Αναζήτηση διαδρομών

Input *γράφημα* $\underline{G} = (V, E)$, *αρχική κορυφή* $\underline{s}$
Output το σύνολο $\underline{\Sigma(s)} = \{ s \} \cup \{ x \mid$ αληθεύει ότι $s\ R_\delta\ x \}$

<u>*Search*(G , s)</u>

Result ← { } *Active* ← { s }

L1 : *ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΚΟΡΥΦΗ* **u** ∈ *Active*

Result ← *Result* ∪ { **u** }
Active ← *Active* − { **u** }

L2 : *ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΑΚΜΗ* (**u**, v) ή {**u**, v} του G

If v ∉ (*Active* ∪ *Result*)
then *Active* ← *Active* ∪ { v }

***Loop Invariant για τον βρόχο* L1**

Πριν και μετά από κάθε μία εκτέλεση του βρόχου **L1** *θα ισχύουν τα εξής*:

i Άν το σύνολο *Active* ∪ *Result* περιέχει μία κορυφή $x \neq s$:
στο γράφημα G θα υπάρχει *μονοπάτι* από την s στην x .

Άρα (*Active* ∪ *Result*) ⊆ $\mathbf{\Sigma(s) = \{s\} \cup \{ x \mid}$ **αληθεύει ότι** $\mathbf{s\ R_\delta\ x \}}$

Στο Παράδειγμα υπάρχουν τα μονοπάτια:

$x = 5xy$	$(S , (S, 5xy) , 5xy)$
$x = -y^3$	$(S , (S, -y^3) , -y^3)$
$x = T$	$(S , (S, 5xy) , 5xy , (5xy, T) , T)$
$x = -3z^2x$	$(S , (S, -y^3) , -y^3, (-y^3,-3z^2x) ,-3z^2x)$

ii Άν το σύνολο **Σ(s)** – (*Active* ∪ *Result*) περιέχει μία κορυφή y :

στο γράφημα G θα υπάρχει διαδρομή (s , ... **u** , (**u**, v) , v , ... y)
είτε (s , ... **u** , {**u**, v} , v , ... y) ,

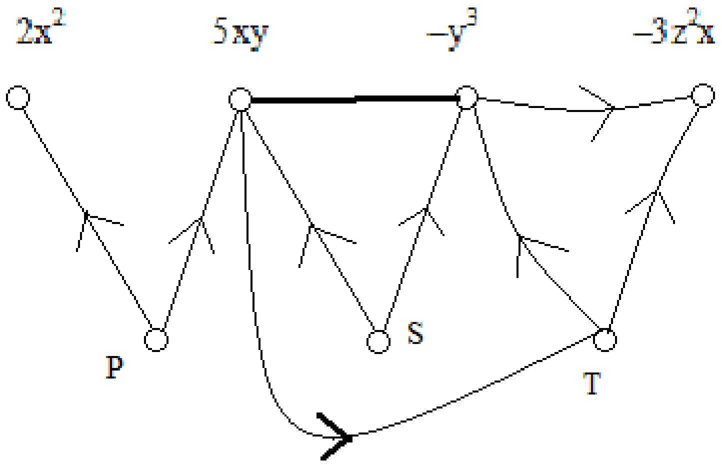
όπου **u** ∈ *Active*
v ∉ (*Active* ∪ *Result*)

Από την *Loop Invariant για τον βρόχο* **L1** :

Άν μετά από μία *εκτέλεση του βρόχου* **L1** είναι *Active* = { } ,
θα αληθεύει ότι *Result* = **Σ(s)**

Παράδειγμα Αναζήτηση στο γράφημα **Γ** από αρχική κορυφή **S**

Γ



	u	*Result*	*Active*	
1		{ }	{ S }	
2	**S**	{ S }	{ }	
3			{ 5xy }	από ακμή (S, 5xy)
4			{ 5xy , $-y^3$ }	από ακμή (S, $-y^3$)
5	**5xy**	{ S , 5xy }	{ $-y^3$ }	
6			{ $-y^3$ }	από ακμή {5xy , $-y^3$ }
7			{ $-y^3$, T }	από ακμή (5xy, T)
8	$\boldsymbol{-y^3}$	{ S , 5xy , $-y^3$}	{ T }	
9			{ T }	από ακμή {5xy , $-y^3$ }
10			{ T , $-3z^2x$ }	από ακμή ($-y^3$,$-3z^2x$)
11	**T**	{ S , 5xy , $-y^3$, T }	{ $-3z^2x$ }	
12			{ $-3z^2x$ }	από ακμή (T, $-y^3$)
13			{ $-3z^2x$ }	από ακμή (T, $-3z^2x$)
14	$\boldsymbol{-3z^2x}$	{ S , 5xy, $-y^3$, T, $-3z^2x$ }	{ }	

ΕΡΩΤΗΜΑ 1

Έστω ότι: στο βήμα 3 εξετάζεται η ακμή (S, $-y^3$) ,
στο βήμα 4 εξετάζεται η ακμή (S, 5xy) .

