ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά μαθήματα ΠΠ

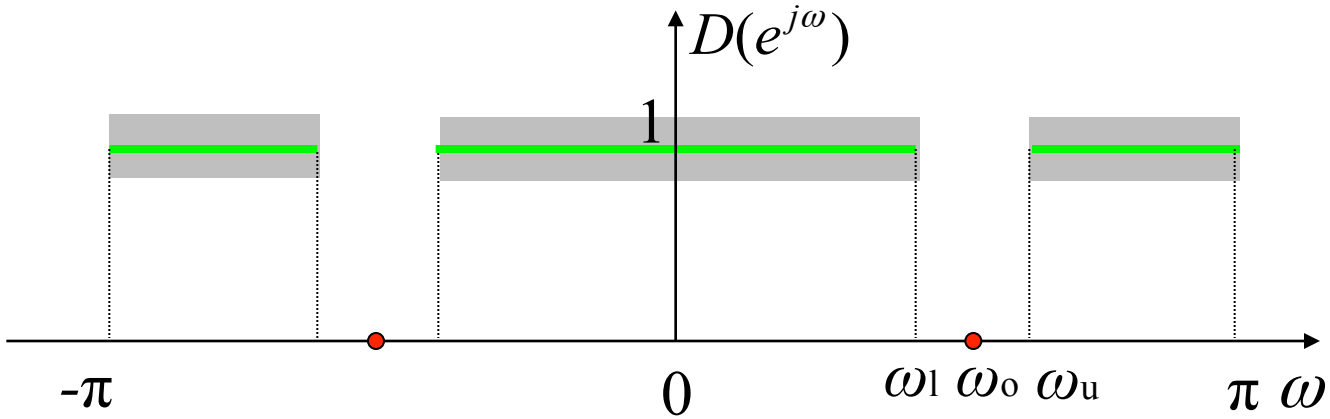
ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ

◎ Ειδικές Κατηγορίες Φίλτρων

Εμμανουήλ Ζ. Ψαράκης
Πολυτεχνική Σχολή
Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής

Φίλτρα Εγκοπής

Πρακτικές προδιαγραφές φίλτρου εγκοπής



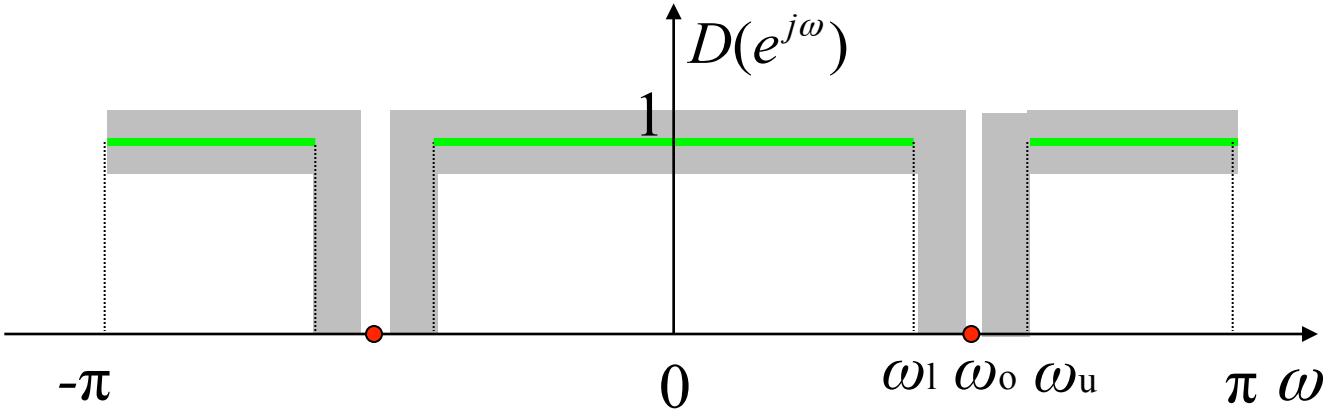
Αυστηρή απαίτηση: $H(e^{j\omega_0}) = 0$

Ικανοποίηση της απαιτήσεώς μας με χρήση FIR φίλτρων:

$$H(e^{j\omega}) = R(e^{j\omega})e^{-jN\omega}$$

Σχεδίαση FIR Φίλτρων Εγκοπής

Πρακτικές προδιαγραφές φίλτρου εγκοπής με ζώνες αδιαφορίας



Η απαίτηση μας $H(e^{j\omega_0}) = 0$ *ικανοποιείται αν:*

$$R(e^{j\omega}) = a_2\phi_2(\omega) + a_3\phi_3(\omega) + \ldots + a_N\phi_N(\omega)$$

$$\phi_n(\omega) = \cos(n\omega) - \cos(n\omega_0) - n\frac{\sin(n\omega_0)}{\sin(\omega_0)}\cos(\omega) - \cos(\omega_0)$$

Μέθοδος Ζωνών Αδιαφορίας

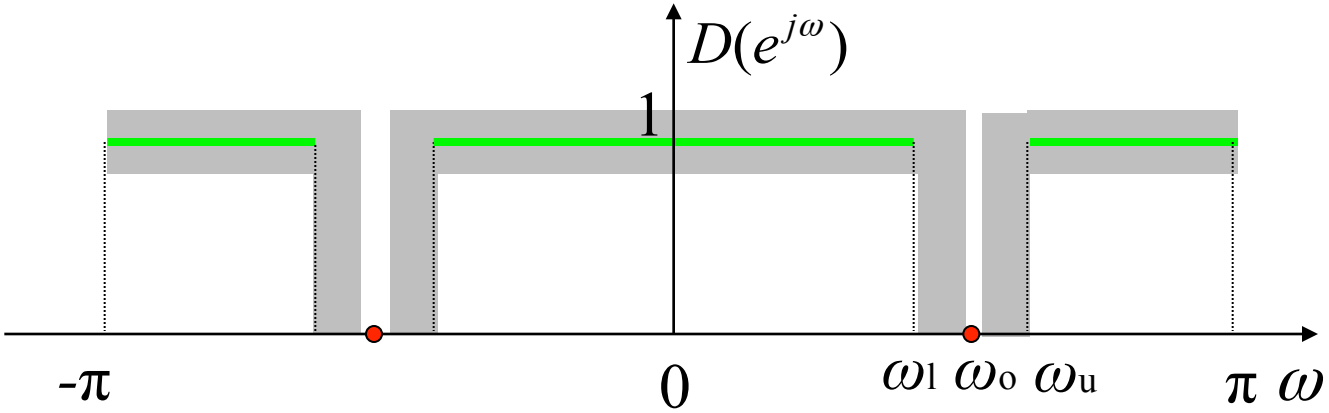
$$\min_{a_2,\ldots,a_N} E_2(a_2,\ldots,a_N)$$

