότι ο C δεν βλέπει δύο μαύρους.

Μετά την πρώτη δημόσια ανακοίνωση ότι ο A δεν γνωρίζει το χρώμα του:

s6 **να διαγραφεί από το** $P_{A=WHITE}(B)(C)$

Ο A αντιλαμβάνεται ότι στην περίπτωση που είναι λευκός:

ο B **τώρα** ξέρει ότι, αν είναι μαύρος, ο C **τώρα** ξέρει ότι δεν είναι μαύρος.

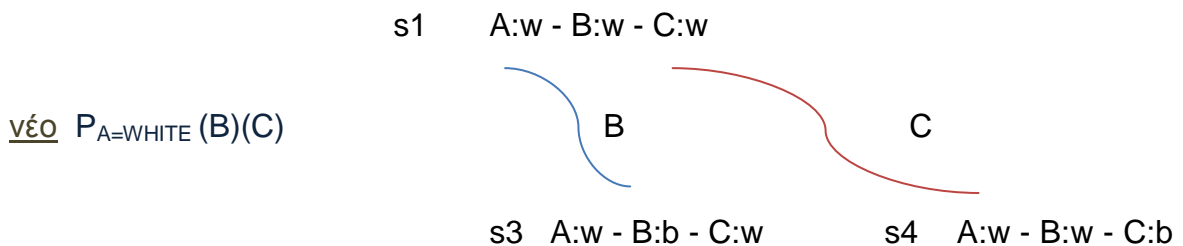
Μετά την πρώτη δημόσια ανακοίνωση ότι ο B δεν γνωρίζει το χρώμα του:

s7 **να διαγραφεί από το** $P_{A=BLACK}(B)(C)$

Ο A αντιλαμβάνεται ότι στην περίπτωση που είναι μαύρος:

ο B **τώρα** ξέρει ότι ο C **τώρα** ξέρει ότι δεν είναι μαύρος.

νέο $P_A(B)(C)$:



νέο $P_{A=BLACK}(B)(C)$

s2 A:b - B:w - C:w

Ερώτημα 6 Εξετάστε αν αληθεύει, σύμφωνα με το μοντέλο νέο $P_A(B)(C)$, ότι ο παίκτης A γνωρίζει ότι: ο B γνωρίζει ότι ο C δεν γνωρίζει το χρώμα του.

Ερώτημα 7 Πώς θα αλλάξει το μοντέλο νέο $P_A(B)(C)$ μετά την δεύτερη ανακοίνωση;

Παρατήρηση 3

Ο παίκτης A βλέπει ότι οι παίκτες B, C έχουν το ίδιο χρώμα: οπότε ο A περιμένει ότι η εναλλαγή των B, C θα εναλλάσσει τα μοντέλα $P_A(B)(C)$, $P_A(C)(B)$.

Ερώτημα 8 Κατασκευάστε τα μοντέλα $P_A(C)(B)$ και νέο $P_A(C)(B)$.