Συμπληρώστε την εκτέλεση του αλγορίθμου αναζήτησης.

Υπολογισμός της συνεκτικής συνιστώσας κορυφής

Έστω $G = (V, E)$ ένα μη-κατευθυνόμενο γράφημα και u μία κορυφή του G .

<u>Εκτελώ αναζήτηση διαδρομών</u> στο G , από την αρχική κορυφή u :

Από τις Ιδιότητες της αναζήτησης διαδρομών,

Result = $\mathbf{\{u\} \cup \{ x \mid}$ **αληθεύει ότι** $\mathbf{u\ R_\delta\ x \} = \Sigma(u)}$

$H(u) = (\mathbf{\Sigma(u)} ,\ \{ \{x, y\} \mid x , y \in \mathbf{\Sigma(u)}$ και $\{x, y\} \in E \})$

Υπολογισμός των συνεκτικών συνιστωσών

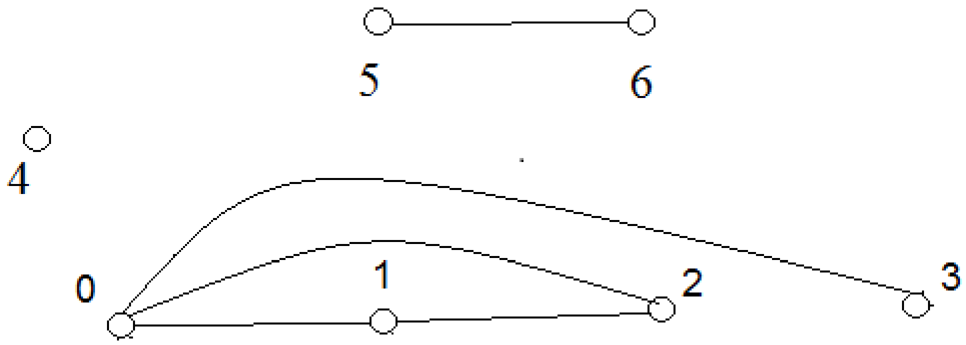
Έστω $G = (V, E)$ ένα μη-κατευθυνόμενο γράφημα.

<u>*Connected-components* (G)</u>

Rest $\leftarrow$ V *Components* $\leftarrow \{ \}$

L: *ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΚΟΡΥΦΗ* u $\in$ *Rest*

Component [u] $\leftarrow$ H(u) % η συνεκτική συνιστώσα της u
Rest $\leftarrow$ *Rest* – Σ(u)
Components $\leftarrow$ *Components* $\cup$ { Component [u] }



Σ(0) = {0, 1, 2, 3} Σ(4) = {4} Σ(5) = {5, 6}

Υπολογισμός των συνεκτικών συνιστωσών μέσω συγχωνεύσεων

Έστω $G = (V, E)$ ένα μη-κατευθυνόμενο γράφημα, $V = \{1, \ldots n\}$

<u>*Connected-components* (G)</u>

$C1 \leftarrow (\{1\}, \emptyset)$
. . .
$Cn \leftarrow (\{n\}, \emptyset)$

Components $\leftarrow \{ C1, \ldots Cn \}$

Rest $\leftarrow$ E

L: *ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΑΚΜΗ* $e \in$ *Rest*

Rest $\leftarrow$ *Rest* $- \{e\}$

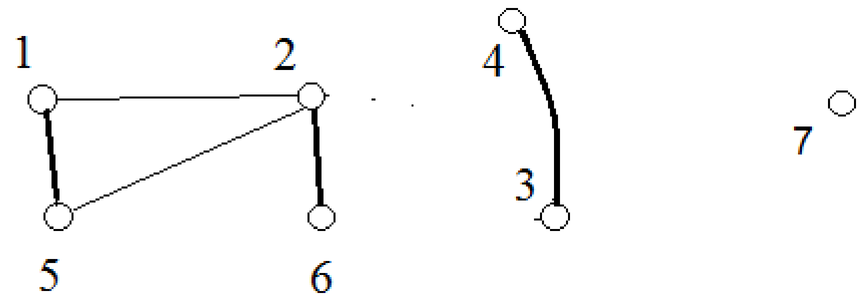
If $e = \{x, y\}$
$x \in Cj = (Vj, Ej)$
$y \in Ck = (Vk, Ek)$
$j < k$

