ΓΡΑΦΗΜΑ **Γ** = (V, E) *συμβολίζει* μία <u>σχέση</u> <u>προσβασιμότητας</u> $\mathbf{R}_\delta$

<u>Πεδίο ορισμού της</u> $\mathbf{R}_\delta$ είναι το V

$\mathbf{R}_\delta$ (x, y) = true :

στο G υπάρχει (μία τουλάχιστον) *διαδρομή*
με αρχή την x και τέλος την y .

Συμβολισμός: a $\mathbf{R}_\delta$ b σημαίνει $\mathbf{R}_\delta$(a, b) = true

1 *Για κάθε* μη-κατευθυνόμενο *γράφημα* G *, η προσβασιμότητα για το* G *είναι συμμετρική*.

2 *Για κάθε γράφημα* G *, η προσβασιμότητα για το* G *είναι μεταβατική*.

<u>Να δείξω ότι</u> ισχύει στο V: (u R_δ **v** *and* **v** R_δ w) *implies* u R_δ w

Υποθέτω ότι αληθεύει α R_δ **β** *and* **β** R_δ γ

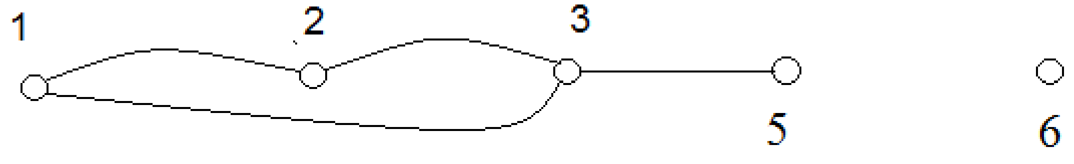
Άρα υπάρχουν διαδρομές δ_1 = (α, e,..., f, **β**) ,

δ_2 = (**β**, e',..., f', γ)

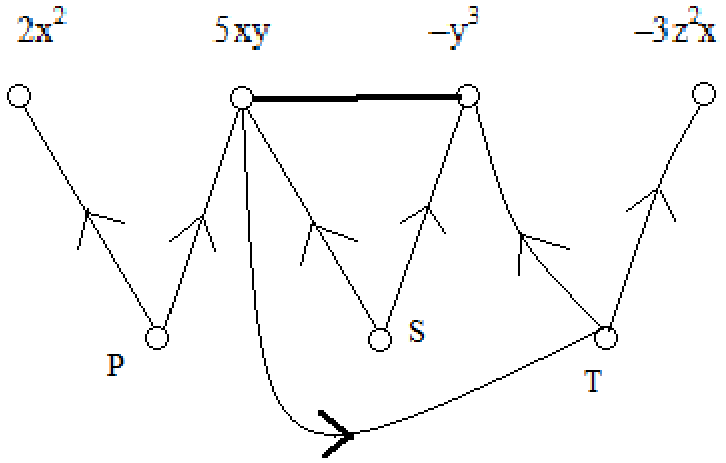
Θέλω να αληθεύει α R_δ γ

<u>Συγχωνεύω</u> τις δ_1 , δ_2

και έχω τη διαδρομή (α, e,..., f, **β**, e',..., f', γ)



Γ



ΜΟΝΟΠΑΤΙ ΤΟΥ **Γ**

(P , (P, 5xy) , 5xy , (5xy, T) , T , (T, $-y^3$) , $-y^3$)

(P , (P, 5xy) , <u>5xy</u> , (5xy, T) , T , (T, $-y^3$) , $-y^3$, **{ 5xy, $-y^3$ }** , <u>5xy</u>)

<u>*δεν είναι μονοπάτι*</u> του **Γ**

ΓΡΑΦΗΜΑ **Γ** = (V, E) *συμβολίζει* μία <u>σχέση προσβασιμότητας</u> <u>με μονοπάτι</u> $\mathbf{R}_\mu$

<u>Πεδίο ορισμού της</u> $\mathbf{R}_\mu$ είναι το V

$\mathbf{R}_\mu$ (x, y) = true :
στο G υπάρχει (ένα τουλάχιστον) *μονοπάτι*
με αρχή την x και τέλος την y .

ΕΡΩΤΗΜΑ 1 Επιβεβαιώστε ότι σε οποιοδήποτε γράφημα:
άν $\mathbf{R}_\delta$ (α, β) = true και $\alpha \neq \beta$
θα είναι και $\mathbf{R}_\mu$ (α, β) = true .

ΕΡΩΤΗΜΑ 2 Βρείτε ένα γράφημα **Γ** και κορυφές α , β του **Γ** ώστε
$\mathbf{R}_\delta$ (α, β) = true και $\mathbf{R}_\mu$ (α, β) = false .

1 *Υπάρχουν γραφήματα όπου η προσβασιμότητα με μονοπάτι* δεν *είναι μεταβατική*.

Αληθεύει ότι $1\ R_\mu\ 2$ *and* $2\ R_\mu\ 1$

Δεν αληθεύει ότι $1\ R_\mu\ 1$

2 *Για κάθε* μη-κατευθυνόμενο *γράφημα* G *, η προσβασιμότητα με μονοπάτι για το* G *είναι συμμετρική*.