Μέθοδος *Min-Max*

$$\min_{a_2,\ldots,a_N} E_\infty(a_2,\ldots,a_N)$$

Σχεδίαση FIR Φίλτρων Εγκοπής

Πρακτικές προδιαγραφές φίλτρου εγκοπής με ζώνες αδιαφορίας

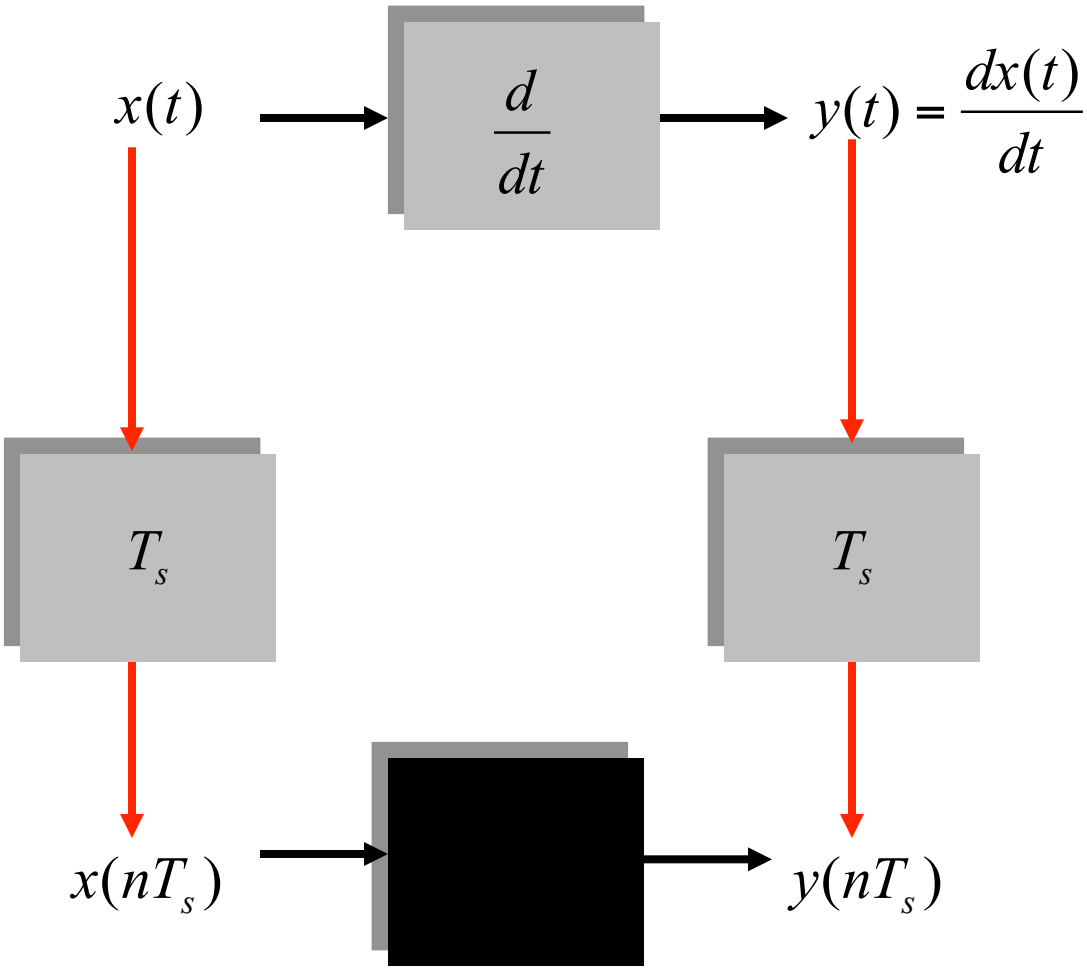


Η απαίτηση μας $H(e^{j\omega_0}) = 0$ *ικανοποιείται αν:*

$$H_s(z) = a\frac{1-2\cos(\omega_0)z^{-1}+z^{-2}}{1-2r\cos(\omega_0)z^{-1}+r^2z^{-2}}, \qquad a = \frac{1+2r\,|\cos(\omega_0)|+r^2}{2(1+|\cos(\omega_0)|)}$$

$$H_{nons}(z) = a\frac{1-2\cos(\omega_0)z^{-1}+z^{-2}}{1-(1+r^2)\cos(\omega_0)z^{-1}+r^2z^{-2}}, \qquad a = \frac{1+r^2}{2}$$

Ψηφιακοί Διαφοριστές

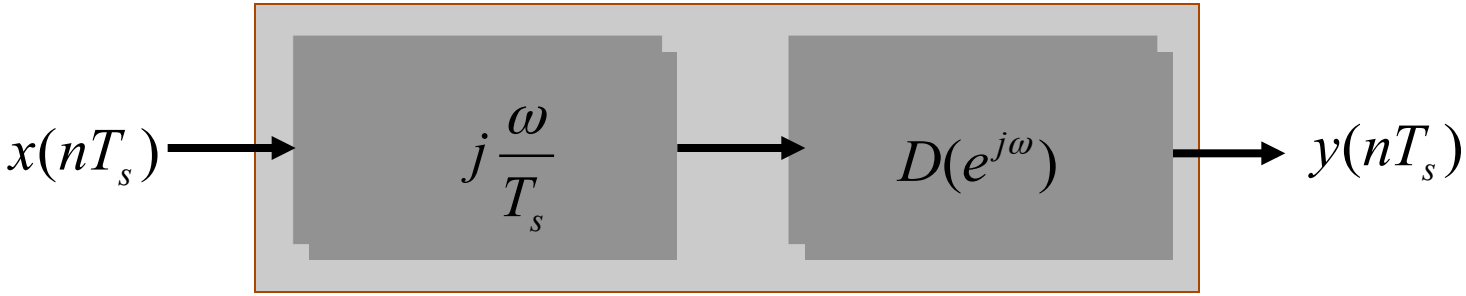


Ψηφιακοί Διαφοριστές

$$x(nT_s) \longrightarrow \boxed{D(e^{j\omega}) = j\frac{\omega}{T_s}} \longrightarrow y(nT_s)$$

$$F\{x(nT_s)\} = X(e^{j\omega}) = \frac{1}{T_s}\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_a\left(j\frac{\omega - 2k\pi}{T_s}\right)$$