then $Cj \leftarrow Cj \cup Ck = (Vj \cup Vk, Ej \cup Ek \cup \{e\})$
Components $\leftarrow$ *Components* $- \{ Ck \}$

else $Cj \leftarrow (Vj, Ej \cup \{e\})$ % $j = k$

ΕΡΩΤΗΜΑ 2

Εκτελέστε τον αλγόριθμο συγχωνεύσεων στο παρακάτω γράφημα.



E = { {1 , 5} , {2 , 6} , {4 , 3} , {2 , 5} , {1 , 2} }

C1	{1}	{1, 5}	{1, 5}	{1, 5}	{1, 5, 2, 6}	{1, 5, 2, 6}
C2	{2}		{2, 6}	{2, 6}	{1, 5, 2, 6}	{1, 5, 2, 6}
C3	{3}			{3, 4}	{3, 4}	{3, 4}
C4	{4}			{3, 4}	{3, 4}	{3, 4}
C5	{5}	{1, 5}	{1, 5}	{1, 5}	{1, 5, 2, 6}	{1, 5, 2, 6}
C6	{6}		{2, 6}	{2, 6}	{1, 5, 2, 6}	{1, 5, 2, 6}
C7	{7}					{7}

***Loop Invariant για τον βρόχο* L**

Μετά από κάθε μία εκτέλεση του βρόχου **L** *θα αληθεύει ότι*:

Τα υπο-γραφήματα της λίστας *Components*
είναι *οι συνεκτικές συνιστώσες του* γραφήματος (V, E – Rest) .

Από την *Loop Invariant για τον βρόχο* L **προκύπτει**:

Όταν *Rest* = ∅ , η λίστα *Components* αποτελείται από
τις συνεκτικές συνιστώσες του G = (V, E) .

ΕΡΩΤΗΜΑ 3

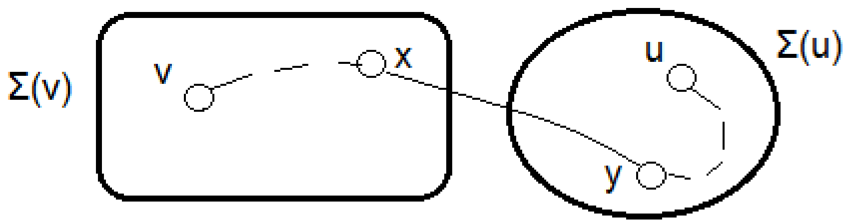
Επιβεβαιώστε ότι: *Μετά από κάθε μία εκτέλεση του βρόχου* **L** ,
τα υπο-γραφήματα της λίστας *Components* είναι *οι συνεκτικές συνιστώσες του* γραφήματος (V, E – Rest) .

1) *Ελέγχουμε* ότι η συνθήκη αληθεύει πρίν από την *πρώτη* εκτέλεση του βρόχου **L** – όταν Rest = E .

2) *Υποθέτουμε* ότι: δίνεται ένας ακέραιος *K* > 0 , ώστε η συνθήκη να αληθεύει πρίν από την *K-στή* εκτέλεση του βρόχου **L** – έστω ότι το Rest είναι τότε ένα σύνολο ακμών Z .

   Ελέγχουμε ότι η συνθήκη θα αληθεύει *μετά* από την *K-στή* εκτέλεση του βρόχου **L** – όταν το Rest θα είναι Z – {e} .

   Έστω Cj = H(v) , Ck = H(u) οι συνεκτικές συνιστώσες
   των v , u στο (V , E – Z) , j < k .



   Μετά από την *K-στή* εκτέλεση του βρόχου **L** :

   Cj = H(v) ∪ H(u) θα είναι η συνεκτική συνιστώσα της v

   στο γράφημα (V , (E – Z) ∪ {e}) = (V , E – (Z – {e})) .