

Αναζήτηση διαδρομών

Input γράφημα $G = (V, E)$, αρχική κορυφή s

Output το σύνολο $\Sigma(s) = \{s\} \cup \{x \mid \text{αληθεύει ότι } s R_\delta x\}$

Search(G, s)

$Result \leftarrow \{\}$ $Active \leftarrow \{s\}$

L1: ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΚΟΡΥΦΗ $u \in Active$

$Result \leftarrow Result \cup \{u\}$

$Active \leftarrow Active - \{u\}$

L2: ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΑΚΜΗ (u, v) ή $\{u, v\}$ του G

If $v \notin (Active \cup Result)$

then $Active \leftarrow Active \cup \{v\}$

Loop Invariant για τον βρόχο L1

Πριν και μετά από κάθε μία εκτέλεση του βρόχου **L1** θα ισχύουν τα εξής:

i Αν το σύνολο $Active \cup Result$ περιέχει μία κορυφή $x \neq s$:
στο γράφημα G θα υπάρχει μονοπάτι από την s στην x .

Άρα $(Active \cup Result) \subseteq \Sigma(s) = \{s\} \cup \{x \mid \text{αληθεύει ότι } s R_\delta x\}$

Στο Παράδειγμα υπάρχουν τα μονοπάτια:

$x = 5xy$ $(S, (S, 5xy), 5xy)$

$x = -y^3$ $(S, (S, -y^3), -y^3)$

$x = T$ $(S, (S, 5xy), 5xy, (5xy, T), T)$

$x = -3z^2x$ $(S, (S, -y^3), -y^3, (-y^3, -3z^2x), -3z^2x)$

ii Αν το σύνολο $\Sigma(s) - (Active \cup Result)$ περιέχει μία κορυφή y :

στο γράφημα G θα υπάρχει διαδρομή $(s, \dots, u, (u, v), v, \dots, y)$

είτε $(s, \dots, u, \{u, v\}, v, \dots, y)$,

όπου $u \in Active$

$v \notin (Active \cup Result)$

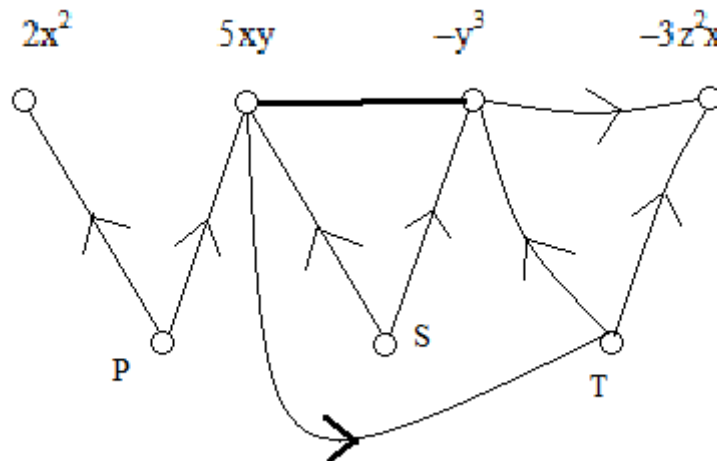
Από την Loop Invariant για τον βρόχο **L1** :

Άν μετά από μία εκτέλεση του βρόχου **L1** είναι $Active = \{\}$,

θα αληθεύει ότι $Result = \Sigma(s)$

Παράδειγμα Αναζήτηση στο γράφημα Γ από αρχική κορυφή S

Γ



u	$Result$	$Active$	
1	{ }	{ S }	
2	S	{ S }	
3		{ 5xy }	από ακμή (S, 5xy)
4		{ 5xy , -y ³ }	από ακμή (S, -y ³)
5	5xy	{ S , 5xy }	
6		{ -y ³ }	από ακμή {5xy , -y ³ }
7		{ -y ³ , T }	από ακμή (5xy, T)
8	-y³	{ S , 5xy , -y ³ }	
9		{ T }	από ακμή {5xy , -y ³ }
10		{ T , -3z ² x }	από ακμή (-y ³ , -3z ² x)
11	T	{ S , 5xy , -y ³ , T }	
12		{ -3z ² x }	από ακμή (T, -y ³)
13		{ -3z ² x }	από ακμή (T, -3z ² x)
14	-3z²x	{ S , 5xy , -y ³ , T , -3z ² x }	{ }

ΕΡΩΤΗΜΑ 1

Έστω ότι: στο βήμα 3 εξετάζεται η ακμή (S, -y³),
στο βήμα 4 εξετάζεται η ακμή (S, 5xy).