Ψηφιακοί Διαφοριστές και Φίλτρα



Απόκριση Συχνότητας FIR Φίλτρου

$$H(e^{j\omega}) = e^{-jN\omega + j\frac{\pi}{2}} R(e^{j\omega})$$

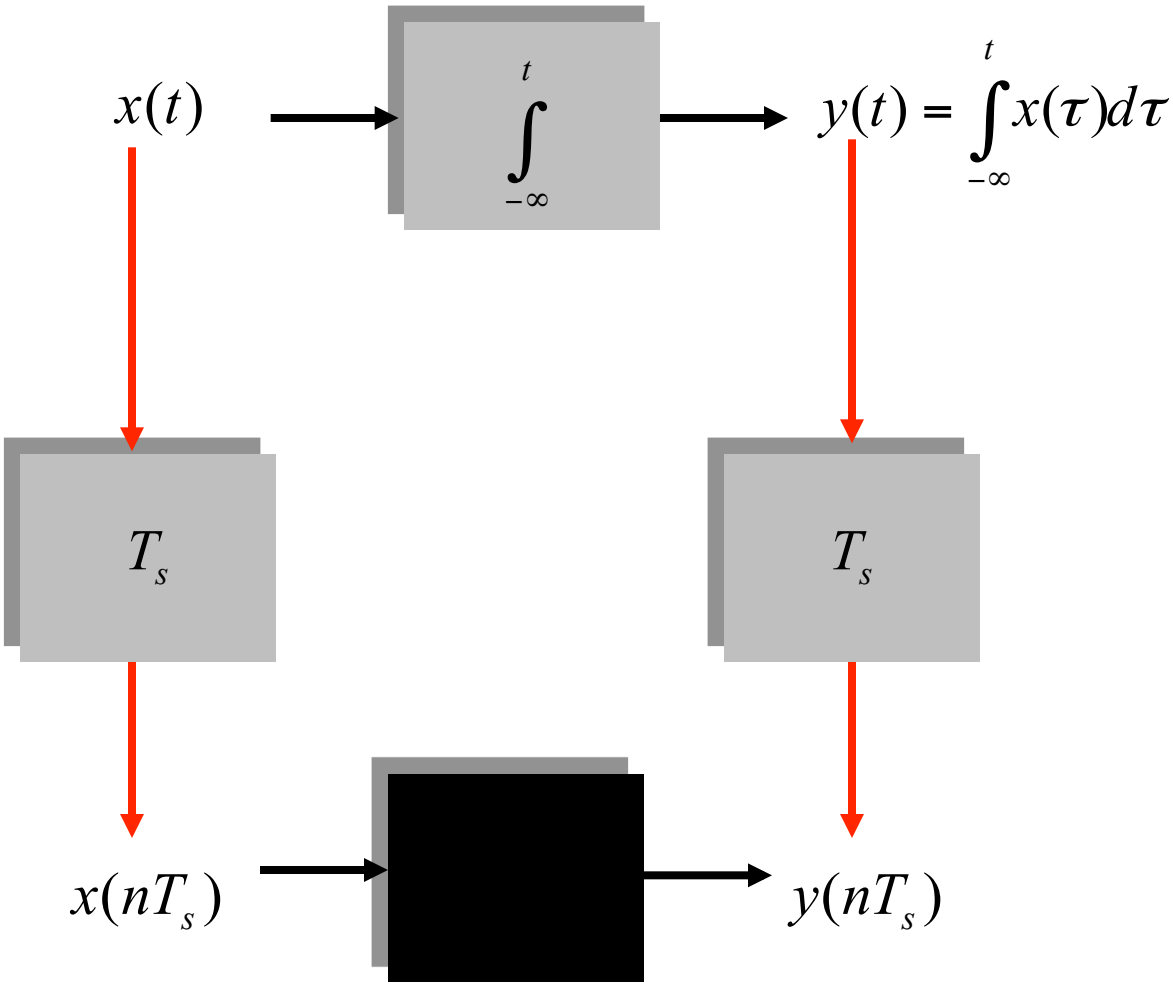
$$R(e^{j\omega}) = \sum_{n=1}^{N} \beta_n \sin(n\omega)$$

Ιδανικές Προδιαγραφές — Μέθοδος Σειρών Fourier — $\min_{\beta_1,\ldots,\beta_N} E_2^0(\beta_1,\ldots,\beta_N)$

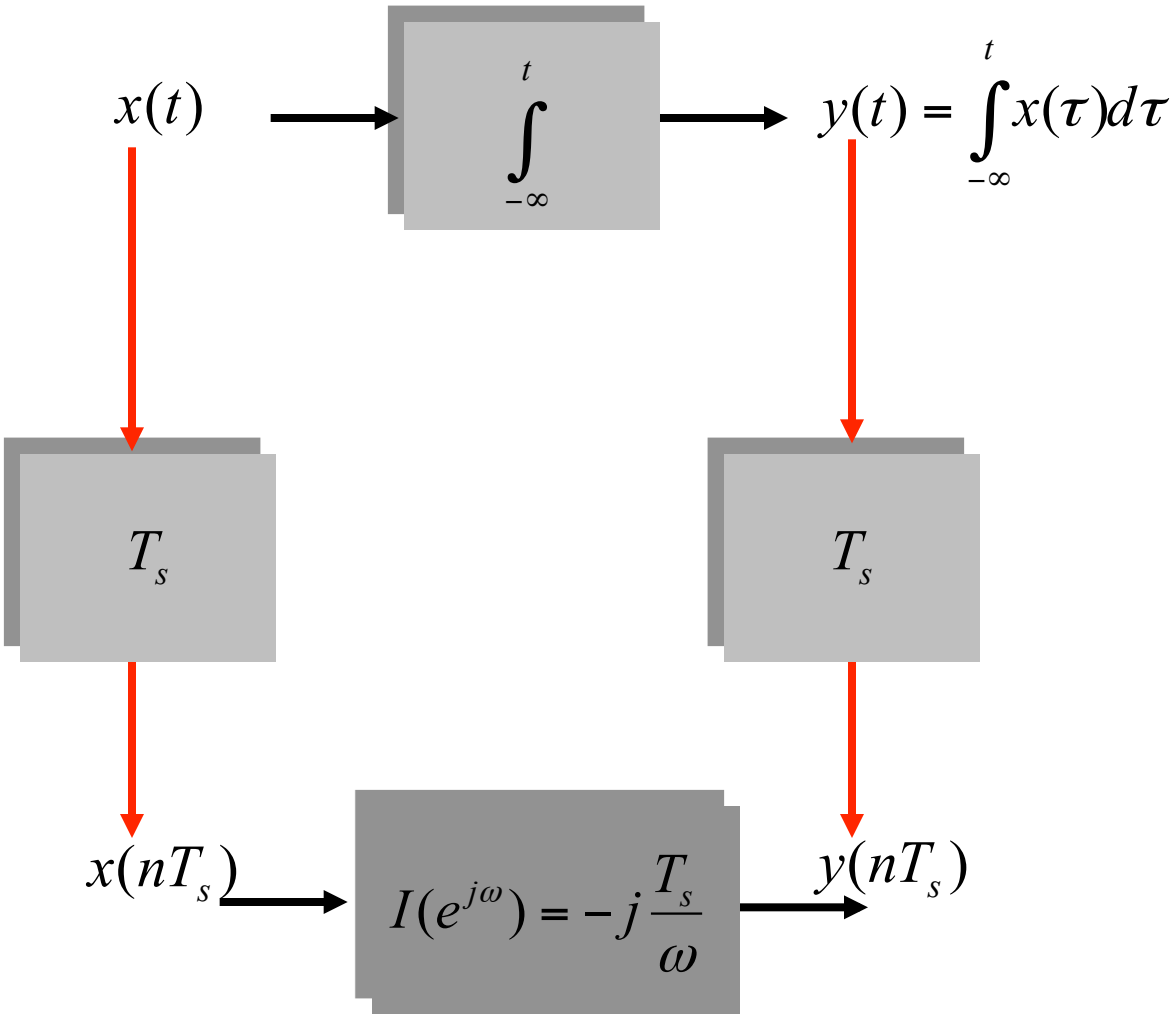
Πρακτικές Προδιαγραφές — Μέθοδος Ζωνών Αδιαφορίας — $\min_{\beta_1,\ldots,\beta_N} E_2(\beta_1,\ldots,\beta_N)$

