

Σημασιολογία και Ορθότητα Προγραμμάτων 2017 - 18

1^η Ομάδα Ασκήσεων

1 / 5 / 2018

Οι παραπομπές στο βιβλίο του Fitting αφορούν στην δεύτερη έκδοση (1996).

1 Έστω T ένα tableau για ένα σύνολο προτασιακών τύπων Σ (Fitting Definition 3.1.1).

Για κάθε κλάδο b του T , έστω $\Phi(b)$ το σύνολο των τύπων στους κόμβους του b .

Αποδείξτε ότι: $\Sigma \models \forall b \in T (\bigwedge_{\sigma \in \Phi(b)} \sigma)$. Χρησιμοποιείστε επαγωγή στον αριθμό των εφαρμογών των Tableau Expansion Rules, που έδωσαν το T . **1½ Μονάδα**

2 Έστω Σ το σύνολο τύπων $\{ (p \rightarrow (q \rightarrow s)), (\neg s), (p \rightarrow q) \}$.

α Κατασκευάστε ένα tableau T για το σύνολο Σ , έτσι ώστε: κάθε κόμβος του T που η ετικέτα του δεν είναι literal, να έχει αναλυθεί σε όλους τους κλάδους που περιέχεται.

Χρησιμοποιώντας τα literals που εμφανίζονται στους κλάδους του T , βρείτε τις αποδόσεις αληθοτιμών που ικανοποιούν το Σ .

1 Μονάδα

β Αποδείξτε ότι: για κάθε σύνολο τύπων Σ , η μέθοδος που υποδεικνύεται στο (α) βρίσκει όλες τις αποδόσεις αληθοτιμών που ικανοποιούν το Σ .

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την Άσκηση 1.

1 Μονάδα

3 **Ορισμός** Η ιδιότητα C_{pt} ισχύει για ένα σύνολο προτασιακών τύπων S , όταν δεν υπάρχει κλειστό tableau για το \emptyset , που επιτρέπει τον κανόνα S-introduction (Fitting Definition 3.9.3).

Αποδείξτε ότι: Η ιδιότητα C_{pt} είναι Propositional Consistency Property.

Συμπεράνετε ότι: Άν ένα σύνολο προτασιακών τύπων S είναι μη-ικανοποιήσιμο, θα υπάρχει ένα κλειστό tableau για το \emptyset που επιτρέπει τον κανόνα S-introduction.

1½ Μονάδα

4 Έστω φ ένας τύπος πρώτης τάξης. Αποδείξτε ότι $(\exists x)\varphi \models (\exists z)[\varphi\{x/z\}]$, όπου z είναι μία μεταβλητή που δεν εμφανίζεται στον φ .

Χρησιμοποιείστε το *Λήμμα Αντικατάστασης* (Fitting Proposition 5.3.8).

1 Μονάδα

5 *Fitting* Exercise 5.4.4.

Χρησιμοποιείστε το *Fitting* Proposition 5.3.8.

½ Μονάδα

Fitting Exercise 5.7.1.

Χρησιμοποιείστε το *Fitting* Proposition 5.5.1.

½ Μονάδα

6 Έστω T ένα δεδομένο κλειστό tableau πρώτης τάξης. Περιγράψτε μία διαδικασία, που κατασκευάζει ένα ατομικά κλειστό (Fitting Definition 3.9.3 - 1) tableau T_0 , για το ίδιο σύνολο τύπων.

Δώστε ένα (ασυμπτωτικό) άνω φράγμα για το μέγεθος του T_0 , συναρτήσε του μεγέθους του T . Μέγεθος ενός tableau είναι ο συνολικός αριθμός συμβόλων, των τύπων στους κόμβους του.

1½ Μονάδα

7 Επιβεβαιώστε τη λογική ισοδυναμία χρησιμοποιώντας tableaux πρώτης τάξης.

$\exists x ((\neg R(x)) \rightarrow (\forall y R(y))) \models \exists x R(x)$,

1½ Μονάδα