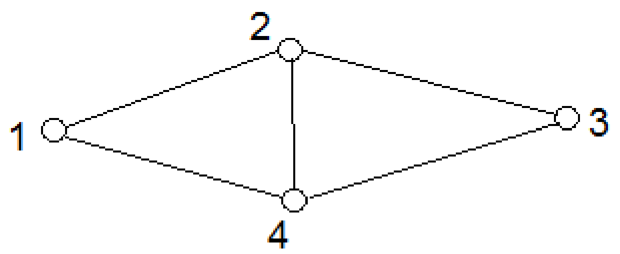
***Kirchoff Voltage Law***




**C1** = (1 _ 2 _ 4 _ 1) **eq(C1) :** V(1, 2) + V(2, 4) + V(4, 1) = 0

**C2** = (2 _ 3 _ 4 _ 2) **eq(C2) :** V(2, 3) + V(3, 4) + V(4, 2) = 0

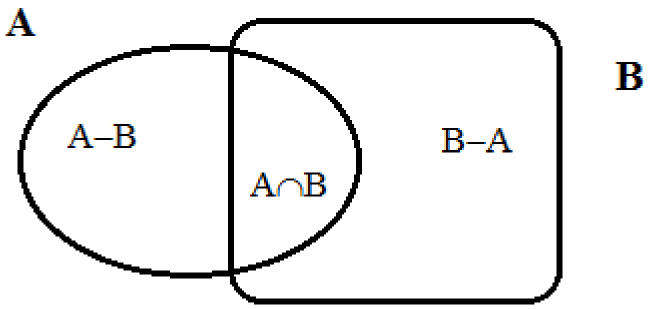
**C** = (1 _ 2 _ 3 _ 4 _ 1) **eq(C) :** V(1, 2) + V(2, 3) + V(3, 4) + V(4, 1) = 0

**eq(C)** : *πρόσθεση κατά μέλη* των **eq(C1) eq(C2)**

V(4, 2) = – V(2, 4)

**C = C1 ⊕ C2 συμμετρική διαφορά των συνόλων ακμών των C1 , C2**

*ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΗ ΔΙΑΦΟΡΑ ΣΥΝΟΛΩΝ*




$$\mathbf{A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B)}$$

$$= (A - B) \cup (B - A)$$

= { x | x ανήκει σε *ένα μόνο από τα* A , B }

**Ιδιότητες της συμμετρικής διαφοράς**

$x \in A1 \oplus (A2 \oplus ( \ldots An) )$ , $n \geq 2$ αληθεύει

*άν και μόνο άν*

x ανήκει σε *περιττό αριθμό από τα* A1 , A2 ... An

***i*** Ελέγχουμε ότι η (3) ισχύει για δύο σύνολα A1 , A2 .

***ii*** Υποθέτουμε ότι η (3) ισχύει για k−1 σύνολα.

Ελέγχουμε ότι η (3) θα ισχύει για k σύνολα:

$x \in A1 \oplus (A2 \oplus \ldots Ak)$ *άν και μόνο άν*

$x \in A1$ *και* x ανήκει σε *άρτιο πλήθος των* A2 ... Ak , *ή*

$x \notin A1$ *και* x ανήκει σε *περιττό πλήθος των* A2 ... Ak

**Ιδιότητες της συμμετρικής διαφοράς**

$x \in A \oplus B$ αληθεύει

*άν και μόνο άν*

« $x \in A$ » *XOR* « $x \in B$ » αληθεύει

$A \oplus A = \varnothing$

$A \oplus \varnothing = \varnothing \oplus A = A$

$A \oplus B = B \oplus A$ *αντιμεταθετικότητα*

$A \oplus (B \oplus \Gamma) = (A \oplus B) \oplus \Gamma$ *προσεταιριστικότητα*

***ΕΡΩΤΗΜΑ 1*** Απλοποιείστε τις παρακάτω παραστάσεις σε ισοδύναμές τους, ώστε κάθε ένα από τα Α , Β , Γ να εμφανίζεται *το πολύ μία φορά*:

$(A \oplus B) \oplus (\Gamma \oplus A) \oplus (B \oplus \Gamma) \oplus (A \oplus B \oplus \Gamma)$

$(A \oplus B \oplus \Gamma) \oplus B \oplus (\Gamma \oplus A \oplus B) \oplus \Gamma \oplus (B \oplus \Gamma \oplus A)$

***ΕΡΩΤΗΜΑ 2*** Επιβεβαιώστε ότι:

$X \oplus A = B$ *άν και μόνο άν* $X = B \oplus A$

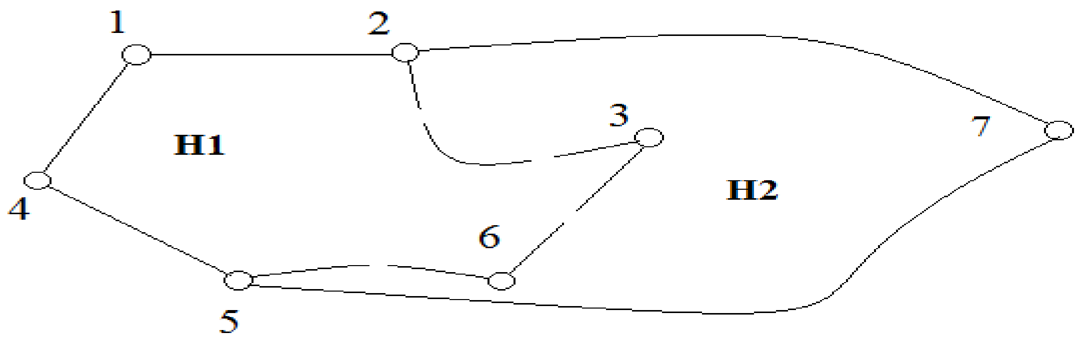
$X \oplus A = \varnothing$ *άν και μόνο άν* $X = A$

**Άθροισμα μη-κατευθυνόμενων γραφημάτων**

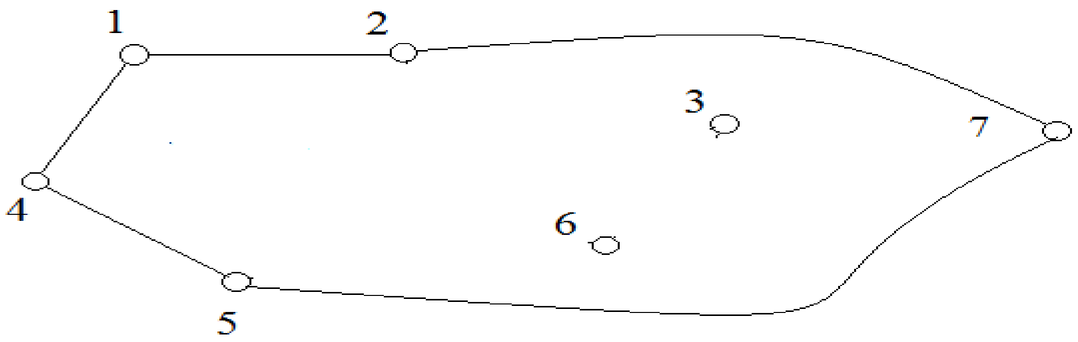
Το *άθροισμα* των μη-κατευθυνόμενων γραφημάτων **H1** = (V1, E1) , **H2** = (V2, E2) είναι το γράφημα **H1 ⊕ H2** = (V , E) , όπου E = E1 ⊕ E2 ,
και V είναι οι κορυφές του V1∪V2 που είναι άκρα ακμών του E
(οι κορυφές του (V1∪V2 , E1 ⊕ E2) που δεν είναι απομονωμένες).