τικές Προδιαγραφές — Μέθοδος *Min-Max* — $\min_{\beta_1,\ldots,\beta_N} E_\infty(\beta_1,\ldots,\beta_N)$

Ψηφιακοί Ολοκληρωτές

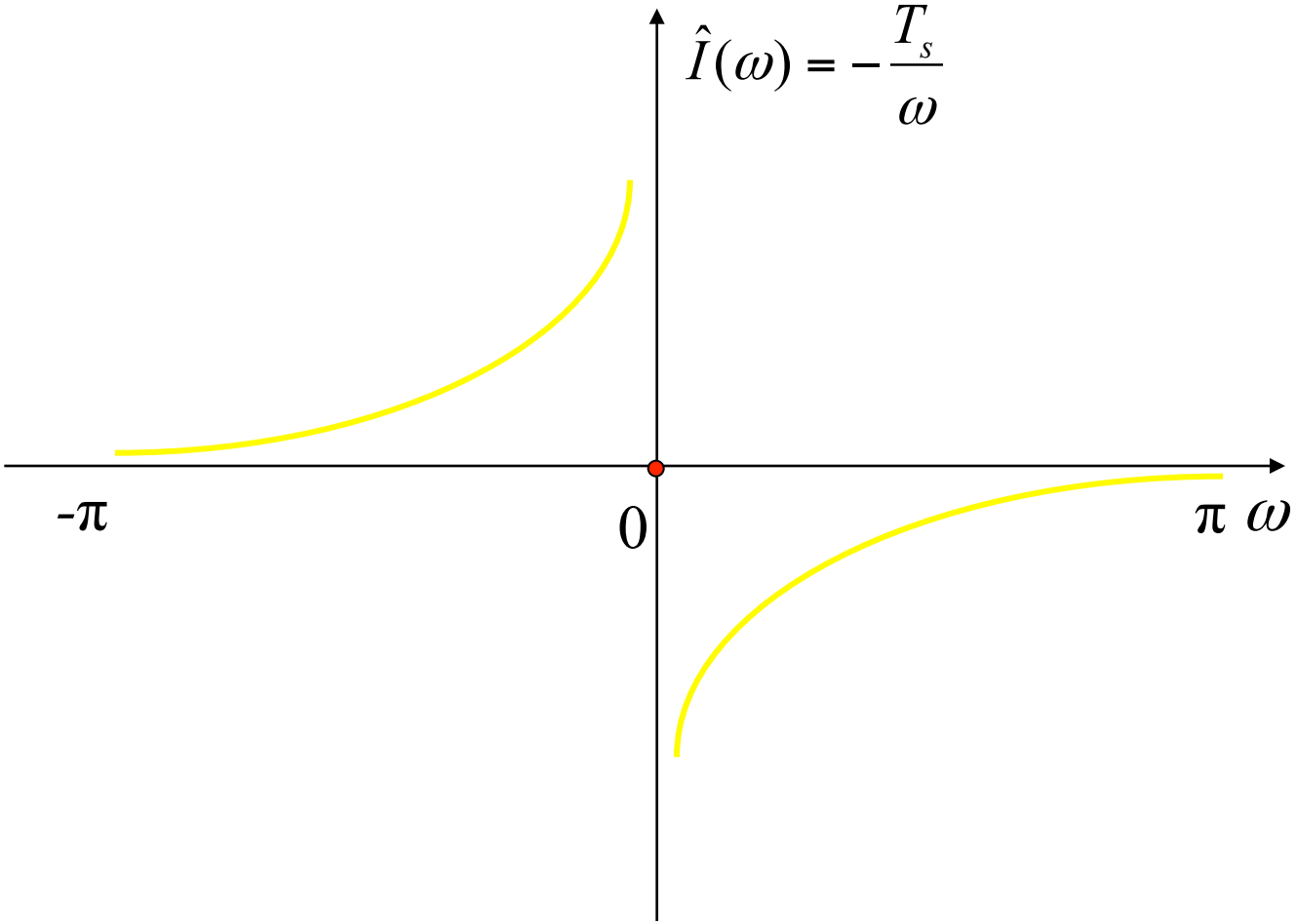


Ψηφιακοί Ολοκληρωτές



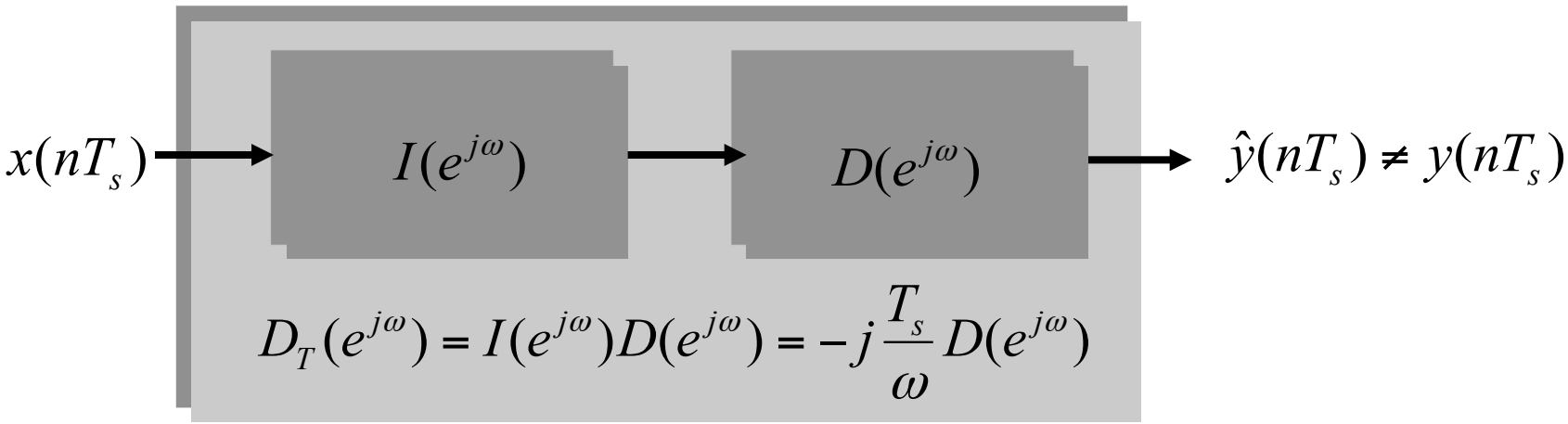
Ψηφιακοί Ολοκληρωτές

Απόκριση Συχνότητας Ιδανικού Ψηφιακού Ολοκληρωτή



Ψηφιακοί Ολοκληρωτές και Φίλτρα

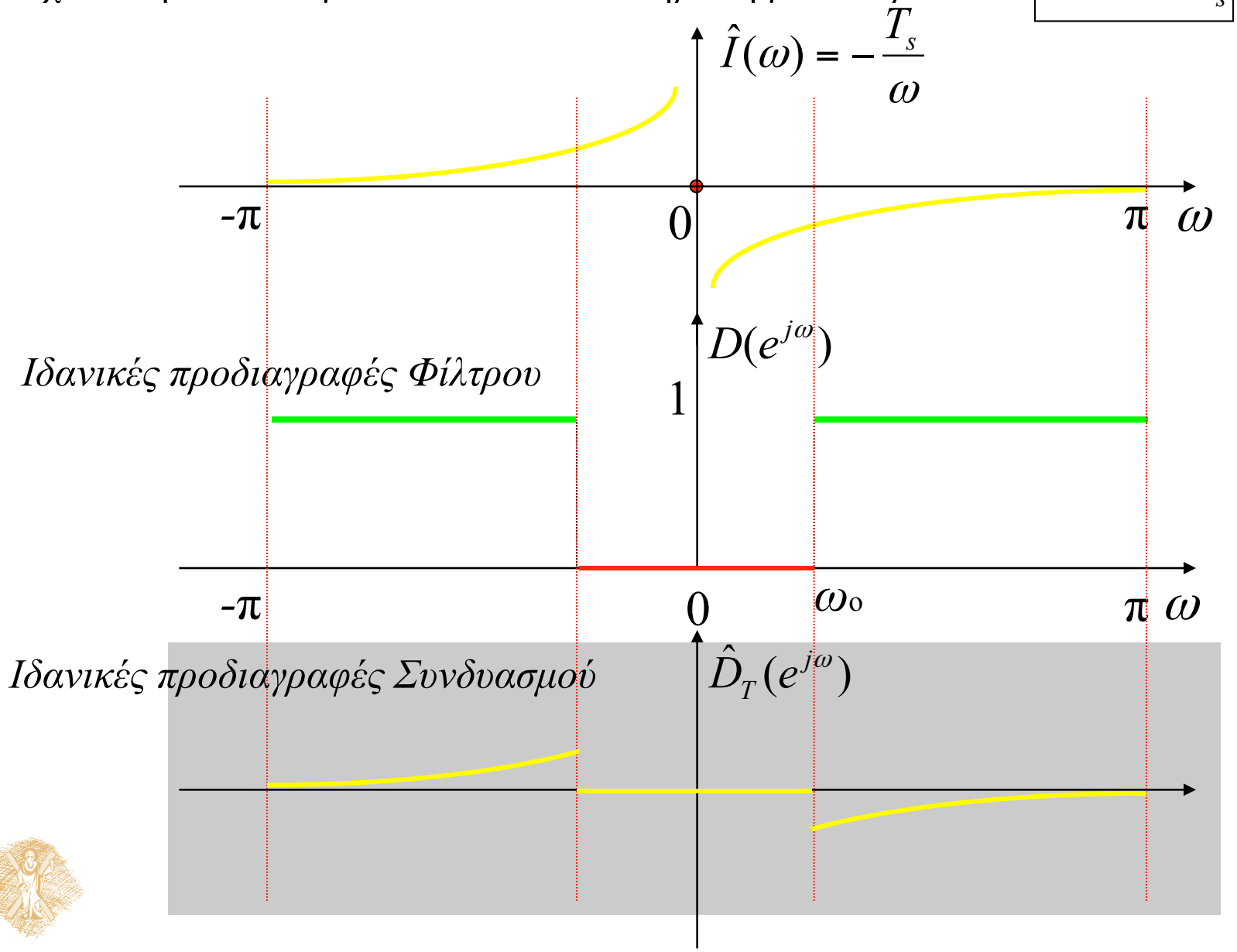
Συνδυασμός Ιδανικού Ολοκληρωτή με Φίλτρο



Ψηφιακοί Ολοκληρωτές και Φίλτρα

Σχεδίαση Συνδυασμού Ιδανικού Ολοκληρωτή με Φίλτρο

$$\omega = 0 \in R_s$$



ΨΗΦΙΑΚΟΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΕΣ ΚΑΙ ΦΙΛΤΡΑ

Μέθοδοι Σχεδίασης Συνδυασμού Ιδανικού και Φίλτρου

Απόκριση Συχνότητας FIR Φίλτρου

$$H(e^{j\omega}) = e^{-jN\omega + j\frac{\pi}{2}} R(e^{j\omega})$$

$$R(e^{j\omega}) = \sum_{n=1}^{N} \beta_n \sin(n\omega)$$

Ιδανικές Προδιαγραφές — Μέθοδος Σειρών Fourier — $\min_{\beta_1,\ldots,\beta_N} E_2^0(\beta_1,\ldots,\beta_N)$

