

## Ικανοποιησιμότητα προτασιακών τύπων

$M = \{ x, y, z, w, \dots \}$  είναι ένα σύνολο προτασιακών μεταβλητών

Ένα κατευθυνόμενο γράφημα  $G = (V, E)$ ,

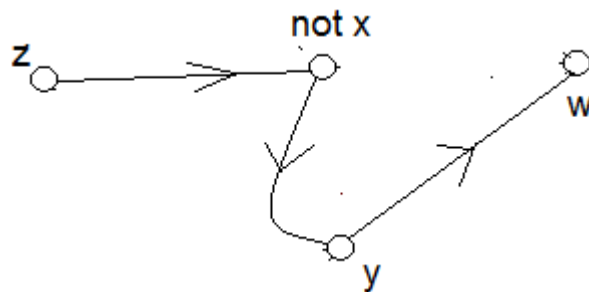
όπου  $V \subseteq \{ u \mid u \in M \} \cup \{ \text{not } u \mid u \in M \}$ ,

είναι ικανοποιήσιμο όταν:

Υπάρχει απόδοση τιμών αλήθειας στις προτασιακές μεταβλητές, ώστε για οποιαδήποτε ακμή  $(p, q)$  του  $G$ :  $(p \text{ implies } q) = \text{true}$ .

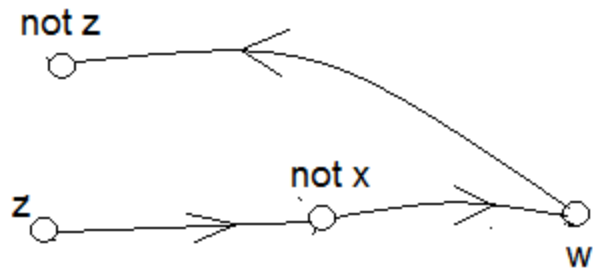
**ΕΡΩΤΗΜΑ** Για κάθε ένα από τα παρακάτω γραφήματα, βρείτε αποδόσεις τιμών αλήθειας που να δείχνουν ότι είναι ικανοποιήσιμο.

**Γ1**



- |   |  |   |
|---|--|---|
| 1 |  | $z = \text{true} = \text{not } x = y = w$ |
| 2 | $z = \text{false}$                         | $\text{not } x = \text{true} = y = w$     |
| 3 | $z = \text{false} = \text{not } x$         | $y = \text{true} = w$                     |
| 4 | $z = \text{false} = \text{not } x = y$     | $w = \text{true}$                         |
| 5 | $z = \text{false} = \text{not } x = y = w$ |   |

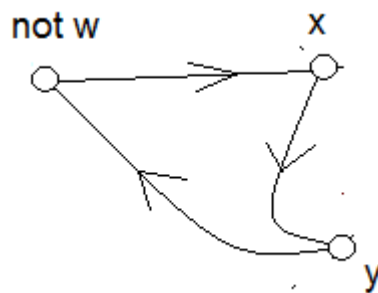
Γ2



*Αν  $z = \text{true}$  θα πρέπει και  $\text{not } z = \text{true}$*

- 1     $z = \text{false}$                                      $\text{not } x = \text{true} = w = \text{not } z$
- 2     $z = \text{false} = \text{not } x$                              $w = \text{true} = \text{not } z$
- 3     $z = \text{false} = \text{not } x = w$                              $\text{not } z = \text{true}$

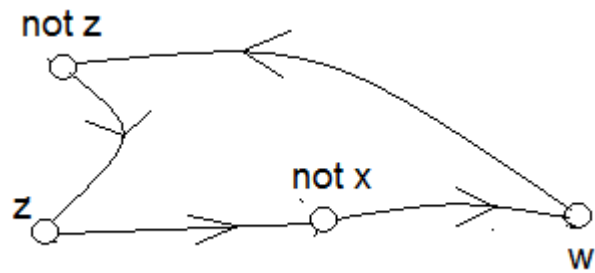
Γ3



*Αν κάποια κορυφή είναι true θα πρέπει να είναι όλες true*

- 1                                     $x = y = \text{not } w = \text{true}$
- 2                                     $x = y = \text{not } w = \text{false}$

Γ4



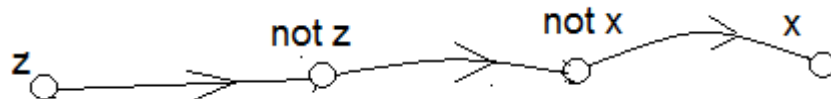
Αν κάποια κορυφή είναι true θα πρέπει να είναι όλες true

$$\underline{z} = \text{not } x = w = \underline{\text{not } z} = \mathbf{true}$$

$$\underline{z} = \text{not } x = w = \underline{\text{not } z} = \mathbf{false}$$

Γ4 δεν είναι ικανοποιήσιμο

Γ5



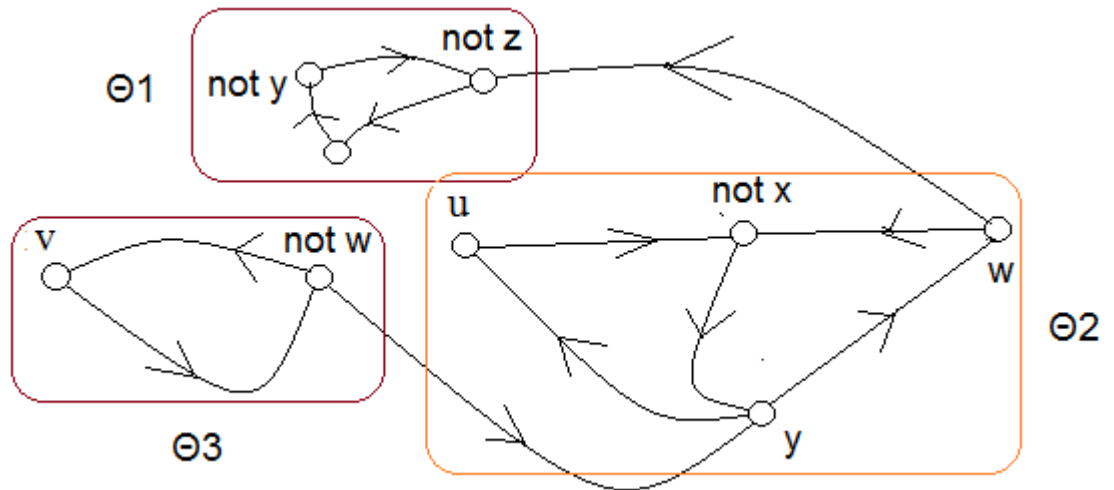
Αν  $z = \text{true}$  θα πρέπει και  $\text{not } z = \text{true}$

$$z = \mathbf{false} \quad \text{not } z = \mathbf{true} = \underline{\text{not } x} = \underline{x}$$

Γ5 δεν είναι ικανοποιήσιμο



Γ7



Θ1 :  $\underline{\text{not } y} = \text{not } z$  **true**

Θ2 :  $u = \text{not } x = \underline{y}$  **false**  
 $\underline{y} = w$  **true**

Θ3 :  $v = \text{not } w$  **false**

Ακμή (Θ2, Θ1),  $\text{not } y$  στην Θ1,  $y$  στην Θ2 :  
 $\underline{y} = \mathbf{false}$   $\underline{\text{not } y} = \mathbf{true}$

Ακμή (Θ3, Θ2),  $\text{not } w$  στην Θ3,  $w$  στην Θ2 :  
 $\text{not } w = \mathbf{false}$   $w = \mathbf{true}$

Γ7 δεν είναι ικανοποιήσιμο