

Μεταβατικότητα

Η σχέση θ με πεδίο ορισμού A λέγεται **μεταβατική** μόνο όταν:

ΓΙΑ ΚΑΘΕ $u \in A$

ΓΙΑ ΚΑΘΕ $v \in A$

ΓΙΑ ΚΑΘΕ $w \in A$

Άν $\theta(u, v) = \theta(v, w) = \text{true}$, τότε $\theta(u, w) = \text{true}$

Εύρεση αντιπαραδείγματος της μεταβατικότητας

ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΚΟΡΥΦΗ $u \in A$

ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΚΟΡΥΦΗ $v \in A$

ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΚΟΡΥΦΗ $w \in A$

If $\theta(u, v) = \text{true}$ and $\theta(v, w) = \text{true}$ and $\theta(u, w) = \text{false}$

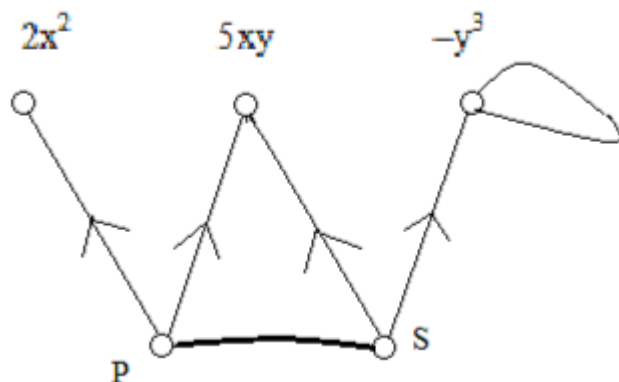
Then (u, v, w) είναι αντιπάρδειγμα της μεταβατικότητας

Μία σχέση είναι μεταβατική *άν και μόνο αν* :

Δεν υπάρχει αντιπάρδειγμα της μεταβατικότητας

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ (ΜΗ) ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ

Γ



θ_Γ όχι μεταβατική:

$$\theta_\Gamma(P, S) = \text{true} \quad \theta_\Gamma(S, P) = \text{true} \quad \theta_\Gamma(P, P) = \text{false}$$

Η τριάδα (P, S, P) είναι αντιπαράδειγμα της μεταβατικότητας της θ_Γ

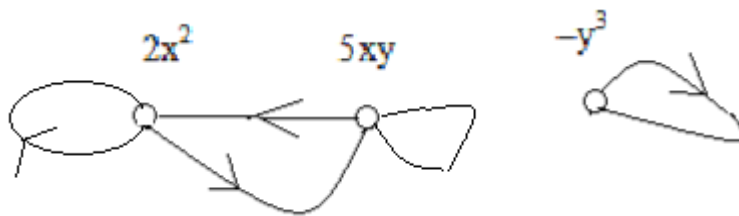
$$\theta_\Gamma(P, S) = \text{true}, \quad \theta_\Gamma(S, -y^3) = \text{true}, \quad \theta_\Gamma(P, -y^3) = \text{false}$$

Η τριάδα $(P, S, -y^3)$ είναι αντιπαράδειγμα της μεταβατικότητας της θ_Γ

$$\theta_\Gamma(S, -y^3) = \text{true}, \quad \theta_\Gamma(-y^3, -y^3) = \text{true}, \quad \theta_\Gamma(S, -y^3) = \text{true}$$

Η τριάδα $(S, -y^3, -y^3)$ δεν είναι αντιπαράδειγμα της μεταβατικότητας της θ_Γ

Δ

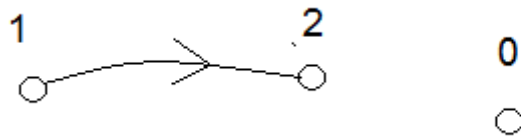


θ_Δ μεταβατική: Ελέγχοντας κάθε δυνατή τριάδα κορυφών, καταλήγουμε ότι δεν υπάρχει αντιπαράδειγμα της μεταβατικότητας της θ_Δ .

Οι δυνατές τριάδες κορυφών του γραφήματος Δ είναι 27.