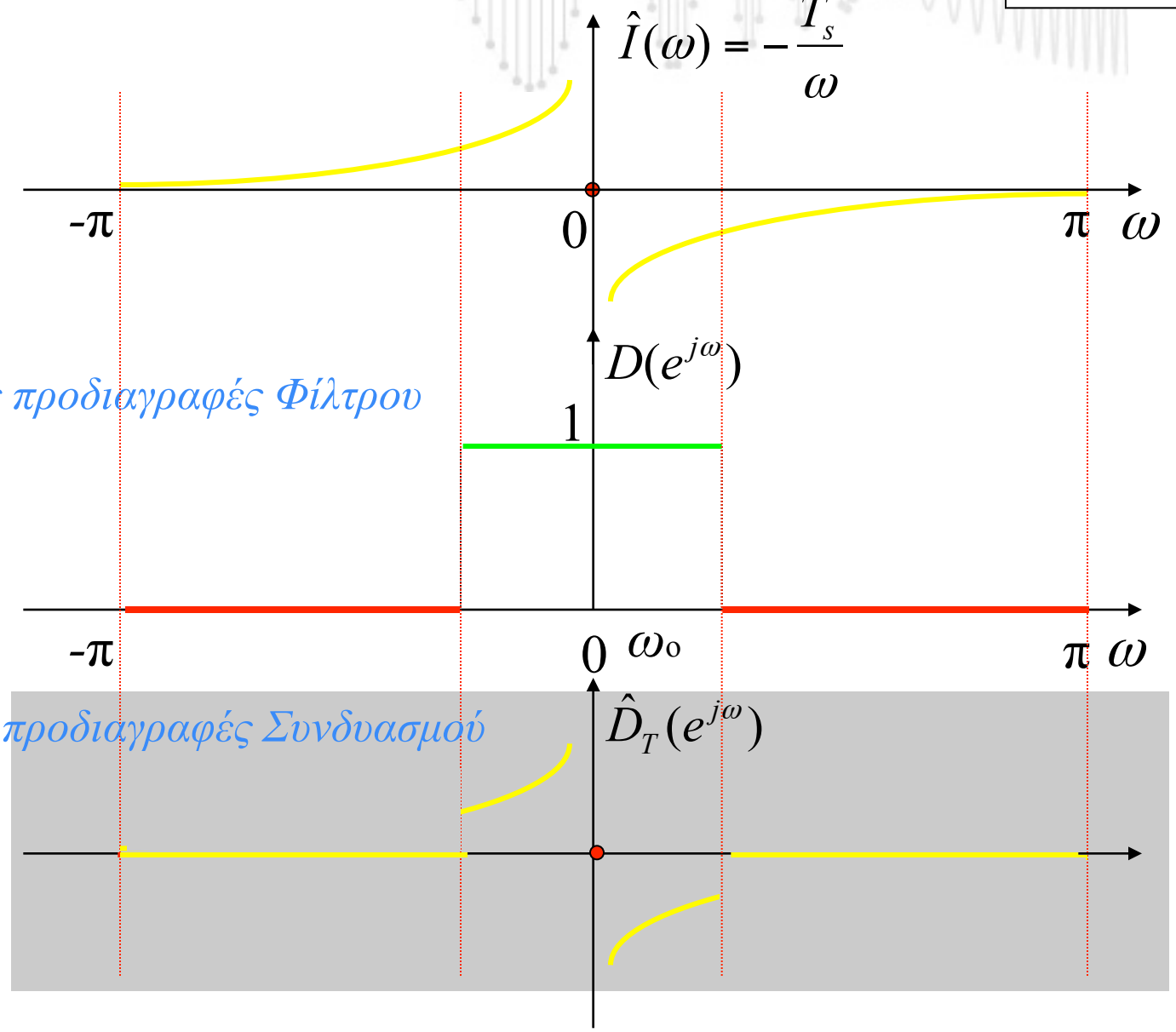
Πρακτικές Προδιαγραφές — Μέθοδος Ζωνών Αδιαφορίας — $\min_{\beta_1,\ldots,\beta_N} E_2(\beta_1,\ldots,\beta_N)$

Πρακτικές Προδιαγραφές — Μέθοδος *Min-Max* — $\min_{\beta_1,\ldots,\beta_N} E_\infty(\beta_1,\ldots,\beta_N)$

ΨΗΦΙΑΚΟΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΕΣ ΚΑΙ ΦΙΛΤΡΑ

Σχεδίαση Συνδυασμού Ιδανικού Ολοκληρωτή με Φίλτρο

$$\omega = 0 \in R_P$$



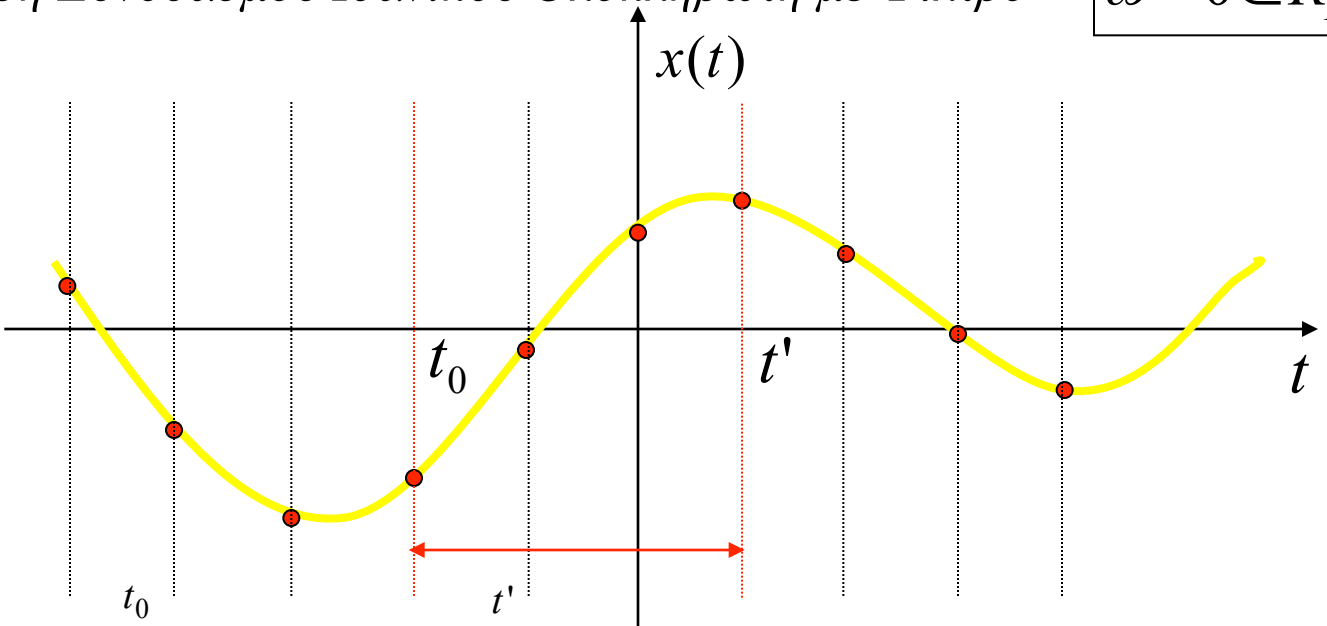
Ιδανικές προδιαγραφές Φίλτρου

Ιδανικές προδιαγραφές Συνδυασμού

Ψηφιακοί Ολοκληρωτές και Φίλτρα

Σχεδίαση Συνδυασμού Ιδανικού Ολοκληρωτή με Φίλτρο

$$\omega = 0 \in R_P$$



$$\int_{-\infty}^{t_0} x(\tau)d\tau \qquad \int_{t_0}^{t'} x(\tau)d\tau$$

$$y(t') = \int_{-\infty}^{t_0} x(\tau)d\tau + \int_{t_0}^{t'} x(\tau)d\tau = y(t_0) + \int_{t_0}^{t'} x(\tau)d\tau$$

