

ΓΡΑΦΗΜΑ $\Gamma = (V, E)$ συμβολίζει μπουλιανή συνάρτηση δύο μεταβλητών θ_Γ
διμερή σχέση θ_Γ

Πεδίο ορισμού της θ_Γ είναι το V , το **σύνολο κορυφών** του Γ

Αν υπάρχει **κατευθυνόμενη ακμή** (x, y) : $\theta_\Gamma(x, y) = \text{true}$

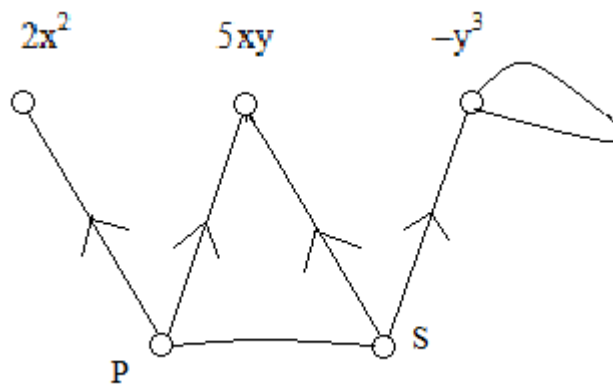
Αν υπάρχει **μη-κατευθυνόμενη ακμή** $\{x, y\}$
(ή κατευθυνόμενες ακμές (x, y) και (y, x)) : $\theta_\Gamma(x, y) = \theta_\Gamma(y, x) = \text{true}$

Αν υπάρχει **βρόχος** (x, x) ή $\{x, x\}$: $\theta_\Gamma(x, x) = \text{true}$

Αν **δεν υπάρχει ακμή** (x, y) ή $\{x, y\}$: $\theta_\Gamma(x, y) = \text{false}$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Γ



Πεδίο ορισμού της θ_Γ $\{ 2x^2, 5xy, -y^3, P, S \}$

Τιμές της θ_Γ $\theta_\Gamma(P, 2x^2) = \theta_\Gamma(P, 5xy)$
 $= \theta_\Gamma(S, 5xy) = \theta_\Gamma(S, -y^3) = \text{true}$

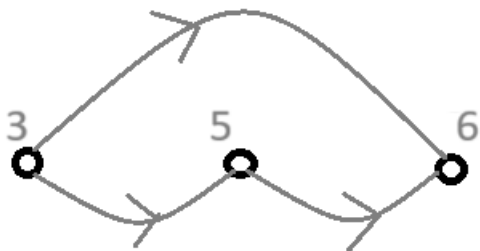
$\theta_\Gamma(-y^3, -y^3) = \text{true}$

$\theta_\Gamma(P, S) = \theta_\Gamma(S, P) = \text{true}$

$\theta_\Gamma(u, v) = \text{false}$ για κάθε άλλο ζεύγος κορυφών

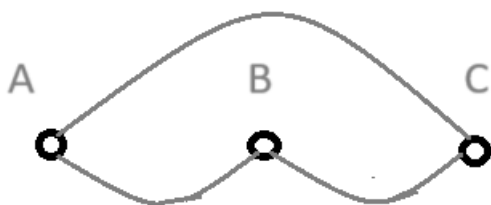
Το παρακάτω γράφημα συμβολίζει τη σχέση $\{ (x, y) \mid x < y, \text{ και } x, y \in \{3, 5, 6\} \}$

(τη σχέση «μικρότερο» με πεδίο ορισμού $\{3, 5, 6\}$).



Το παρακάτω γράφημα συμβολίζει τη σχέση $\{ (x, y) \mid x \neq y, \text{ και } x, y \in \{A, B, C\} \}$

(τη σχέση «διαφορετικό» με πεδίο ορισμού $\{A, B, C\}$).



Συμμετρία

Η σχέση θ με πεδίο ορισμού A λέγεται **συμμετρική** μόνο όταν:

ΓΙΑ ΚΑΘΕ $u \in A$

ΓΙΑ ΚΑΘΕ $v \in A$

Αν $\theta(u, v) = \text{true}$, τότε $\theta(v, u) = \text{true}$

Εύρεση αντιπαραδείγματος της συμμετρίας

Ελέγχουμε αν αληθεύει ότι:

ΥΠΑΡΧΕΙ $u \in A$

ΥΠΑΡΧΕΙ $v \in A$

$\theta(u, v) = \text{true}$ *and* $\theta(v, u) = \text{false}$

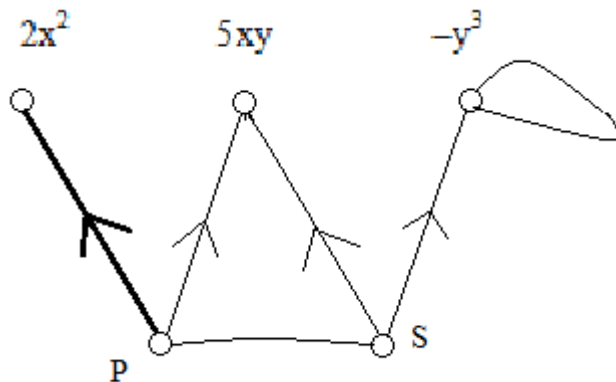
Ένα ζεύγος (u, v) όπου $\theta(u, v) = \text{true}$ *and* $\theta(v, u) = \text{false}$
είναι **αντιπαραδείγμα της συμμετρίας**

Μία σχέση είναι συμμετρική *άν και μόνο αν* :