<u>Να δείξω ότι</u> ισχύει στο V: $u\ R_\mu\ v$ *implies* $v\ R_\mu\ u$

Υποθέτω ότι αληθεύει $\alpha\ R_\mu\ \beta$

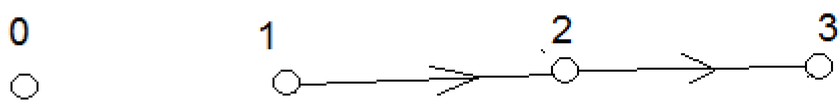
Άρα υπάρχει *μονοπάτι* $\delta = (\alpha, e, \ldots, x, \{x, \beta\}, \beta)$

Θέλω να αληθεύει $\beta\ R_\mu\ \alpha$

<u>Αντιστρέφω</u> την δ

και έχω το *μονοπάτι* $(\beta, \{x, \beta\}, x, \ldots, e, \alpha)$

ΕΡΩΤΗΜΑ 3 Βρείτε ένα κατευθυνόμενο γράφημα όπου οι σχέσεις R_μ , R_δ ταυτίζονται.

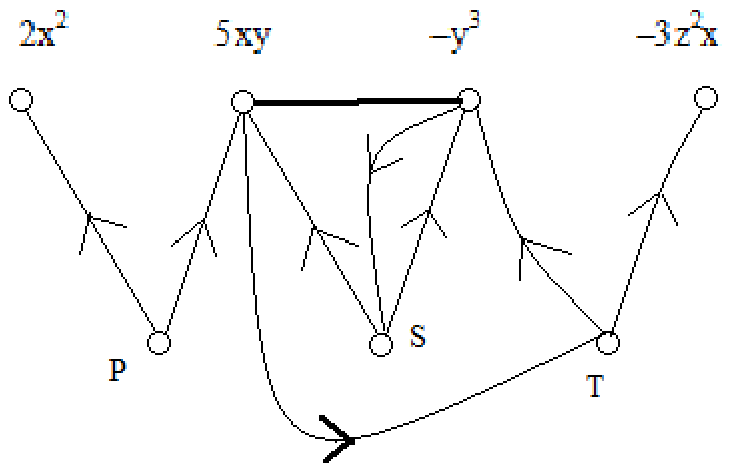


ΕΡΩΤΗΜΑ 4

Βρείτε μια συνθήκη για ένα κατευθυνόμενο γράφημα G , που να είναι *ικανή και αναγκαία* για να ταυτίζονται οι σχέσεις R_μ , R_δ στο G .

Σε ποιά μη-κατευθυνόμενα γραφήματα ταυτίζονται οι σχέσεις R_μ , R_δ ;

Γ



ΚΥΚΛΟΣ ΤΟΥ **Γ**

(5xy , (5xy, T) , T , (T, $-y^3$) , $-y^3$, **{ 5xy, $-y^3$ }** , 5xy)

Η διαδρομή ($-y^3$, **{ 5xy, $-y^3$ }** , 5xy, **{ 5xy, $-y^3$ }** , $-y^3$)

δεν είναι κύκλος του **Γ**

Η διαδρομή ($-y^3$, ($-y^3$, S) , S , (S , $-y^3$) , $-y^3$)

είναι κύκλος του **Γ**

ΓΡΑΦΗΜΑ **Γ** = (V, E) *συμβολίζει* μία σχέση προσβασιμότητας με κύκλο $\mathbf{R_κ}$

Πεδίο ορισμού της $\mathbf{R_κ}$ είναι το V

$\mathbf{R_κ}$ (x, y) = true :

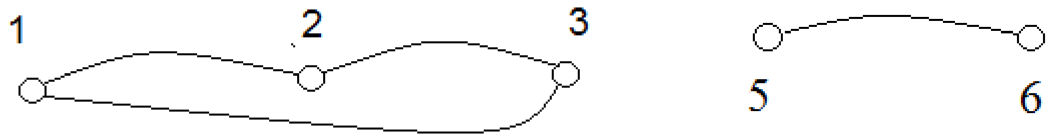
στο G υπάρχει (ένας τουλάχιστον) *κύκλος*

που περιέχει τις κορυφές x και y .

ΕΡΩΤΗΜΑ 5

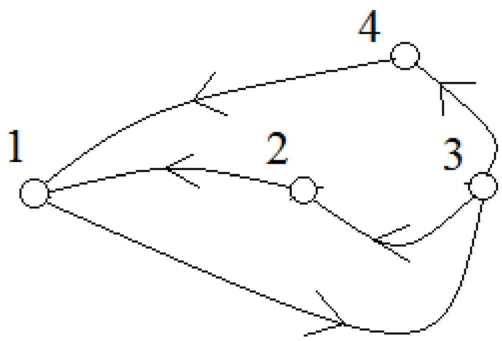
Βρείτε ζεύγη κορυφών όπου αληθεύει / δεν αληθεύει η προσβασιμότητα με κύκλο.