Συμπληρώστε την εκτέλεση του αλγορίθμου αναζήτησης.

Υπολογισμός της συνεκτικής συνιστώσας κορυφής

Έστω $G = (V, E)$ ένα μη-κατευθυνόμενο γράφημα και u μία κορυφή του G .

Εκτελώ αναζήτηση διαδρομών στο G , από την αρχική κορυφή u :

Από τις Ιδιότητες της αναζήτησης διαδρομών,

$$Result = \{u\} \cup \{x \mid \text{αληθεύει ότι } u R_{\delta} x\} = \Sigma(u)$$

$$H(u) = (\Sigma(u), \{ \{x, y\} \mid x, y \in \Sigma(u) \text{ και } \{x, y\} \in E \})$$

Υπολογισμός των συνεκτικών συνιστωσών

Έστω $G = (V, E)$ ένα μη-κατευθυνόμενο γράφημα.

Connected-components (G)

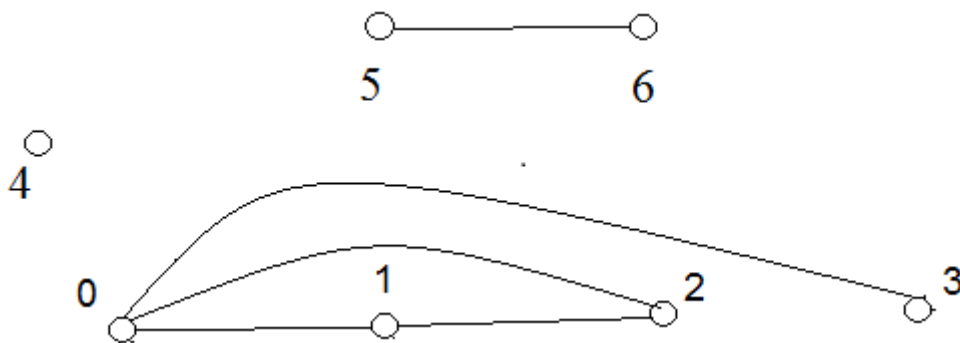
$Rest \leftarrow V$ $Components \leftarrow \{ \}$

L: ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΚΟΡΥΦΗ $u \in Rest$

$Component [u] \leftarrow H(u)$ % η συνεκτική συνιστώσα της u

$Rest \leftarrow Rest - \Sigma(u)$

$Components \leftarrow Components \cup \{ Component [u] \}$



$$\Sigma(0) = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$\Sigma(4) = \{4\}$$

$$\Sigma(5) = \{5, 6\}$$

Υπολογισμός των συνεκτικών συνιστωσών μέσω συγχωνεύσεων

Έστω $G = (V, E)$ ένα μη-κατευθυνόμενο γράφημα, $V = \{1, \dots, n\}$

Connected-components (G)

$C_1 \leftarrow (\{1\}, \emptyset)$

...

$C_n \leftarrow (\{n\}, \emptyset)$

$Components \leftarrow \{C_1, \dots, C_n\}$

$Rest \leftarrow E$

L: ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΑΚΜΗ $e \in Rest$

$Rest \leftarrow Rest - \{e\}$

If $e = \{x, y\}$

$x \in C_j = (V_j, E_j)$

$y \in C_k = (V_k, E_k)$

$j < k$

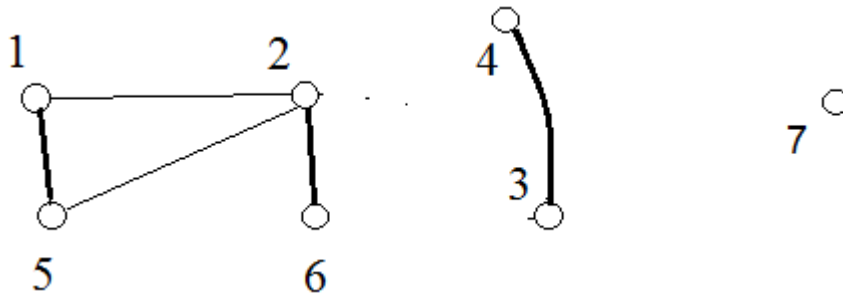
then $C_j \leftarrow C_j \cup C_k = (V_j \cup V_k, E_j \cup E_k \cup \{e\})$

