

ΙΣΟΔΥΝΑΜΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΣΥΝΟΛΟΥ

1 Βρείτε αν ισχύουν τα παρακάτω:

Σωστό ή Λάθος

$$\{ x \mid x \text{ ακέραιο και } -1 < x < A \}$$

$$= \{ x \mid x \text{ ακέραιο και } 1 > -x > -A \}$$

Σ

$$\{ x \mid x \text{ ακέραιο και } -1 < x < A^2 \} =$$

$$= \{ x \mid x \text{ ακέραιο και } -1 < x < A^2 + 1 \}$$

Λ

$$\{ x \mid x \text{ ακέραιο και } -1 < x < A \} =$$

$$= \{ x \mid x \text{ ακέραιο και } -1 < x < A + 1 \}$$

Σ *οταν* $A \leq -1$

Λ *οταν* ; ;

ΙΣΧΥΡΟΤΕΡΗ / ΑΣΘΕΝΕΣΤΕΡΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ

2 Βρείτε για ποιές τιμές του A αληθεύουν τα παρακάτω:

$$\{ x \mid x \text{ ακέραιο και } -1 < x < 0 \}$$

$$\supseteq \{ x \mid x \text{ ακέραιο και } -1 < x < A \}$$

$$\{ x \mid x \text{ ακέραιο και } -1 < x < 2 \} =$$

$$\subseteq \{ x \mid x \text{ ακέραιο και } -1 < x < A+1 \}$$

$$\{ x \mid x \text{ ακέραιο και } 1 < x < 0 \}$$

$$\supseteq \{ x \mid x \text{ ακέραιο και } A < x < \mathbf{17} \}$$

$$\{ x \mid x \text{ ακέραιο και } 1 < x < 0 \}$$

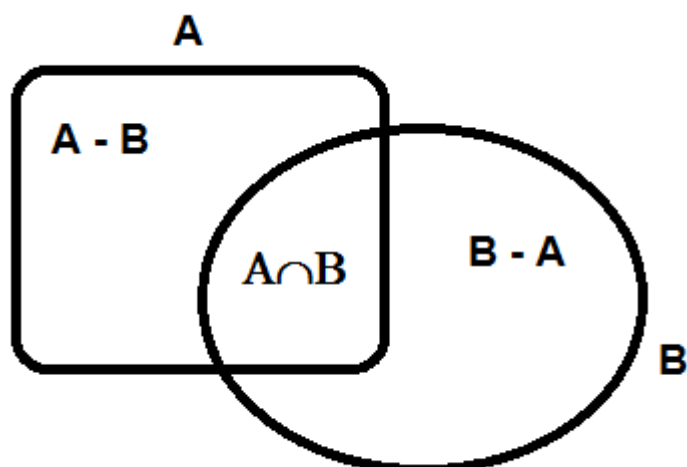
$$\supseteq \{ x \mid x \text{ ακέραιο και } 1 < x < \mathbf{A} \}$$

ΠΡΑΞΕΙΣ ΣΥΝΟΛΩΝ

$$\mathbf{A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ και } x \in B \}}$$

$$\mathbf{A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ είτε } x \in B \}}$$

$$\mathbf{A - B = \{ x \mid x \in A \text{ και } x \notin B \}}$$



Να επαληθευτεί ότι ισχύει: $(\mathbf{A - B}) \cap (\mathbf{B - A}) = \{ \}$

$$\{ x \mid x \in A \text{ και } x \notin B \} \cap \{ x \mid x \in B \text{ και } x \notin A \}$$

$$= \{ x \mid x \in A \text{ και } x \notin B \text{ και } x \in B \text{ και } x \notin A \}$$

$$= \{ x \mid x \in A \text{ και } (x \notin B \text{ και } x \in B) \text{ και } x \notin A \}$$

$$= \{ \}$$

Να επαληθευτεί ότι ισχύουν:

$$(\mathbf{A - B}) \cup (\mathbf{B - A}) = (\mathbf{A \cup B}) - (\mathbf{A \cap B})$$

$$(\mathbf{A - B}) \cup (\mathbf{A \cap B}) = \mathbf{A}$$

ΠΟΣΟΔΕΙΚΤΕΣ 2a

Σωστό ή Λάθος

Για κάθε x αληθεύει ότι :

$$\{ 1, \alpha, 0, x \} \supseteq \{ 0, x, 1 \} \quad \Sigma$$

$$\{ x \mid \{ 1, \alpha, 0, x \} \text{ δεν περιέχει το } \{ 0, x, 1 \} \} = \{ \}$$

