# Σημασιολογία και Ορθότητα Προγραμμάτων
# 2017 - 2018

**$2^η$ Ομάδα Ασκήσεων 25 / 6 / 2018**

**Οι 2 Ομάδες Ασκήσεων να παραδοθούν μέχρι: Δευτέρα 16 Ιουλίου, 2μμ**

*Οι παραπομπές στο βιβλίο του* Fitting *αφορούν στην* δεύτερη έκδοση (1996)

**1** Έστω Σ ένα σύνολο τύπων πρώτης τάξης, στο λεξιλόγιο $L^{par}$ .

Αποδείξτε ότι η ιδιότητα « το Σ είναι ικανοποιήσιμο » , είναι ιδιότητα συνέπειας πρώτης τάξης ως προς το λεξιλόγιο L. **1 Μονάδα**

**2** Έστω Σ το σύνολο τύπων $\{ f(g(x)) = g(f(x)) ,\ h(f(g(x))) = x \}$ .

**a** Αποδείξτε ότι $\Sigma \models x = h(g(f(x)))$ .

**b** Αποδείξτε ότι $(\forall x\ f(g(x)) = g(f(x) ) \models f(f(g(x))) = g(f(f(x)))$ .

**1½ Μονάδα**

**c** Βρείτε ένα αντιπαράδειγμα για την (υποτιθέμενη) συνεπαγωγή

$\Sigma \cup \{ R( h(g(f(x))) , f(f(g(x))) ) \} \models R( x , g(f(f(x))) )$ . **1 Μονάδα**

**3** Βρείτε κλειστά free-variable tableaux που να δείχνουν ότι:

**a** Ο τύπος $\forall w\ \exists x\ \forall y\ ( R(w , c) \wedge \neg R(x , y) )$ , δεν είναι ικανοποιήσιμος.

**b** Ισχύει η συνεπαγωγή $\forall v ( P(v) \vee \exists u\ Q(u, v)) \models \exists u ( P(c) \vee Q(u, c) )$ .

Να χρησιμοποιούνται μόνο οι: Tableau Expansion Rules (*Fitting,* Table 3.1, Table 6.1) , Free-Variable Tableau Expansion Rules (*Fitting,* Table 7.1) . **2 Μονάδες**

**4** Βρείτε ένα κλειστό free-variable tableau που να δείχνει ότι ισχύει η συνεπαγωγή

$\forall x\ \exists y ( f(y) = x ) ,\ \forall y\ \exists z ( g(z) = y) ) \models \forall x\ \exists z ( f(g(z)) = x )$ .

Να χρησιμοποιούνται οι: Tableau Expansion Rules (*Fitting,* Table 3.1, Table 6.1) , Free-Variable Tableau Expansion Rules (*Fitting,* Table 7.1) , και Tableau Equality Rules (*Fitting* 9.7). Μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν τα Equality Axioms (*Fitting* 9.3) , και οι ιδιότητες της συμμετρίας και της μεταβατικότητας για την ισότητα. **2 Μονάδες**

**5** Χρησιμοποιώντας κλειστά tableau (*Fitting,* Table 3.1, Table 6.1) , αποδείξτε ότι:

Η συνεπαγωγή $(\forall u\ \varphi) \to \theta \models \exists u\ (\varphi \to \theta)$ ισχύει, για οποιουσδήποτε τύπους πρώτης τάξης φ , θ.

**1½ Μονάδα**

**6** Χρησιμοποιείστε τον αλγόριθμο της ενοποίησης για τα παρακάτω ζεύγη όρων:

**α** $h(t_1 , t_2 , t_3)$ να ενοποιηθεί με $h( f(t_2) , f(t_3) , f(t_1) )$ .

**β** $h(t_1 , t_2 , t_3)$ να ενοποιηθεί με $h( f(t_2) , f(t_3) , f(t_4) )$ . **1 Μονάδα**