Δεν υπάρχει αντιπαραδείγμα της συμμετρίας

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗ-ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ

Γ



θ_Γ όχι συμμετρική: $\theta_\Gamma(P, 2x^2) = \text{true}$ $\theta_\Gamma(2x^2, P) = \text{false}$

Το ζεύγος $(P, 2x^2)$ είναι αντιπαράδειγμα της συμμετρίας της θ_Γ

$\theta_\Gamma(P, S) = \text{true}$ $\theta_\Gamma(S, P) = \text{false}$

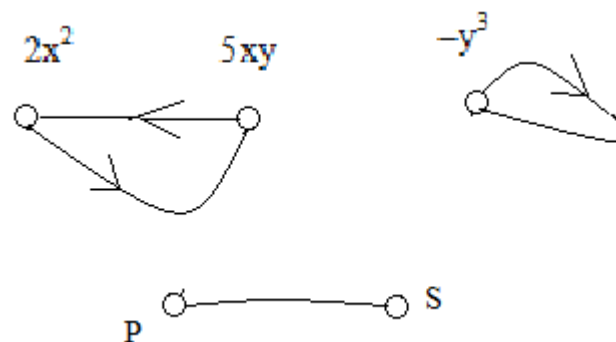
Το ζεύγος (P, S) δεν είναι αντιπαράδειγμα της συμμετρίας της θ_Γ

Μία σχέση θ_Δ είναι συμμετρική αν και μόνο αν:

Όπου έχω κατευθυνόμενη ακμή έχω και την αντίστροφή της, ή έχω και μη-κατευθυνόμενη ακμή.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Δ



Δεν υπάρχει αντιπαράδειγμα της συμμετρίας της θ_Δ

- 1 Η σχέση $\theta(x, y) = \langle x \neq y \rangle$ με πεδίο ορισμού ένα σύνολο αριθμών A , είναι συμμετρική.

Αν $\theta(u, v) = \text{true}$, τότε $\theta(v, u) = \text{true}$

Αν $u \neq v$, τότε $v \neq u$

Η σχέση $\langle x \neq y \rangle$ με πεδίο ορισμού το σύνολο $\{7\}$, είναι συμμετρική.

1^{ος} τρόπος Αν $u \neq v$, τότε $v \neq u$

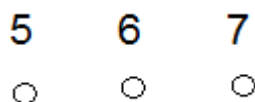
2^{ος} τρόπος Δεν υπάρχει αντιπαράδειγμα της συμμετρίας

$\theta(7, 7) = \text{false}$

- 2 Η σχέση $\langle x - y = 3 \rangle$ με πεδίο ορισμού ένα σύνολο αριθμών A :

Όταν $A = \{4\}$ ή $A = \{2, 3\}$ ή $A = \{5, 6, 7\}$,
η σχέση $\langle x - y = 3 \rangle$ είναι συμμετρική.

Γράφημα για τη σχέση $\langle x - y = 3 \rangle$ όταν $A = \{5, 6, 7\}$:



Δεν υπάρχει αντιπαράδειγμα της συμμετρίας

Όταν $A = \{5, 2\}$ ή $A = \{4, 5, 6, 7\}$,
η σχέση $\langle x - y = 3 \rangle$ δεν είναι συμμετρική.

Γράφημα για τη σχέση $\langle x - y = 3 \rangle$ όταν $A = \{4, 5, 6, 7\}$:



Υπάρχει αντιπαράδειγμα της συμμετρίας: $7 - 4 = 3$, $4 - 7 \neq 3$

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

0 Είναι δυνατό να υφίσταται αντιπαράδειγμα της συμμετρίας μιας σχέσης θ , που να είναι ζεύγος της μορφής (x, x) ;

1 Είναι σωστό ότι: Αν η μπουλιανή συνάρτηση θ είναι αντιμεταθετική στο A , η σχέση θ με πεδίο ορισμού το A θα είναι συμμετρική;

Άν: ΓΙΑ ΚΑΘΕ $u \in A$
 ΓΙΑ ΚΑΘΕ $v \in A$
 $\theta(u, v) = \theta(v, u)$

Τότε: ΓΙΑ ΚΑΘΕ $u \in A$
 ΓΙΑ ΚΑΘΕ $v \in A$
 Άν $\theta(u, v) = \text{true}$, τότε $\theta(v, u) = \text{true}$

2 Είναι σωστό ότι: Αν η σχέση θ με πεδίο ορισμού το A είναι συμμετρική, η μπουλιανή συνάρτηση θ θα είναι αντιμεταθετική στο A ;

Άν: ΓΙΑ ΚΑΘΕ $u \in A$
 ΓΙΑ ΚΑΘΕ $v \in A$
 Άν $\theta(u, v) = \text{true}$, τότε $\theta(v, u) = \text{true}$

Τότε: ΓΙΑ ΚΑΘΕ $u \in A$
 ΓΙΑ ΚΑΘΕ $v \in A$
 $\theta(u, v) = \theta(v, u)$

3 Είναι σωστό ότι: Η σχέση θ με πεδίο ορισμού το A είναι συμμετρική, άν και μόνο άν :

 ΓΙΑ ΚΑΘΕ $u \in A$
 ΓΙΑ ΚΑΘΕ $v \in A$
 $\theta(u, v)$ και $\theta(v, u)$

4 Βρείτε ένα σύνολο αριθμών A , όπου η σχέση « $x / y < 3$ » δεν είναι συμμετρική.
Βρείτε ένα σύνολο αριθμών A , όπου η σχέση « $x / y < 3$ » είναι συμμετρική.