Για κάθε x : $\{ 1, x, 0 \} \subseteq \{ 0, 1 \}$ Λ

$$\{ x \mid \{ 1, x, 0 \} \text{ δεν περιέχεται στο } \{ 0, 1 \} \} \neq \{ \}$$

Υπάρχει (τουλάχιστον ένα) x τέτοιο ώστε :

$$\{ 1, x, 0 \} \subseteq \{ 0, 1 \} \quad \Sigma$$

$$\{ x \mid \{ 1, x, 0 \} \text{ περιέχεται στο } \{ 0, 1 \} \} \neq \{ \}$$

Υπάρχει x ώστε :

$$\{ 1, x, 0, \alpha \} \subseteq \{ x, 1 \} \quad \Lambda$$

$$\{ x \mid \{ 1, x, 0, \alpha \} \text{ περιέχεται στο } \{ x, 1 \} \} = \{ \}$$

ΠΟΣΟΔΕΙΚΤΕΣ 2b

Σωστό ή Λάθος

Για κάθε x :

Υπάρχει y ώστε :

$$\{0, 1, x\} \subseteq \{0, 1, y\} \quad \Sigma$$

Δικαιολόγηση

Έστω ότι μου δίνεται μία (τυχαία) τιμή, T , για την μεταβλητή x :

Επιλέγω να δώσω στην μεταβλητή y την τιμή T ,
και έτσι η σχέση $\{0, 1, x\} \subseteq \{0, 1, y\}$ επαληθεύεται.

Συνοπτικά: η πρόταση «Υπάρχει y ώστε : $\{0, 1, x\} \subseteq \{0, 1, y\}$ »
αληθεύει για τυχαίο x .

Για κάθε x :

Υπάρχει y ώστε :

$$\{0, 1, x, \alpha\} \subseteq \{0, 1, y\} \quad \Lambda$$

Δικαιολόγηση

Έστω ότι μου δίνεται μία (τυχαία) τιμή, T , για την μεταβλητή x :

Αν η τιμή T είναι διαφορετική από τα $0, 1, \alpha$,
το σύνολο $\{0, 1, x, \alpha\}$ θα έχει τέσσερα στοιχεία.

Το σύνολο $\{0, 1, y\}$ έχει το πολύ τρία στοιχεία,
επομένως δεν μπορώ να επιλέξω τιμή για την y
ώστε η σχέση $\{0, 1, x, \alpha\} \subseteq \{0, 1, y\}$ να επαληθεύεται.

Συνοπτικά: η πρόταση «Υπάρχει y ώστε : $\{0, 1, x, \alpha\} \subseteq \{0, 1, y\}$ »
δεν αληθεύει για x διαφορετικό από τα $0, 1, \alpha$.

Σωστό ή Λάθος

Υπάρχει y ώστε :

Για κάθε x :

$$\{ 0, 1, x \} \subseteq \{ 0, 1, y \} \quad \Lambda$$

Δικαιολόγηση

Έστω ότι επιλέγω την τιμή A για την μεταβλητή y .

Αν μου δοθεί μία τιμή για την μεταβλητή x

που είναι διαφορετική από τα $0, 1, A$:

η σχέση $\{ 0, 1, x \} \subseteq \{ 0, 1, y \}$ δεν θα αληθεύει.

Συνοπτικά: δεν υπάρχει τιμή για την y , ώστε

η πρόταση « **Για κάθε x :** $\{ 0, 1, x \} \subseteq \{ 0, 1, y \}$ » να αληθεύει.

Υπάρχει y ώστε :

Για κάθε x :

$$\{ 0, 1, x \} \supseteq \{ 0, 1, y \} \quad \Sigma$$

Δικαιολόγηση

Έστω ότι επιλέγω την τιμή 1 για την μεταβλητή y .

Αν μου δοθεί μία (τυχαία) τιμή T για την μεταβλητή x

η σχέση $\{ 0, 1, x \} \supseteq \{ 0, 1, y \}$ θα αληθεύει.

Συνοπτικά: υπάρχει τιμή για την y , ώστε

η πρόταση « **Για κάθε x :** $\{ 0, 1, x \} \supseteq \{ 0, 1, y \}$ » να αληθεύει.