$$y(n'T_s) = y(n_0T_s) + \int_{n_0T_s}^{n'T_s} x(\tau)d\tau$$

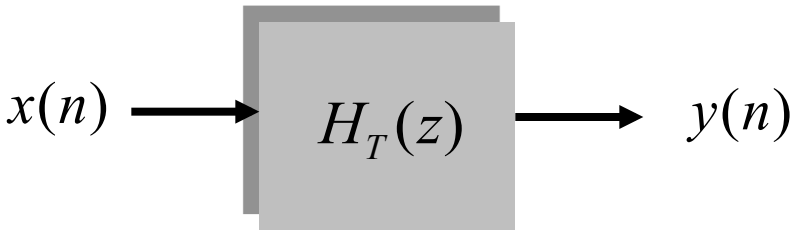
Ψηφιακοί Ολοκληρωτές και Φίλτρα

Σχεδίαση Συνδυασμού Ιδανικού Ολοκληρωτή με Φίλτρο

$$\omega = 0 \in R_P$$

$$y(n'T_s) = y(n_0 T_s) + \int_{n_0 T_s}^{n' T_s} x(\tau) d\tau$$

$$y(n'T_s) = y(n_0 T_s) + x(nT_s) * h(n)$$



$$H_T(z) = \frac{H(z)}{1 - z^{-M}}, \quad n_0 = n' - M$$

Ψηφιακοί Ολοκληρωτές και Φίλτρα

Σχεδίαση Συνδυασμού Ιδανικού Ολοκληρωτή με Φίλτρο

$$\boxed{\omega = 0 \in R_P}$$

Ιδανική Απόκριση Συχνότητας Ολοκληρωτή

$$D_T(e^{j\omega}) = \frac{T_s}{j\omega} D(e^{j\omega})$$

Απόκριση Συχνότητας Ειδικής Μορφής Φίλτρου

$$H_T(e^{j\omega}) = \frac{H(e^{j\omega})}{1 - e^{-j\omega M}}, \qquad M = n' - n_0$$

Ψηφιακοί Ολοκληρωτές και Φίλτρα

Σχεδίαση Συνδυασμού Ιδανικού Ολοκληρωτή με Φίλτρο

$$\boxed{\omega = 0 \in R_P}$$

Απόκριση Συχνότητας FIR Φίλτρου

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j(N-M/2)\omega} R(e^{j\omega})$$

$$R(e^{j\omega}) = \frac{1}{2j\sin(M\omega/2)} \sum_{n=0}^{N} a_n \cos(n\omega)$$

Μπορούμε να εξασφαλίσουμε μηδενικό σφάλμα στη συχνότητα ω=0;

Ιδανικές Προδιαγραφές — Μέθοδος Σειρών Fourier — $\min_{a_1,\ldots,a_N} E_2^0(a_1,\ldots,a_N)$

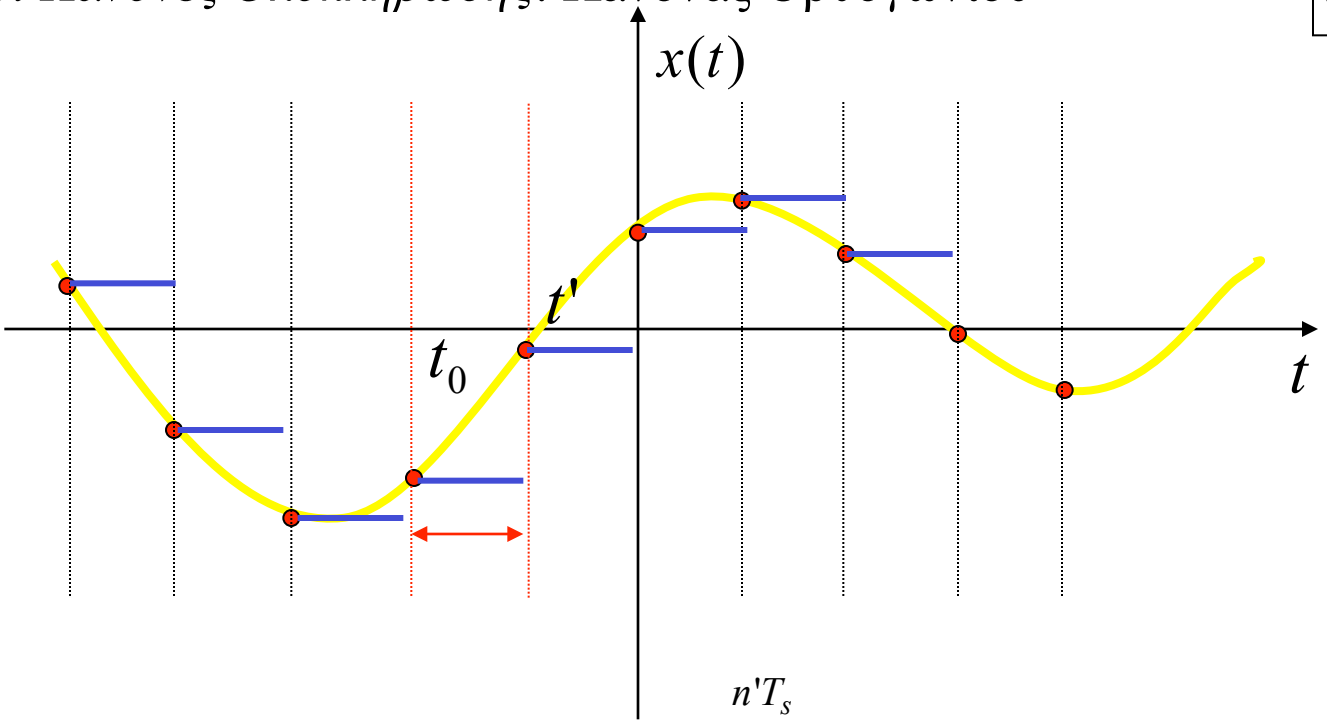
Πρακτικές Προδιαγραφές — Μέθοδος Ζωνών Αδιαφορίας — $\min_{a_1,\ldots,a_N} E_2(a_1,\ldots,a_N)$

Πρακτικές Προδιαγραφές — Μέθοδος *Min-Max* — $\min_{a_1,\ldots,a_N} E_\infty(a_1,\ldots,a_N)$