$Components \leftarrow Components - \{C_k\}$

else $C_j \leftarrow (V_j, E_j \cup \{e\})$ % $j = k$

ΕΡΩΤΗΜΑ 2

Εκτελέστε τον αλγόριθμο συγχωνεύσεων στο παρακάτω γράφημα.



$$E = \{ \{1, 5\}, \{2, 6\}, \{4, 3\}, \{2, 5\}, \{1, 2\} \}$$

C1	{1}	{1, 5}	{1, 5}	{1, 5}	{1, 5, 2, 6}	{1, 5, 2, 6}
C2	{2}		{2, 6}	{2, 6}	{1, 5, 2, 6}	{1, 5, 2, 6}
C3	{3}			{3, 4}	{3, 4}	{3, 4}
C4	{4}			{3, 4}	{3, 4}	{3, 4}
C5	{5}	{1, 5}	{1, 5}	{1, 5}	{1, 5, 2, 6}	{1, 5, 2, 6}
C6	{6}		{2, 6}	{2, 6}	{1, 5, 2, 6}	{1, 5, 2, 6}
C7	{7}					{7}

Loop Invariant για τον βρόχο L

Μετά από κάθε μία εκτέλεση του βρόχου L θα αληθεύει ότι:

Τα υπο-γραφήματα της λίστας *Components*
είναι οι συνεκτικές συνιστώσες του γραφήματος $(V, E - \text{Rest})$.

Από την *Loop Invariant* για τον βρόχο L προκύπτει:

Όταν $\text{Rest} = \emptyset$, η λίστα *Components* αποτελείται από τις συνεκτικές συνιστώσες του $G = (V, E)$.

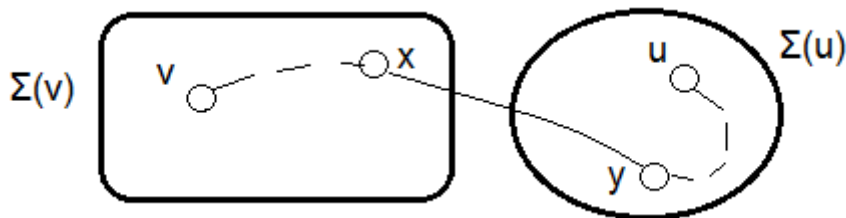
ΕΡΩΤΗΜΑ 3

Επιβεβαιώστε ότι: Μετά από κάθε μία εκτέλεση του βρόχου L, τα υπο-γραφήματα της λίστας *Components* είναι οι συνεκτικές συνιστώσες του γραφήματος $(V, E - \text{Rest})$.

- 1) **Ελέγχουμε** ότι η συνθήκη αληθεύει πριν από την πρώτη εκτέλεση του βρόχου L – όταν $\text{Rest} = E$.
- 2) **Υποθέτουμε** ότι: δίνεται ένας ακέραιος $K > 0$, ώστε η συνθήκη να αληθεύει πριν από την K -στή εκτέλεση του βρόχου L – έστω ότι το Rest είναι τότε ένα σύνολο ακμών Z .

Ελέγχουμε ότι η συνθήκη θα αληθεύει μετά από την K -στή εκτέλεση του βρόχου L – όταν το Rest θα είναι $Z - \{e\}$.

Έστω $C_j = H(v)$, $C_k = H(u)$ οι συνεκτικές συνιστώσες των v, u στο $(V, E - Z)$, $j < k$.



Μετά από την K -στή εκτέλεση του βρόχου L :

$C_j = H(v) \cup H(u)$ θα είναι η συνεκτική συνιστώσα της v στο γράφημα $(V, (E - Z) \cup \{e\}) = (V, E - (Z - \{e\}))$.