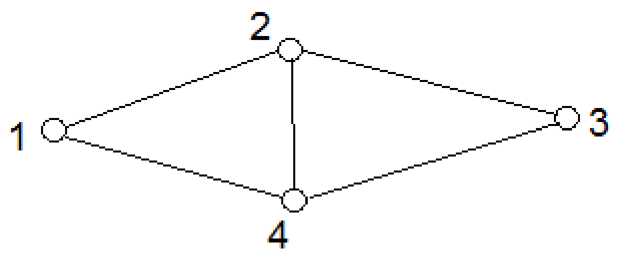
Kirchoff Voltage Law



C1 = (1 _ 2 _ 4 _ 1) **eq(C1) :** V(1, 2) + V(2, 4) + V(4, 1) = 0

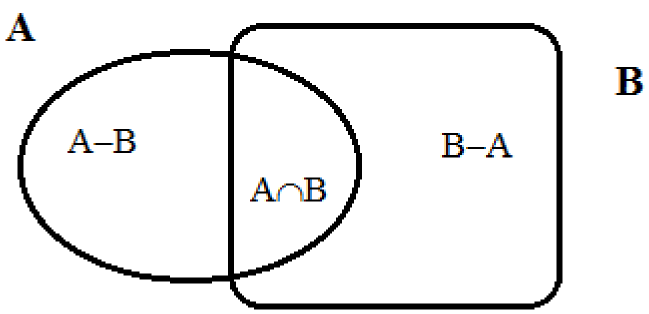
C2 = (2 _ 3 _ 4 _ 2) **eq(C2) :** V(2, 3) + V(3, 4) + V(4, 2) = 0

C = (1 _ 2 _ 3 _ 4 _ 1) **eq(C) :** V(1, 2) + V(2, 3) + V(3, 4) + V(4, 1) = 0

eq(C) : *πρόσθεση κατά μέλη* των **eq(C1) eq(C2)**

V(4, 2) = – V(2, 4)

C = C1 ⊕ C2 συμμετρική διαφορά των συνόλων ακμών των C1 , C2



$$\mathbf{A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B)}$$

$$= (A-B) \cup (B-A)$$

= { x | x ανήκει σε *ένα μόνο από τα* A , B }

Ιδιότητες της συμμετρικής διαφοράς

$x \in A1 \oplus (A2 \oplus (\ldots An))$, $n \geq 2$ αληθεύει

άν και μόνο άν

x ανήκει σε *περιττό αριθμό από τα* A1 , A2 ... An

i <u>Ελέγχουμε ότι</u> η (3) ισχύει για δύο σύνολα A1 , A2 .

ii <u>Υποθέτουμε ότι</u> η (3) ισχύει για k−1 σύνολα.

<u>Ελέγχουμε ότι</u> η (3) θα ισχύει για k σύνολα:

$x \in A1 \oplus (A2 \oplus \ldots Ak)$ *άν και μόνο άν*

$x \in A1$ *και* x ανήκει σε *άρτιο πλήθος των* A2 ... Ak , *ή*

$x \notin A1$ *και* x ανήκει σε *περιττό πλήθος των* A2 ... Ak

Ιδιότητες της συμμετρικής διαφοράς

$x \in A \oplus B$ αληθεύει

άν και μόνο άν

« $x \in A$ » *XOR* « $x \in B$ » αληθεύει

$A \oplus A = \varnothing$

$A \oplus \varnothing = \varnothing \oplus A = A$

$A \oplus B = B \oplus A$ *αντιμεταθετικότητα*

$A \oplus (B \oplus \Gamma) = (A \oplus B) \oplus \Gamma$ *προσεταιριστικότητα*

ΕΡΩΤΗΜΑ 1 Απλοποιείστε τις παρακάτω παραστάσεις σε ισοδύναμές τους, ώστε κάθε ένα από τα A , B , Γ να εμφανίζεται *το πολύ μία φορά*:

$(A \oplus B) \oplus (\Gamma \oplus A) \oplus (B \oplus \Gamma) \oplus (A \oplus B \oplus \Gamma)$

$(A \oplus B \oplus \Gamma) \oplus B \oplus (\Gamma \oplus A \oplus B) \oplus \Gamma \oplus (B \oplus \Gamma \oplus A)$

ΕΡΩΤΗΜΑ 2 Επιβεβαιώστε ότι:

$X \oplus A = B$ *άν και μόνο άν* $X = B \oplus A$

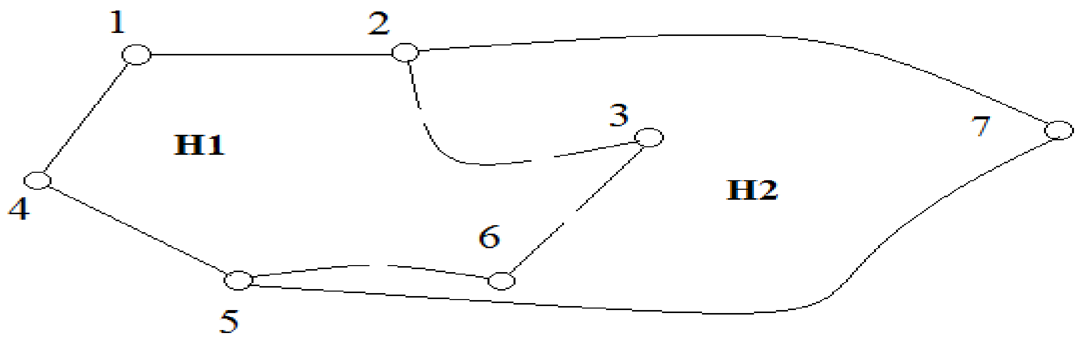
$X \oplus A = \varnothing$ *άν και μόνο άν* $X = A$

Άθροισμα μη-κατευθυνόμενων γραφημάτων

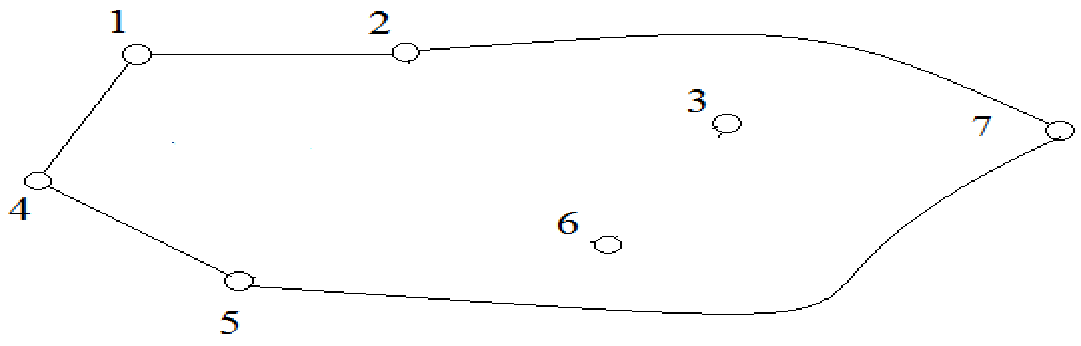
Το *άθροισμα* των μη-κατευθυνόμενων γραφημάτων **H1** = (V1, E1) , **H2** = (V2, E2) είναι το γράφημα **H1 ⊕ H2** = (V , E) , όπου E = E1 ⊕ E2 , και V είναι οι κορυφές του V1∪V2 που είναι άκρα ακμών του E (οι κορυφές του (V1∪V2 , E1 ⊕ E2) που δεν είναι απομονωμένες).

H1 είναι ο κύκλος (1, -- , 2 , -- , 3 , -- , 6 , -- , 5 , -- , 4 , -- , 1)

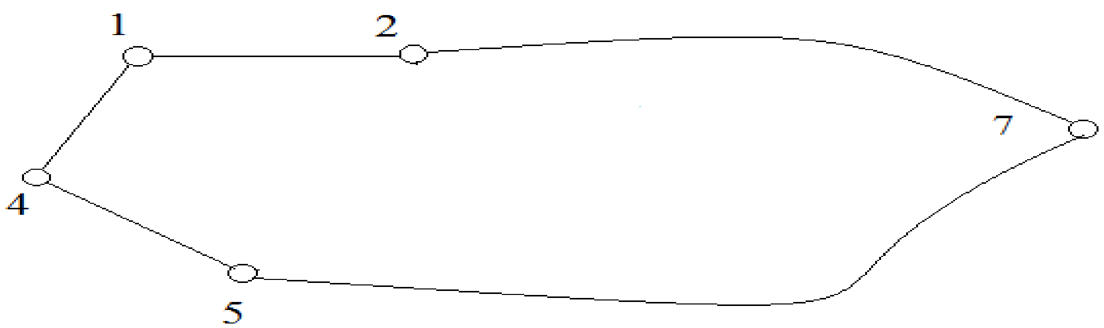
H2 είναι ο κύκλος (2 , -- , 3 , -- , 6 , -- , 5 , -- , 7 , -- , 2)



(V1∪V2 , E1 ⊕ E2)



H1 ⊕ H2



ΕΡΩΤΗΜΑ 3 Βρείτε το άθροισμα των κύκλων:

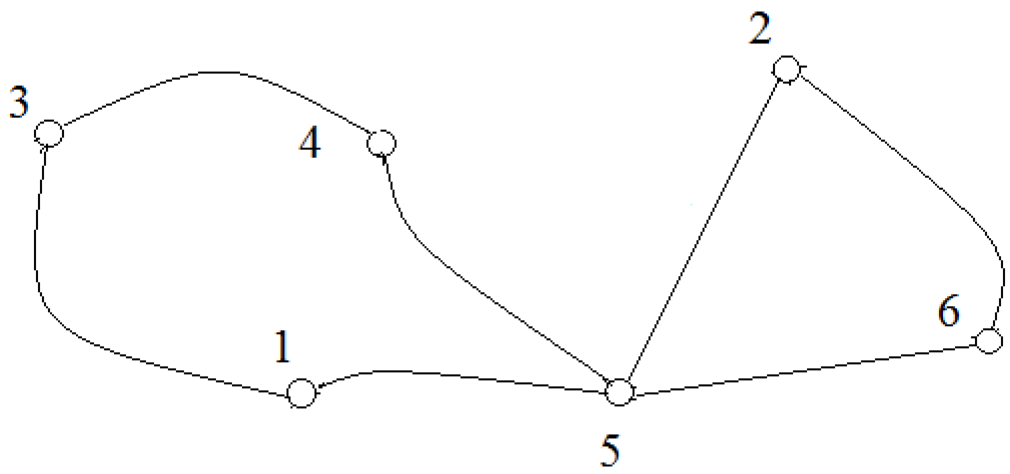
(1 , **{1, 2}** , 2 , {2, 6} , 6 , {6, 5} , 5 , **<u>{5, 4}</u>** , 4 , **{4, 1}** , 1)

(1 , **{1, 2}** , 2 , {2, 5} , 5 , **<u>{5, 4}</u>** , 4 , **{4, 1}** , 1)

(1 , {1, 5} , 5 , **<u>{5, 4}</u>** , 4 , {4, 3} , 3 , {3, 1} , 1)

Σύνολο ακμών του αθροίσματος

{2, 6} , {6, 5} , {5, 4} , {2. 5} , {1, 5} , {4, 3} , {3, 1}



ΕΡΩΤΗΜΑ 4 Βρείτε κύκλους C1 , C2 , C3 ώστε:

a το γράφημα (C1 ⊕ C2) ⊕ C3 *να είναι* κύκλος,

b κανένα από τα C1⊕C2 , C1⊕C3 , C2⊕C3 να μην είναι κύκλος.

ΘΕΩΡΗΜΑ

Ένα μη-κατευθυνόμενο γράφημα Η είναι το <u>άθροισμα κάποιων κύκλων</u>,

άν και μόνο άν το Η δεν έχει απομονωμένες κορυφές
και οι βαθμοί όλων των κορυφών του είναι άρτιοι αριθμοί,

άν και μόνο άν το Η είναι *ένωση κύκλων που δεν έχουν ανά δύο κοινή ακμή*.

***ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟΣ ΧΩΡΟΣ* Δ(G)**
***ΜΗ-ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΟΥ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ* G**

Διανύσματα Τα υπο-γραφήματα του G που:
έχουν άρτιους βαθμούς και δεν έχουν απομονωμένες κορυφές
= είναι *ένωση κύκλων του* G *που δεν έχουν ανά δύο κοινή ακμή*
= <u>είναι άθροισμα κύκλων</u> του G

Πρόσθεση Η1 ⊕ Η2

Μηδενικό διάνυσμα Το *κενό υπογράφημα* <u>0</u> = (∅ , ∅)

Η ⊕ Η = <u>0</u> Η ⊕ <u>0</u> = Η

Βαθμωτά {0 , 1} με τις πράξεις + , ˙

0+1 = 1+0 = 1 0+0 = 1+1 = 0

0 ˙ x = x ˙ 0 = 0 1 ˙ x = x ˙ 1 = x

Πολλαπλασιασμός βαθμωτού με διάνυσμα

0 ˙ Η = Η ˙ 0 = <u>0</u> 1 ˙ Η = Η ˙ 1 = Η

Οι παρακάτω ισότητες ισχύουν στον διανυσματικό χώρο του G :

Α⊕Β = Β⊕Α *αντιμεταθετικότητα*

Α ⊕ (Β⊕Γ) = (Α⊕Β) ⊕ Γ *προσεταιριστικότητα*

(λ+μ) ˙ ν = (λ ˙ ν) + (μ ˙ ν)

(λ+μ) ˙ Η = (λ ˙ Η) ⊕ (μ ˙ Η)

λ ˙ (Η1 ⊕ Η2) = (λ ˙ Η1) ⊕ (λ ˙ Η2)