Ψηφιακοί Ολοκληρωτές και Φίλτρα

Γνωστοί Κανόνες Ολοκλήρωσης: Κανόνας Ορθογωνίου

$$\omega = 0 \in R_P$$



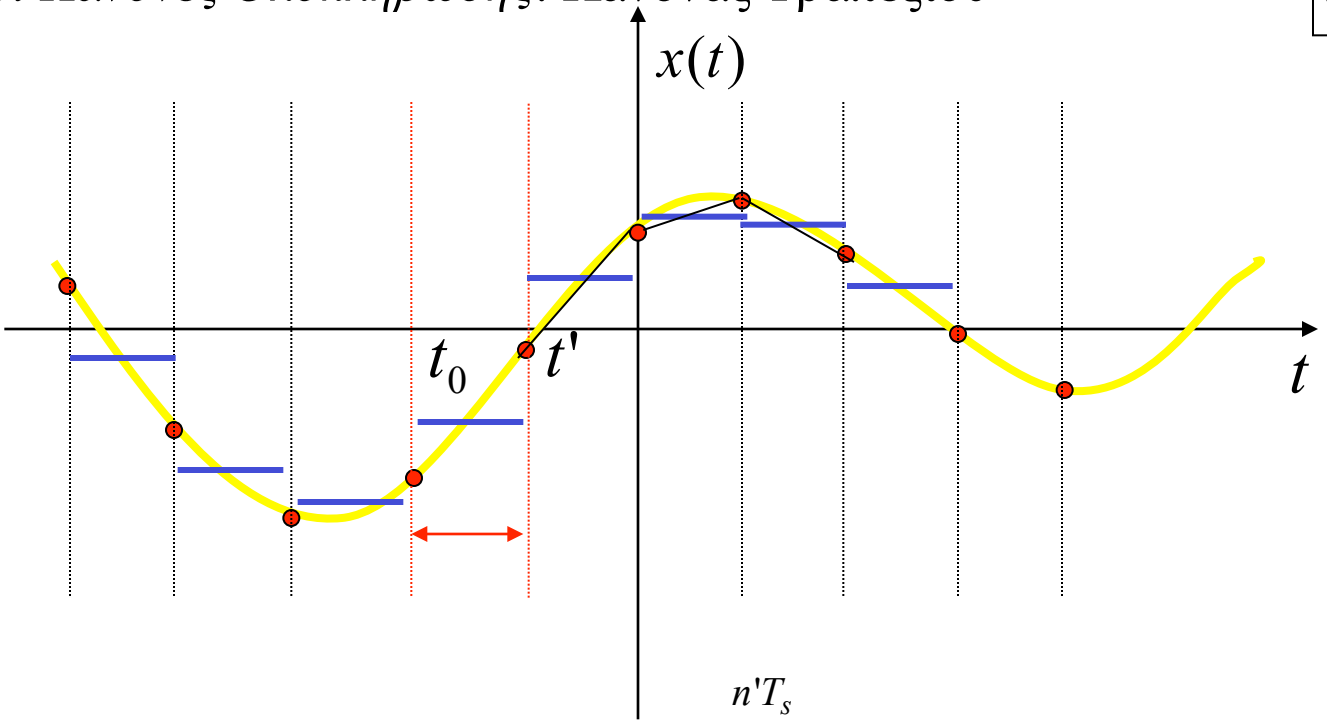
$$y(n'T_s) = y(n_0 T_s) + \int_{n_0 T_s}^{n'T_s} x(\tau)d\tau$$

Παραδοχές: $n_0 = n'-1, \quad \int_{n_0 T_s}^{n'T_s} x(\tau)d\tau \approx T_s x((n'-1)T_s)$

Ψηφιακοί Ολοκληρωτές και Φίλτρα

Γνωστοί Κανόνες Ολοκλήρωσης: Κανόνας Τραπεζίου

$$\omega = 0 \in R_P$$



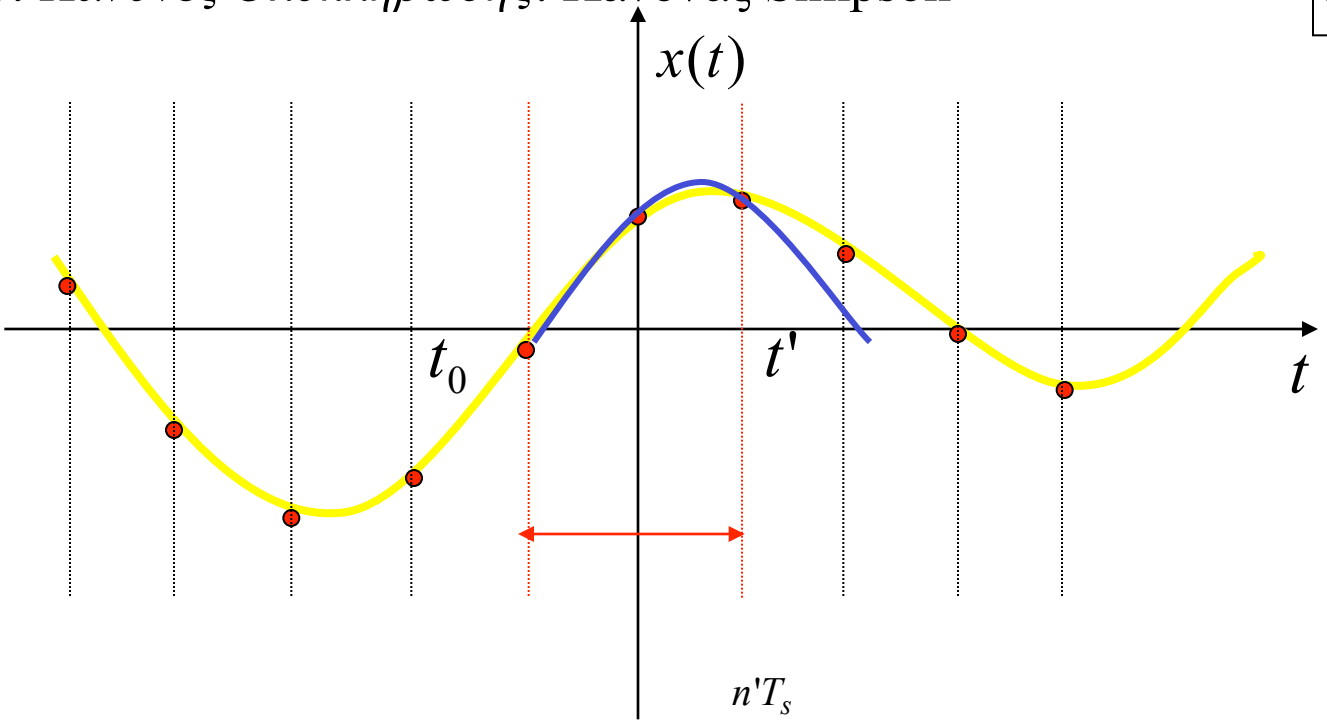
$$y(n'T_s) = y(n_0 T_s) + \int_{n_0 T_s}^{n'T_s} x(\tau)d\tau$$

Παραδοχές: $n_0 = n'-1,$ $\quad \int_{n_0 T_s}^{n'T_s} x(\tau)d\tau \approx \frac{T_s}{2}(x((n'-1)T_s) + x((n')T_s))$

Ψηφιακοί Ολοκληρωτές και Φίλτρα

Γνωστοί Κανόνες Ολοκλήρωσης: Κανόνας Simpson

$$\omega = 0 \in R_P$$



$$y(n'T_s) = y(n_0 T_s) + \int_{n_0 T_s}^{n'T_s} x(\tau)d\tau$$

Παραδοχές:

$$n_0 = n'-2, \qquad \int_{n_0 T_s}^{n'T_s} x(\tau)d\tau \approx \frac{T_s}{3}\left(x((n'-2)T_s) + 4x((n'-1)T_s) + x((n')T_s)\right)$$