

Ισχυρή προσβασιμότητα

Για ένα γράφημα $G = (V, E)$ ονομάζουμε *ισχυρή προσβασιμότητα για το G* , την παρακάτω σχέση $R_{\delta\delta}$ με πεδίο ορισμού το σύνολο V :

Για $a \in V, b \in V$, $R_{\delta\delta}(a, b) = \text{true}$ όταν:
 $a R_{\delta} b$ και $b R_{\delta} a$

Συμβολισμός: $a R_{\delta\delta} b$ σημαίνει $R_{\delta\delta}(a, b) = \text{true}$

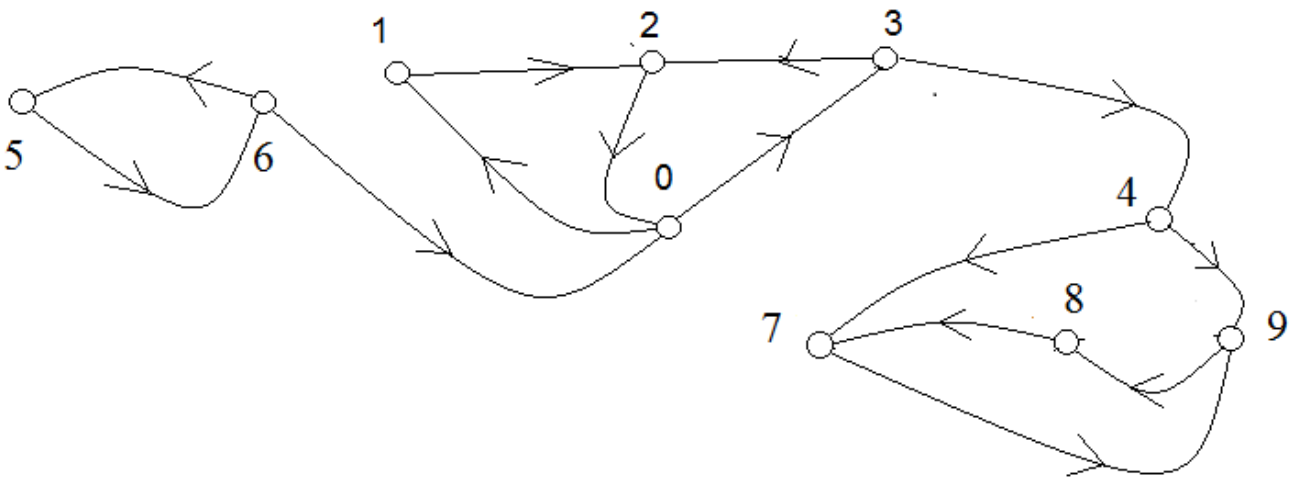
ΕΡΩΤΗΜΑ 1 Επιβεβαιώστε ότι, για κάθε γράφημα:

$a R_{\delta\delta} b$ *άν και μόνο αν*
υπάρχει κάποια *κλειστή διαδρομή* όπου εμφανίζονται οι a, b .

ΕΡΩΤΗΜΑ 2

Βρείτε ζεύγη κορυφών όπου αληθεύει / δεν αληθεύει η ισχυρή προσβασιμότητα.

Γ1



$$R_{\delta\delta}(6, 5) = R_{\delta\delta}(3, 1) = R_{\delta\delta}(8, 8) = \text{true}$$

$$R_{\delta\delta}(8, 4) = \text{false}$$

σε οποιαδήποτε διαδρομή με αρχή την κορυφή 8,
μπορούν να εμφανιστούν *μόνο* οι κορυφές 7, 8, 9.

$$R_{\delta\delta}(4, 4) = \text{false}$$

$$R_{\delta\delta}(3, 6) = \text{false}$$

1 Για κάθε γράφημα $G = (V, E)$, η ισχυρή προσβασιμότητα για το G είναι συμμετρική.

Να δείξω ότι ισχύει στο V : $u R_{\delta\delta} v \text{ implies } v R_{\delta\delta} u$

Αν υπάρχει κάποια κλειστή διαδρομή όπου εμφανίζονται οι u και v , η ίδια κλειστή διαδρομή θα περιέχει τις κορυφές v και u .

2 Για κάθε γράφημα $G = (V, E)$, η ισχυρή προσβασιμότητα για το G είναι μεταβατική.

Να δείξω ότι ισχύει στο V : $(u R_{\delta\delta} v \text{ and } v R_{\delta\delta} w) \text{ implies } u R_{\delta\delta} w$

I) Υποθέτω ότι αληθεύει $\alpha R_{\delta\delta} \beta$ and $\beta R_{\delta\delta} \gamma$

Άρα $\alpha R_{\delta} \beta$ and $\beta R_{\delta} \alpha$ and $\beta R_{\delta} \gamma$ and $\gamma R_{\delta} \beta$
 $\underline{\alpha R_{\delta} \beta}$ and $\underline{\beta R_{\delta} \gamma}$ and $\underline{\gamma R_{\delta} \beta}$ and $\underline{\beta R_{\delta} \alpha}$

II) Θέλω να αληθεύει $\alpha R_{\delta\delta} \gamma$

Δηλαδή να αληθεύει $\alpha R_{\delta} \gamma$ and $\gamma R_{\delta} \alpha$

Εφαρμόζω την μεταβατικότητα της R_{δ} στις περιπτώσεις:

$\underline{\alpha R_{\delta} \beta}$ and $\underline{\beta R_{\delta} \gamma}$ $\gamma R_{\delta} \beta$ and $\underline{\beta R_{\delta} \alpha}$

ΘΕΩΡΗΜΑ ΔΙΑΜΕΡΙΣΜΟΥ ΓΙΑ ΤΗΝ $R_{\delta\delta}$

Για κάθε γράφημα $G = (V, E)$:

Υπάρχει διαμερισμός του V σε μη-κενά ξένα διαμερίσματα

$X_1 \dots X_k$, $k \geq 1$, όπου:

(1) $V = X_1 \cup \dots \cup X_k$,

(2) Για x, y οποιαδήποτε διαφορετικά στοιχεία του V :

όταν x, y είναι στο ίδιο διαμέρισμα, $R_{\delta\delta}(x, y) = \text{true}$

όταν x, y δεν είναι στο ίδιο διαμέρισμα, $R_{\delta\delta}(x, y) = \text{false}$

ΜΕΘΟΔΟΣ ΔΙΑΜΕΡΙΣΜΟΥ ΓΙΑ ΤΗΝ $R_{\delta\delta}$

Κάθε στοιχείο u του V τοποθετείται σε αντίστοιχο διαμέρισμα $I\Sigma(u)$:

$$I\Sigma(u) = \{u\} \cup \{z \mid R_{\delta\delta}(u, z) = \text{true}\}$$