**H1** είναι ο κύκλος ( 1, -- , 2 , -- , 3 , -- , 6 , -- , 5 , -- , 4 , -- , 1 )

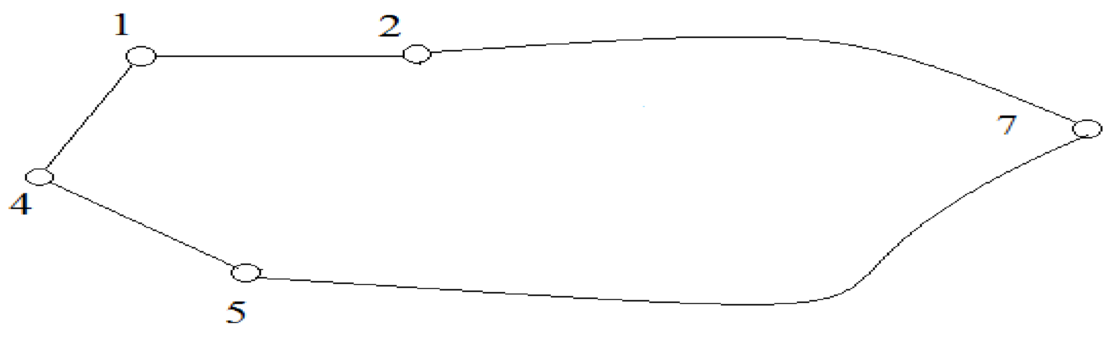
**H2** είναι ο κύκλος ( 2 , -- , 3 , -- , 6 , -- , 5 , -- , 7 , -- , 2 )




(V1∪V2 , E1 ⊕ E2)




**H1 ⊕ H2**



***ΕΡΩΤΗΜΑ 3*** Βρείτε το άθροισμα των κύκλων:

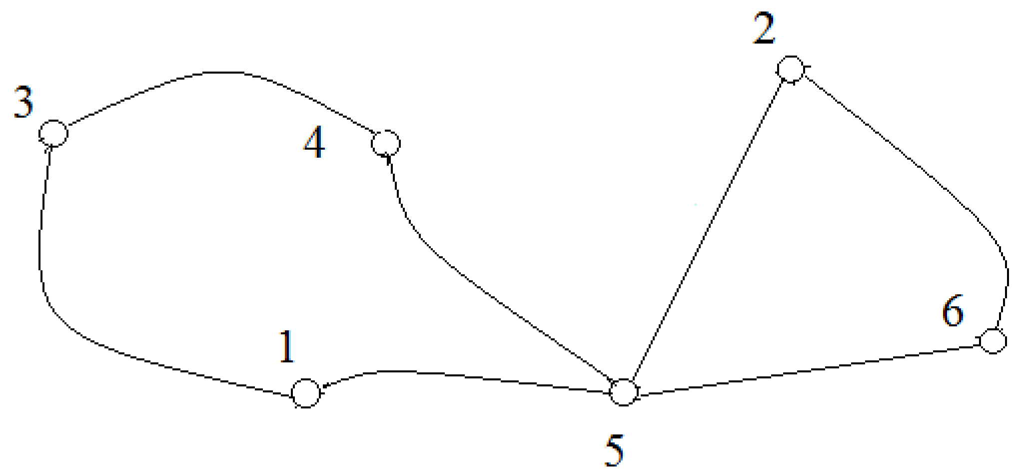
( 1 , **{1, 2}** , 2 , {2, 6} , 6 , {6, 5} , 5 , **{5, 4}** , 4 , **{4, 1}** , 1 )

( 1 , **{1, 2}** , 2 , {2, 5} , 5 , **{5, 4}** , 4 , **{4, 1}** , 1 )

( 1 , {1, 5} , 5 , **{5, 4}** , 4 , {4, 3} , 3 , {3, 1} , 1 )

*Σύνολο ακμών του αθροίσματος*

{2, 6} , {6, 5} , {5, 4} , {2. 5} , {1, 5} , {4, 3} , {3, 1}




***ΕΡΩΤΗΜΑ 4*** Βρείτε κύκλους C1 , C2 , C3 ώστε:

*a* το γράφημα (C1 ⊕ C2) ⊕ C3 *να είναι* κύκλος,

*b* κανένα από τα C1⊕C2 , C1⊕C3 , C2⊕C3 να μην είναι κύκλος.