Γ1



$\mathbf{R}_{\kappa}(1,\ 3) = \mathbf{R}_{\kappa}(2,\ 2) = \text{true}$ $\mathbf{R}_{\kappa}(5,\ 5) = \mathbf{R}_{\kappa}(5,\ 6) = \text{false}$

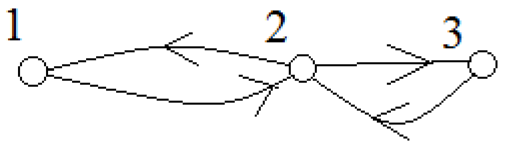
Γ2



$\mathbf{R}_{\kappa}(4,\ 2) = \mathbf{R}_{\kappa}(2,\ 4) = \mathbf{R}_{\kappa}(4,\ 4) = \text{false}$

$\mathbf{R}_{\kappa}(1,\ 2) = \mathbf{R}_{\kappa}(2,\ 1) = \mathbf{R}_{\kappa}(1,\ 1) = \text{true}$

1 *Υπάρχουν γραφήματα όπου η προσβασιμότητα με κύκλο* δεν *είναι μεταβατική*.



Αληθεύει ότι $1\ R_κ\ 2$ *and* $2\ R_κ\ 3$

Δεν αληθεύει ότι $1\ R_κ\ 3$

2 *Για κάθε γράφημα* G *, η προσβασιμότητα με κύκλο για το* G *είναι συμμετρική*.

<u>Να δείξω ότι</u> ισχύει στο V: $u\ R_κ\ v$ *implies* $v\ R_κ\ u$

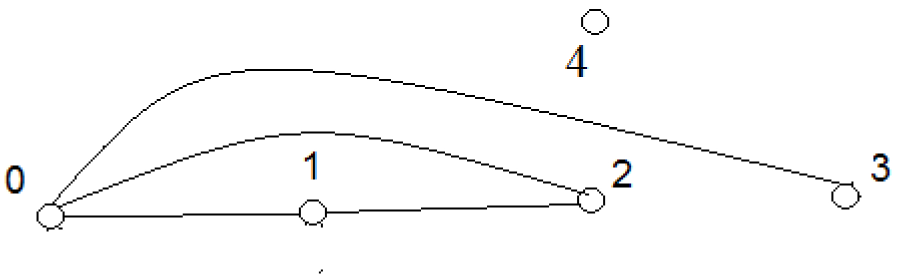
Υποθέτω ότι αληθεύει $α\ R_κ\ β$

Άρα υπάρχει κύκλος $δ = (α, e, \ldots β, \ldots f, α)$

Θέλω να αληθεύει $β\ R_κ\ α$

Παίρνω τον κύκλο $δ = (α, e, \ldots β, \ldots f, α)$

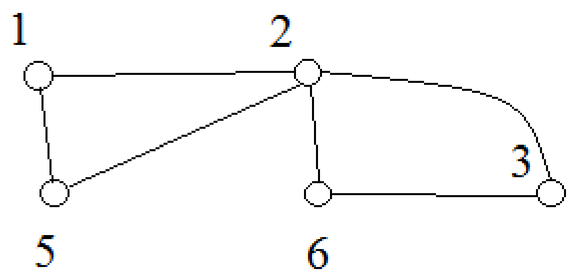
ΕΡΩΤΗΜΑ 6 Βρείτε ένα μη-κατευθυνόμενο γράφημα όπου η προσβασιμότητα με κύκλο είναι μεταβατική.



$u\ R_κ\ v$ μόνο άν: $\{u, v\} \subseteq \{1, 2, 0\}$

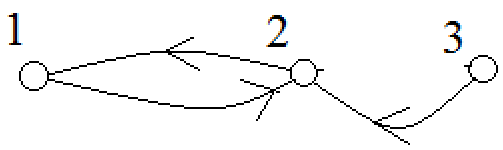
Άν $(u\ R_κ\ \mathbf{v}$ *and* $\mathbf{v}\ R_κ\ w)$: $\{u, v, w\} \subseteq \{1, 2, 0\}$

ΕΡΩΤΗΜΑ 7 Βρείτε γραφήματα όπου η προσβασιμότητα με κύκλο είναι / δεν είναι μεταβατική.



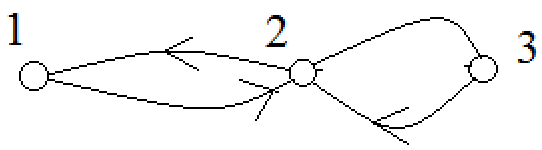
Αληθεύει ότι $1\ R_κ\ 2$ *and* $2\ R_κ\ 3$ Δεν αληθεύει ότι $1\ R_κ\ 3$

Δ1



Άν (u $\mathbf{R_κ}$ **v** *and* **v** $\mathbf{R_κ}$ w) τότε u, v, w ∈ {1, 2} : άρα u $\mathbf{R_κ}$ w

Δ2



$\mathbf{R_κ}$ (1, **2**) = $\mathbf{R_κ}$ (**2**, 3) = true $\mathbf{R_κ}$ (1, 3) = false