Μπορείτε να κάνετε τον έλεγχο συντομότερα;

\mathbf{E}



θ_E μεταβατική:

Δεν μπορεί να υπάρξει αντιπαράδειγμα, επειδή δεν υπάρχει τριάδα (u, v, w) ώστε $\theta_E(u, v) = \theta_E(v, w) = \text{true}$:

άν $\theta_E(u, v) = \text{true}$, πρέπει να είναι $u = 1$ και $v = 2$

άν $\theta_E(v, w) = \text{true}$, πρέπει να είναι $v = 1$ και $w = 2$

Άρα, δεν μπορώ να έχω $\theta_E(u, v) = \text{true}$ και $\theta_E(v, w) = \text{true}$ ταυτόχρονα.

1 Η σχέση $\theta(x, y) = \langle x > y \rangle$ με πεδίο ορισμού ένα σύνολο αριθμών A , είναι μεταβατική.

Αν $\theta(u, v) = \theta(v, w) = \text{true}$, τότε $\theta(u, w) = \text{true}$

Η σχέση $\langle x > y \rangle$ με πεδίο ορισμού το σύνολο $\{17\}$, είναι μεταβατική.

1^{ος} τρόπος Αν $\theta(u, v) = \theta(v, w) = \text{true}$, τότε $\theta(u, w) = \text{true}$

2^{ος} τρόπος Δεν υπάρχει αντιπαράδειγμα της μεταβατικότητας
 $\theta(17, 17) = \text{false}$

2 Η σχέση $\langle x \neq y \rangle$ με πεδίο ορισμού ένα σύνολο αριθμών A , μπορεί να μην είναι μεταβατική.

Όταν $A = \{6\}$ ή $A = \{\}$,
η σχέση $\langle x \neq y \rangle$ είναι μεταβατική.

Γράφημα για τη σχέση $\langle x \neq y \rangle$ όταν $A = \{6\}$:



Δεν υπάρχει αντιπαράδειγμα της μεταβατικότητας

Όταν $A = \{4, 7\}$ ή $A = \{4, 5, 6, 7\}$,
η σχέση $\langle x \neq y \rangle$ δεν είναι μεταβατική.

Γράφημα για τη σχέση $\langle x \neq y \rangle$ όταν $A = \{4, 7\}$:

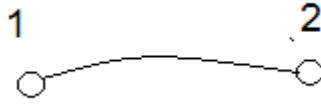


Η τριάδα $(4, 7, 4)$ είναι αντιπαράδειγμα της μεταβατικότητας: $4 \neq 7 \neq 4$, αλλά $4 = 4$

ΕΡΩΤΗΜΑ 1

Είναι σωστό ότι: Αν η σχέση θ με πεδίο ορισμού το A είναι συμμετρική, θα είναι και μεταβατική;

Αντιπαράδειγμα: Η σχέση που συμβολίζει το γράφημα

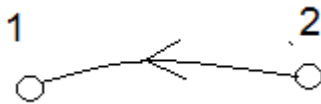


Η σχέση δεν είναι μεταβατική λόγω του αντιπαραδείγματος $(1, 2, 1)$.

ΕΡΩΤΗΜΑ 2

Είναι σωστό ότι: Αν η σχέση θ με πεδίο ορισμού το A είναι μεταβατική, θα είναι και συμμετρική;

Αντιπαράδειγμα: Η σχέση που συμβολίζει το γράφημα



Δεν υπάρχουν u, v, w ώστε $\theta(u, v) = \text{true}$ and $\theta(v, w) = \text{true}$, άρα δεν υπάρχει αντιπαράδειγμα της μεταβατικότητας: η σχέση είναι μεταβατική.

ΕΡΩΤΗΜΑ 3

Είναι σωστό ότι: Η σχέση « $x \neq y$ » με πεδίο ορισμού ένα σύνολο αριθμών A είναι μεταβατική, *άν και μόνο αν* το A έχει το πολύ ένα στοιχείο;

ΕΡΩΤΗΜΑ 4 Έστω ότι το γράφημα Γ συμβολίζει μια μεταβατική σχέση.

Επιβεβαιώστε ότι: Αν στο Γ υπάρχει διαδρομή από κάποια κορυφή u σε κορυφή v , θα υπάρχει και ακμή από την u στην v .

ΕΡΩΤΗΜΑ 5 Έστω ότι για κάποιο γράφημα Γ : Αν υπάρχει διαδρομή από κάποια κορυφή u σε κορυφή v , θα υπάρχει και ακμή από την u στην v .

Επιβεβαιώστε ότι: Το γράφημα Γ συμβολίζει μια μεταβατική σχέση.